

Det Kgl. Danske Videnskabernes Selskab.  
Mathematisk-fysiske Meddelelser. I, 7.

---

OM TOWNSENDS TEORI  
FOR STØDIONISATION

AF

P. O. PEDERSEN



KØBENHAVN

HOVEDKOMMISSIONÆR: ANDR. FRED. HØST & SØN, KGL. HOF-BOGHANDEL

BIANCO LUNOS BOGTRYKKERI

1918

UDGIVET PAA  
CARLSBERGFONDETS  
BEKOSTNING

1. Townsends Teori for Stødionisation gaar i sin simpleste Form<sup>1</sup> som bekendt ud paa, at der ved Sammenstød mellem en Ion og et neutralt Molekule sker Ionisation af dette, hvis Ionens Hastighed  $v$  før Sammenstødet tilfredsstillter Betingelsen

$$v \geq v_0, \quad (1)$$

idet

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = e V_0, \quad (2)$$

hvor  $m$  er Ionens Masse,  $e$  dens Ladning, og hvor  $V_0$  er en vis konstant Spænding, der kun afhænger af Molekulets og Ionens Natur.  $v_0$  kaldes Ioniseringshastigheden og  $V_0$  Ioniseringspændingen.

For Simpelteds Skyld betragter vi i det følgende kun det Tilfælde, hvor de aktive Ioner er fri Elektroner med Ladningen  $-e$  og Massen  $m$ . I Townsends simple Teordi behandles dette Problem ud fra følgende Forudsætninger: 1. Elektronernes — af det elektriske Felt frembragte — Hastigheder er saa store, at man uden større Fejl kan se bort fra Elektronernes og Molekulernes termiske Hastigheder. 2. Sammenstød mellem Elektroner og Molekuler foregaar uelastisk, saaledes at Elektronen efter Sammenstødet atter er fri, men har Hastigheden Nul. 3. De ved Ionisation frigjorte Elektroner har ligeledes Hastigheden Nul.

Er den elektriske Kraft  $-X$  Volt pr. cm, og har en Elektron mellem to Sammenstød gennemløbet Vejen  $l$  cm, saa svarer dertil Spændingsfaldet  $V = Xl$  Volt. For  $V \geq V_0$

<sup>1</sup> Se J. S. TOWNSEND: Electricity in gases. Oxford 1915.

resulterer ifølge Forudsætningerne det ny Sammenstød i Ionisation, for  $V < V_0$  derimod ikke. Er Elektronens fri Middelvejlængde  $L$ , saa er Sandsynligheden  $s$  for, at et nyt Stød giver Ionisation bestemt ved

$$s = \varepsilon^{-\frac{l_0}{L}}, \quad (3)$$

hvor

$$l_0 = \frac{V_0}{X}. \quad (4)$$

Antallet  $a$  af ioniserende Sammenstød pr. cm af Elektronens Bane er derfor

$$a = \frac{1}{L} \varepsilon^{-\frac{l_0}{L}}. \quad (5)$$

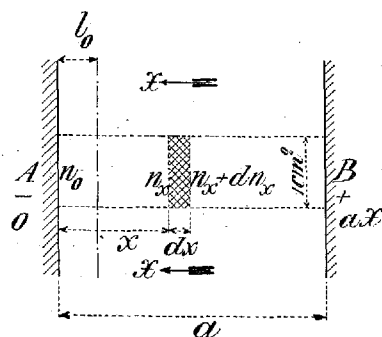


Fig. 1.

Under Benyttelse af Ioniseringstallet  $a$  beregner Townsend Ioniseringsstrømmen mellem to plane, parallelle Elektroder  $A$  og  $B$  (Fig. 1) paa følgende Maade: Afstanden mellem  $A$  og  $B$  er  $a$  cm; den negative Elektrode  $A$  har Potentialiet Nul, medens  $B$  har Potentialiet  $+ X \cdot a$  Volt; der frigøres

ved  $A$   $n_0$  Elektroner pr. Sekund pr.  $\text{cm}^2$ . Antallet af Elektroner, der pr. Sekund passerer  $1 \text{ cm}^3$  i Afstanden  $x$  fra  $A$ , kaldes  $n_x$ ; man har da

$$dn_x = n_x \cdot a dx, \quad (6)$$

hvoraf faas

$$n_x = n_0 \cdot \varepsilon^{ax}, \quad (7)$$

eller

$$\frac{n_a}{n_0} = \varepsilon^{aa}. \quad (8)$$

Fremgangsmaaden ved den experimentale Bestemmelse af  $a$  og  $V_0$  er følgende:  $n_0$  og  $n_a$  bestemmes ved Strøm-

maaling; af Ligning (8) faas da Værdien af  $a$ . Derefter giver (5) den tilsvarende Værdi af  $l_0$ , idet man for  $L$  indsætter den i den kinetiske Luftteori for vedkommende Luftart fundne Middelvejlængde multipliceret med  $4\sqrt{2}$ <sup>1</sup>. Ligning (4) giver da den til  $l_0$  svarende Værdi af  $V_0$ .

2. I den ovenfor skitserede Beregning er der imidlertid begaaet en ret betydelig Fejl. Saaledes har PARTZSCH<sup>2</sup> gjort opmærksom paa, at de fra  $A$  frigjorte Elektroner ifølge Forudsætningerne ikke kan give nogen Stødionisation, førend de har gennemløbet Vejen  $l_0 = V_0/X$ . PARTZSCH sætter derfor i Stedet for Elektrodernes fulde Afstand den noget mindre Længde  $a - l_0$ . Denne Korrektion er imidlertid ikke tilstrækkelig. Det samme gælder nemlig, som NORMAN CAMPBELL allerede Aaret forud<sup>3</sup> har paapeget, en hvilken som helst i et Stød deltagende eller ved Stødionisation frigjort Elektron; ogsaa denne maa i det mindste gennemløbe Vejen  $l_0$ , førend den faar Mulighed for at virke ioniserende. Ligning (5) gælder saaledes ikke for Elektronens hele Bane, og man kan ikke uden videre udlæde Ligning (6) af (5), men maa undersøge Forholdene noget nøjere.

3. NORMAN CAMPBELL giver nemlig ikke nogen eksakt Behandling af Problemet, men nøjes med at opstille en Tilnærmelsesformel udviklet under Forudsætning af, at baade  $n_x$  og  $\frac{dn_x}{dx}$  er kontinuerte Funktioner af  $x$ . NORMAN CAMPBELL gør selv opmærksom paa, at denne Forudsætning ikke holder Stik, og det er i det hele taget ikke let at overse, hvor nøje Tilnærmelsen slutter sig til den eksakte Løsning. Da de Spørgsmaal, der staar i Forbindelse med Teorien for

<sup>1</sup> Heraf skyldes Faktoren 4, at Elektronernes Diameter er forsvindende i Sammenligning med Molekulernes; Faktoren  $\sqrt{2}$ , at Elektronernes Hastighed er meget større end Molekulernes.

<sup>2</sup>) PARTZSCH: Ann. d. Phys. (4) 40 p. 157. 1913.

<sup>3</sup>) NORMAN CAMPBELL: Phil. Mag. (6) 23. p. 400. 1912.

Stødionisation paa flere Maader har Betydning, kan efterfølgende Behandling af Problemet maaske have nogen Interesse. De fra Elektroden A udgaaende Elektroner falder

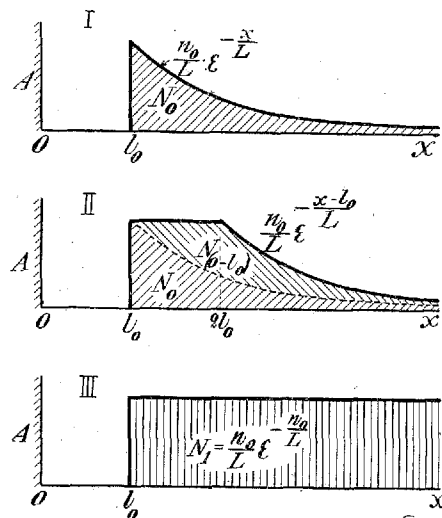


Fig. 2.

i to Grupper, 1 og 2. Til den første vil vi henregne de Elektroner, hvis første fri Vejlængde er større end  $l_0$ , og som altsaa vil virke ioniserende ved første Sammenstød. Den anden Gruppe omfatter de Elektroner, hvis første fri Vejlængde er mindre end  $l_0$ ; disse første Sammenstød, der falder mellem  $x = 0$  og  $x = l_0$ , vil ikke resultere i Ionisation.

Antallet af Ionisationer, der finder Sted i Rumelementet mellem Planerne  $x$  og  $x + dx$ , og som skyldes den første Gruppe af Elektroner, vil vi betegne ved  $N_0(x) \cdot dx$ , hvor Mærketallet 0 angiver, at Elektronerne kommer direkte fra A uden mellemliggende Sammenstød.

Vi har da

$$\left. \begin{array}{l} \text{for } x < l_0: N_0(x) = 0, \\ \text{og for } x \geq l_0: N_0(x) = \frac{n_0}{L} \cdot \epsilon^{-\frac{x}{L}} \end{array} \right\} \text{(Se Fig. 2, I)} \quad (9)$$

Vi vil derefter gaa over til at bestemme de første Ionisationer, der skyldes Gruppe 2. I Rumelementet ( $y, y + dy$ ), hvor  $y$  ligesom  $x$  betegner Afstanden fra A, og hvor  $0 < y < l_0$ , foregaar der  $\frac{n_0}{L} \cdot dy$  Sammenstød pr. Sekund mellem Elektroner og Molekuler, men intet af disse Stød virker ioni-

serende. De næste Sammenstød, hvor disse  $\frac{n_0}{L} \cdot dy$  Elektroner deltager, vil i Rumelementet  $(x, x + dx)$  give  $N_y(x) \cdot dx$  Ionisationer, hvor

$$\left. \begin{array}{l} \text{for } x < y + l_0: N_y(x) = 0, \\ \text{og for } x \geq y + l_0: N_y(x) = \frac{n_0}{L} \cdot dy \cdot \varepsilon^{-\frac{x-y}{L}}. \end{array} \right\} (10)$$

Det samlede Antal Ionisationer  $N_{(0-l_0)}(x) \cdot dx$  i Rumelementet  $(x, x + dx)$ , der skyldes Elektroner, hvis umiddelbart foregaaende Sammenstød faldt mellem  $x = 0$  og  $x = l_0$ , er bestemt ved

$$\left. \begin{array}{l} \text{for } x < l_0: N_{(0-l_0)}(x) = 0, \\ \text{for } l_0 \leq x \leq 2l_0: N_{(0-l_0)}(x) = \int_{y=0}^{y=x-l_0} N_y(x) \cdot dy = \frac{n_0}{L} \left( \varepsilon^{-\frac{l_0}{L}} - \varepsilon^{-\frac{x}{L}} \right), \\ \text{og for } x > 2l_0: N_{(0-l_0)}(x) = \int_{y=0}^{y=l_0} N_y(x) \cdot dy = \frac{n_0}{L} \left( \varepsilon^{-\frac{x-l_0}{L}} - \varepsilon^{-\frac{x}{L}} \right). \end{array} \right\} (11)$$

Det samlede Antal Ionisationer  $N(x) \cdot dx$  i Rumelementet  $(x, x + dx)$ , der skyldes Elektroner, som enten kommer direkte fra  $A$ , eller hvis umiddelbart foregaaende Sammenstød fandt Sted indenfor Afstanden  $l_0$  fra  $A$ , er saaledes bestemt ved

$$\left. \begin{array}{l} \text{for } x < l_0: N(x) = 0, \\ \text{for } l_0 \leq x \leq 2l_0: N(x) = \frac{n_0}{L} \cdot \varepsilon^{-\frac{l_0}{L}}, \\ \text{og for } x > 2l_0: N(x) = \frac{n_0}{L} \cdot \varepsilon^{-\frac{x-l_0}{L}}. \end{array} \right\} (\text{Se Fig. 2, II}) (12)$$

Man ser let, at Antallet  $N_1(x) \cdot dx$  af samtlige Ionisationer, der finder Sted i Rumelementet  $(x, x + dx)$ , og som skyldes Sammenstød med de oprindeligt fra  $A$  udgaaende Elektroner, er bestemt ved

$$\left. \begin{array}{l} \text{for } x < l_0: N_1(x) = 0, \\ \text{og for } x \geq l_0: N_1(x) = \frac{n_0}{L} \cdot \varepsilon^{-\frac{l_0}{L}}. \end{array} \right\} \text{(Fig. 2, III)} \quad (13)$$

Det samlede Antal frigjorte Elektroner af denne Klasse, som vi kalder Klasse 1, fordi de skyldes Sammenstød mellem Molekuler og de oprindelig fra  $A$  udgaaende Elektroner, er altsaa

$$n_1 = (a - l_0) \cdot \frac{n_0}{L} \cdot \varepsilon^{-\frac{l_0}{L}}. \quad (14)$$

Man kan ogsaa umiddelbart indse Rigtigheden af dette Resultat; den ovenfor fulgte Fremgangsmaade har dog den Fordel, at den giver en Del Oplysninger om Stødionisationens Geometri.

Disse  $n_1$  Elektroner fremkalder direkte ved Sammenstød med Molekuler  $N_2(x) \cdot dx$  Ionisationer i Rumelementet  $(x, x + dx)$ , hvor

$$\left. \begin{array}{l} \text{for } x < 2l_0: N_2(x) = 0, \\ \text{og for } x \geq 2l_0: N_2(x) = n_0 (x - 2l_0) \left( \frac{\varepsilon^{-\frac{l_0}{L}}}{L} \right)^2. \end{array} \right\} \quad (15)$$

Det samlede Antal frigjorte Elektroner af denne Klasse, som vi vil betegne Klasse 2, er følgelig

$$n_2 = n_0 \frac{(a - 2l_0)^2}{1 \cdot 2} \cdot \left( \frac{\varepsilon^{-\frac{l_0}{L}}}{L} \right)^2. \quad (16)$$

Tilsvarende er for Klasse  $\nu$ :

$$\left. \begin{array}{l} \text{for } x < \nu l_0: N_\nu(x) = 0, \\ \text{og for } x \geq \nu l_0: N_\nu(x) = n_0 \frac{(x - \nu l_0)^{\nu-1}}{(\nu-1)!} \cdot \left( \frac{\varepsilon^{-\frac{l_0}{L}}}{L} \right)^\nu, \end{array} \right\} \quad (17)$$

og det samlede Antal

$$n_\nu = n_0 \frac{(a - \nu l_0)^\nu}{\nu!} \cdot \left( \frac{\varepsilon^{-\frac{l_0}{L}}}{L} \right)^\nu. \quad (18)$$

Fig. 3 viser et Eksempel paa Fordelingen af de første fire Ionisationsklasser.



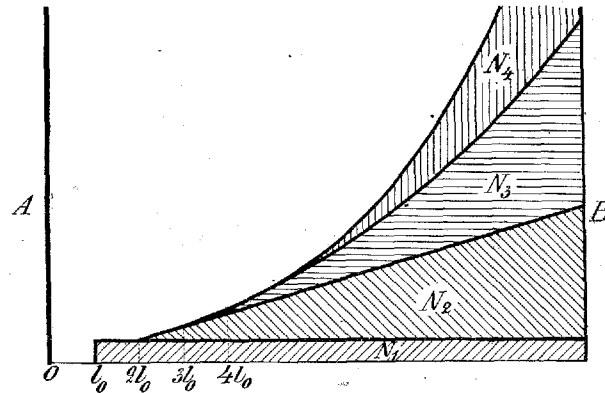


Fig. 3.

„Tyngdepunktet“ for  $\nu$ 'ende Klasse — hvorved vi forstaar Tyngdepunktet af det Areal, der afsat i Overensstemmelse med Fig. 3 fremstiller  $N_\nu(x)$  — ligger i Afstanden  $r_\nu$  fra A bestemt ved

$$r_\nu = \frac{\nu}{\nu + 1} \cdot (a + l_0). \quad (19)$$

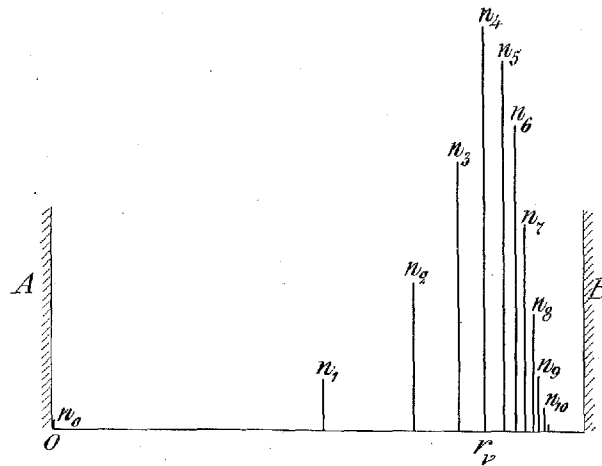


Fig. 4.

Fig. 4 viser for et bestemt Tilfælde Beliggenheden af Tyngdepunktet for de 10 første Klasser og disses relative Størrelse.

4. Af det foregaaende følger, at det samlede Antal Elektroner  $n_a$ , der naar  $B$ -Elektroden, er

$$\left. \begin{aligned} n_a &= \sum_{\nu=0}^{\nu=\nu'} n_{\nu} = n_0 \sum_{\nu=0}^{\nu=\nu'} \frac{(a - \nu l_0)^{\nu}}{\nu!} \cdot \left( \frac{\varepsilon^{-\frac{l_0}{L}}}{L} \right)^{\nu} \\ &= n_0 \sum_{\nu=0}^{\nu=\nu'} \frac{(h - \nu)^{\nu}}{\nu!} \cdot y^{\nu} = n_0 \sum_{\nu=0}^{\nu=\nu'} \frac{(1 - \frac{\nu}{h})^{\nu}}{\nu!} \cdot (a a)^{\nu}, \end{aligned} \right\} (20)$$

hvor  $h = \frac{a}{l_0}$  og  $y = \frac{l_0}{L} \cdot \varepsilon^{-\frac{l_0}{L}}$ , medens  $\nu'$  er det største hele Tal, der er mindre end eller lig med  $h$ .

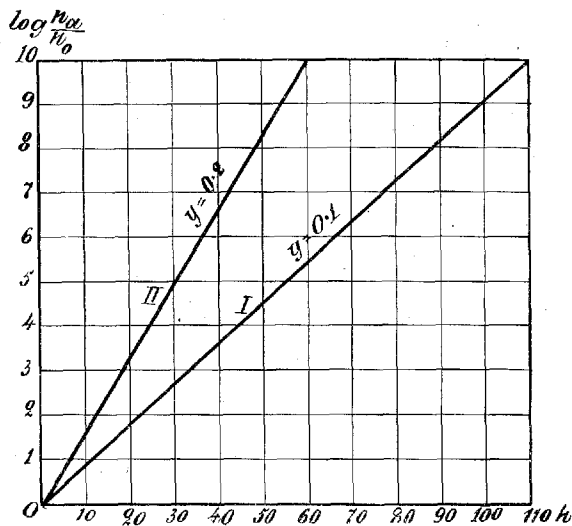


Fig. 5'a.

I Fig. 5 a og 5 b fremstiller Kurverne I og II  $\lg n \frac{n_a}{n_0}$  som Funktion af  $h$  for henholdsvis  $y = 0.1$  og  $0.2$ . Det viser sig, at I og II meget nær er rette Linier, der skærer Abscisseaksen i Punktet  $h = 1$ . Det samme gælder ogsaa for andre Værdier af  $y$ ; vi kan derfor med tilstrækkelig Tilnærmelse sætte

$$\lg n \frac{n_a}{n_0} = \gamma y (h - 1), \quad (21)$$

eller

$$\frac{n_a}{n_0} = \varepsilon^{\gamma y(h-1)}, \quad (22)$$

hvor  $\gamma$  er en Koefficient, der kun afhænger af  $y$ .

I Stedet for Townsends Relation

$$\frac{n_a}{n_0} = \varepsilon^{a\alpha}, \quad (8)$$

faas saaledes Ligningen

$$\frac{n_a}{n_0} = \varepsilon^{\gamma a(a-l_0)}. \quad (23)$$

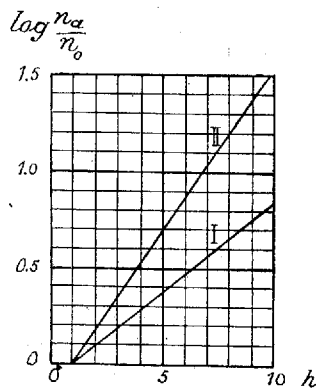


Fig. 5 b.

I nedenstaaende Tabel er opført de paa Grundlag af (20) og (21) beregnede Værdier af  $\gamma$  for Værdier af  $y$  mellem 0 og  $0.368 = \varepsilon^{-1}$ , hvilken sidste Værdi er den højeste,  $y$  kan antage.

$y$	$\gamma$	$y$	$\gamma$	$y$	$\gamma$	$y$	$\gamma$
0.00	1.000	0.10	0.916	0.20	0.849	0.30	0.795
.01	.983	.11	.909	.21	.843	.31	.790
.02	.977	.12	.901	.22	.837	.32	.785
.03	.970	.13	.894	.23	.832	.33	.781
.04	.962	.14	.887	.24	.826	.34	.776
.05	.956	.15	.881	.25	.820	.35	.771
.06	.947	.16	.874	.26	.815	.36	.766
.07	.937	.17	.868	.27	.810	.368	.763
.08	.930	.18	.861	.28	.805		
.09	.923	.19	.855	.29	.800		

5. Bestemmelsen af  $l_0$ ,  $V_0$ ,  $\gamma$  og  $a$  foretages paa Grundlag af Maalinger af sammenhørende Værdier af  $\frac{n_a}{n_0}$  og  $a$ , og under Benyttelse af Ligning (21) samt ovenstaaende Tabel. Som Eksempel vil vi behandle følgende Maalingsrække af Townsend<sup>1)</sup>:

<sup>1</sup> l. c. p. 277; Phil. Mag. (6). 6. p. 598. 1903.

Atm. Luft, Tryk 1 mm Hg;  $L = 3,2 \cdot 10^{-2}$  cm;  $X = 350$   
Vølt/cm.

$a = 0$	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.1	cm
$\frac{n_a}{n_0} = 1$	2.86	8.3	24.2	81.0	373	2250	-
$\lg n \frac{n_a}{n_0} = 0$	1.05	2.12	3.19	4.39	5.92	7.72	-

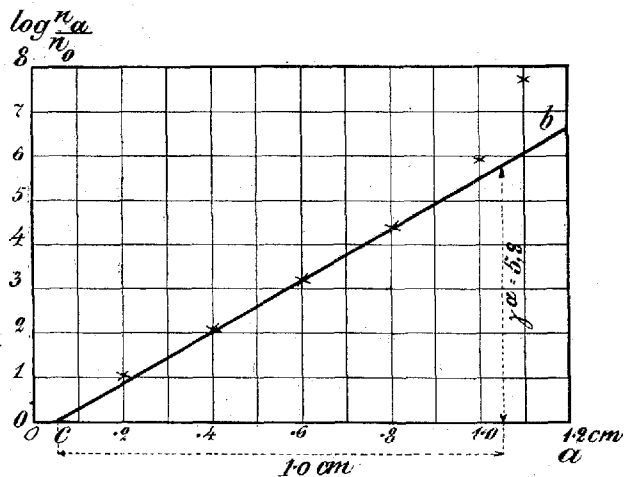


Fig. 6.

Værdierne af  $\lg n \frac{n_a}{n_0}$  afsættes med  $a$  som Abscisse (Fig. 6).  
Man sætter efter foreløbigt Skøn  $l_0 = 0.05$  cm og trækker gennem det ved  $0c = l_0$  bestemte Punkt  $c$  af Abscisseaksen en ret Linie  $cb$ , der for smaa Værdier af  $a$  slutter sig saa nøje som muligt til de fundne Værdier af  $\lg n \frac{n_a}{n_0}$ . (For større Værdier af  $a$  falder  $\lg n \frac{n_a}{n_0}$  over Linien  $cb$  paa Grund af den af de positive Ioner bevirkede Ionisation, hvortil der her ingen Hensyn er taget). Af Fig. 6 faaes  $\gamma a = 5.8$ . Til  $l_0 = 0.05$  cm svarer  $y = \frac{l_0}{L} \cdot \epsilon^{-\frac{l_0}{L}} = 0.328$ , hvortil igen ifølge foranstaaende Tabel svarer  $\gamma = 0.78$ . Følgelig er  $a = \frac{5.8}{0.78} = 7.44$ . Heraf findes ved Benyttelse af Ligning

(5)  $l_0 = 0.046$  cm, og da denne Værdi ligger tilstrækkelig nær ved den forud skønnede, er der ingen Grund til at foretage en ny Bestemmelse. For Ioniseringsspændingen faas nu  $V_0 = 0.046 \cdot 350 = 16,1$  Volt.

6. Den Townsend'ske Teori i den simple Form giver en tilfredsstillende Forklaring paa mange Spørgsmaal vedrørende Luftarters Ionisation. Dette gælder saaledes Ionisationsstrømmens Afhængighed af Pladeafstanden, Gnistspændingens Afhængighed af Trykket, Paschens Lov<sup>1</sup> og Stoletows Forsøg<sup>2</sup>. I saa Henseende foraarsager den her indførte Korrektion ingen Forandring. Derimod er de paa Grundlag af Townsends Teori beregnede Værdier af Ioniseringsspændingen langt højere end de ad anden og mere direkte Vej af FRANCK og HERTZ<sup>3</sup> og andre fundne. Her virker den indførte Korrektion i den rigtige Retning, men den er ikke tilstrækkelig til at tilvejebringe Overensstemmelse. Eksempelvis finder Townsend for atmosfærisk Luft som omtalt  $V_0 = \text{ca. } 20$  Volt (hyppig endnu højere Værdier), medens FRANCK og HERTZ finder omkring 10 Volt; den korrigerede Townsend'ske Teori endelig omkring 16 Volt.

<sup>1</sup> PASCHEN: Wied. Ann. 37. p. 79. 1889.

<sup>2</sup> STOLETOW: Journ. d. phys. (2). 9. p. 418. 1890.

<sup>3</sup> J. FRANCK und G. HERTZ: Phys. Zeitschr. 17. p. 409, 430. 1916.  
Dette Arbejde giver en Oversigt over nyere herhen hørende Arbejder.

København, i August 1917.