Arithmetiske Opgaver

ved

fjerde Klasses Hovedexamen i Juni 1875

af

P. C. Petersen.

1. 7 Arbejdere udføre et bestemt Arbejde. I sex Dage have tre af dem udført hver $\frac{1}{10}$ af det hele, de fire andre have udført hver $\frac{1}{12}$ deraf. Hvor mange Dage maa de endnu arbejde paa Fuldførelsen deraf, naar de vedblive at arbejde med samme Kraft?

I de første sex dage udføre de tre Arbejdere $\frac{3}{10}$ af hele Arbejdet, de fire andre $\frac{1}{3}$ deraf. I alt i sex Dage udfører der altsaa $\frac{1}{3}+\frac{3}{10}=\frac{10}{30}+\frac{9}{30}=\frac{19}{30}$ af hele Arbejdet. Der staar altsaa $\frac{11}{30}$ tilbage af Arbejdet. Man har da $\frac{19}{11}=\frac{6}{x}$ eller $x=\frac{66}{19}=3\frac{9}{19}$ Dag.

Altsaa maa der endnu arbejdes $3\frac{9}{19}$ Dag, inden Arbejdet er fuldført.

2. At beregne Værdien af $\frac{10006^{18}}{10003^{19}}$.

(I dette Exempel faas 3 paalidelige Decimaler ved en femcifret Tavle.)

$$\frac{10006^{18}}{10003^{19}} = X = 0{,}000100505.$$

$\log X = 18 \log 10006 - 19 \log 10003 = 72{,}004644 - 76{,}002451 = -3{,}997807 = 0{,}002193 - 4 = \log 0{,}000100505.$

$\log 1000 = 3$

$\log 1000{,}6 = 3{,}000258$

$\frac{1}{0{,}6} = \frac{43}{x}$

$x = 25{,}8$

$\log 10006 = 4{,}000258$

$18 \log 10006 = 72{,}004644$

$$\begin{array}{r} 258 \\ 18 \\ \hline 2064 \\ 258 \\ \hline 4644 \end{array}$$

$\log 1000 = 3$

$\log 1000{,}3 = 3{,}000129$

$\frac{1}{0{,}3} = \frac{43}{x}$

$x = 12{,}9$

$\log 10003 = 4{,}000129$

$19 \log 10003 = 76{,}002451$

$$\begin{array}{r} 129 \\ 19 \\ \hline 1161 \\ 129 \\ \hline 2451 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 76{,}002451 \\ 72{,}004644 \\ \hline 3{,}997807 \end{array}$$

$\log 1005 = 3{,}00217$

$\frac{43}{1} = \frac{2}{x}$

$x = \frac{2}{43} = 0{,}05$

$\log 1005{,}05 = 3{,}00219.$

Arithmetisk Opgave

ved

Hovedexamen i Juli 1875.

Joh. Jensen.
IV^de Klasse.

1. 7 Arbejdere udføre et bestemt Arbejde. I 6 Dage have 3 af dem udført hver $\frac{1}{10}$ af det hele, de 4 andre have udført hver $\frac{1}{12}$ deraf. Hvormange Dage maa de endnu arbejde paa Fuldførelsen deraf, naar de vedblive at arbejde med samme Kraft?

Naar de 3 Arbejdere i 6 Dage hver udføre $\frac{1}{10}$ af Arbejdet, udføre de tilsammen $\frac{3}{10}$, og de 4 andre tilsammen $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.
De 7 Arbejdere udføre altsaa tilsammen i 6 Dage $\frac{19}{30}$ af Arbejdet, og der ~~spørges~~ bliver da $\frac{11}{30}$ af Arbejdet tilbage.
Der spørges altsaa om, hvor mange Dage 7 Arbejdere ~~vil~~ maa arbejde for at udføre $\frac{11}{30}$ af et Arbejde, naar de i 6 Dage udføre $\frac{19}{30}$ af Arbejdet?

$\frac{19}{30}$ af Arbejdet udføres i 6 Dage, hvormange Dage til at udføre $\frac{11}{30}$ af Arbejdet?

Svar: $4\frac{40}{57}$.

Altsaa omtrent 6 Dage.

2. At beregne Værdien af $\frac{10006^{18}}{10003^{19}}$

(I dette Exempel faas 8 paalidelige Decimaler ved den fem-cifrede Tavle.)

$$\frac{10006^{18}}{10003^{19}} = X$$

$$\log X = 18 \log 10006 - 19 \log 10003$$

$$18 \log 10006 = 72{,}00432$$

$$19 \log 10003 = 76{,}00228$$

$$-3{,}99796$$

$$\log X = -3{,}99796$$

$$-\log X = 3{,}99796 = \log 9953{,}2$$

$$X = -9953{,}2$$

$$\log 10006 = 4{,}00024$$

$$\frac{1}{6} = \frac{4}{z} \Big| z = 24$$

$$\log 10003 = 4{,}00012$$

$$\frac{1}{3} = \frac{4}{z} \Big| z = 12$$

$$\begin{array}{r} 400024 \\ 18 \\ \hline 3200192 \\ 400024 \\ \hline 72{,}00432 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4{,}00012 \\ 19 \\ \hline 3600108 \\ 400012 \\ \hline 76{,}00228 \end{array}$$

$$\log 9953 = 3{,}99796$$

$$\frac{1}{y} = \frac{5}{1} \Big| y = \frac{1}{5} = 0{,}2$$

3. At finde x og y udtrykte ved a og b, naar

$$\frac{x}{a} + y = 1,$$

$$xy = -b - \frac{b^2}{a}.$$

$$x + ay - a = 0$$

$$axy + b + b^2 = 0$$

Arithmetiske Opgaver.

ved Hovedexamen i Juli 1875

for.

Hans Petersen.

No 1 $6a^4 - 23a^3b + 25a^2b^2 - 2ab^3 - 6b^4$
skal divideres med =
$2a^2 - 5ab + 3b^2$

$$2a^2 - 5ab + 3b^2 \,)\, 6a^4 - 23a^3b + 25a^2b^2 - 2ab^3 - 6b^4 \,(\, 3a^2 - 4ab - 2b^2$$
$$\mp 6a^4 \pm 15a^3b \mp 9a^2b^2$$
$$-8a^3b + 16a^2b^2 - 2ab^3$$
$$\mp 8a^3b \pm 20a^2b^2 \mp 12ab^3$$
$$-4a^2b^2 + 10ab^3 - 6b^4$$
$$\mp 4a^2b^2 \pm 10ab^3 \mp 6b^4$$
$$0$$

No 2 $\frac{2a+x}{a+x} + \frac{a-2x}{a-x} + \frac{2ax}{a^2-x^2} =$

Størrelsen bringes i sin simpleste Form.

$$(a-x)(2a+x) + (a+x)(a-2x) + \frac{2ax}{a^2-x^2} =$$
$$2a + x + a - 2x + \frac{2ax}{a^2-x^2} =$$
$$a\left(2 + x + -2x + \frac{2x}{a^2-x^2}\right)$$

Arithmetiske Opgaver

ved

Hovedexamenen i Juni 1875

L. H. Finnemann

4.de Klasse.

№ 1

7 Arbeidere udføre et bestemt Arbeide. I 6 Dage have 3 af dem udført hver $\frac{1}{10}$ af det hele, de 4 andre have udført hver $\frac{1}{12}$ deraf. Hvor mange Dage maa de endnu arbejde paa Fuldførelsen deraf, naar de vedblive at arbejde med samme Kraft?

De tre Arbeidere udføre tilsammen i 6 Dage $\frac{3}{10}$ af hele Arbeidet, de fire tilsammen $\frac{1}{3}$ deraf. Altsaa er der i det hele bleven udført $\frac{3}{10}+\frac{1}{3}=\frac{19}{30}$ af hele Arbeidet i 6 Dage. Det tilbageblevne er ~~og~~ $\frac{11}{30}$ af hele Arbeidet.

$\frac{19}{30}$ — 6 Dage — $\frac{11}{30}$

19)66 Dage

$3\frac{9}{19}$ Dage.

№ 2

At beregne Værdien af $\frac{10006^{18}}{10003^{19}}$.

(I dette Exempel faas 8 paalidelige Decimaler ved en femcifret Tavle)

$18 \log 10006 - 19 \log 10003 =$

$18 \cdot 4{,}000258 - 19 \cdot 4{,}000129 =$

$72{,}004644 - 76{,}002451 =$

$-3{,}997807 = 4 - 3{,}997807 - 4 =$

$0{,}002193 - 4 = \log 0{,}000100505.$

$\log 10006 = 4{,}000258$

$\frac{1}{0{,}6} = \frac{43}{x} \quad x = 25{,}8$

$\log 10003 = 4{,}000129$

$\frac{1}{0{,}3} = \frac{43}{x} \quad x = 12{,}9$

$\log 1005 = 3{,}00217$

$\frac{1}{y} = \frac{43}{2{,}3} \quad y = \frac{23}{430} =$

$0{,}05$

```
 258        129
  18         19
2064       1161
258        129
4644       2451
```

$\frac{10006^{18}}{10003^{19}} = 0{,}000100505.$

№ 3

At finde x og y udtrykte ved a og b, naar

$$\frac{x}{a} + y = 1,$$
$$xy = -b - \frac{b^2}{a}$$

Fra første Ligning faas $x + ay = a \mid x = a - ay$.
Indsættes x Værdi i den anden Ligning
faas $ay - ay^2 = a(y - y^2) = -b - \frac{b^2}{a}$.

$$y - y^2 = -ab - b^2$$
$$y^2 - y + ab - b^2 = 0$$
$$y = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + (ab - b^2)}$$
$$\left.\begin{matrix} x \\ y \end{matrix}\right\} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + ab - b^2}.$$

Arithmetiske Opgaver

ved Hovedexamen 1875.

V. Finch.

№ 1) $6a^4 - 23a^3b + 25a^2b^2 - 2ab^3 - 6b^4$

skal divideres med

$2a^2 - 5ab + 3b^2$

Hvad bliver Qvotienten? $\underline{3a^2 - 4ab - 2b^2}$

$$
\begin{array}{l|l}
2a^2 - 5ab + 3b^2 \,)\; 6a^4 - 23a^3b + 25a^2b^2 - 2ab^3 - 6b^4 & 3a^2 - 4ab - 2b^2 \\
\quad \underline{{}^-_+6a^4 \pm 15a^3b \mp 9a^2b^2} & \\
\quad\quad -8a^3b + 16a^2b^2 - 2ab^3 & \\
\quad\quad \underline{\pm 8a^3b \mp 20a^2b^2 \pm 12ab^3} & \\
\quad\quad\quad -4a^2b^2 + 10ab^3 - 6b^4 & \\
\quad\quad\quad \underline{\pm 4a^2b^2 \mp 10ab^3 \pm 6b^4} &
\end{array}
$$

№ 2) Størrelsen

$$\frac{2a+z}{a+z} + \frac{a-2z}{a-z} + \frac{2az}{a^2-z^2} = 3$$

bringes paa sin simpleste Form.

Generalnævneren $= (a+z)(a-z) = a^2 - z^2$

$$\frac{2a+z}{a+z} + \frac{a-2z}{a-z} + \frac{2az}{a^2-z^2} = \frac{2a^2 - 2az + az - z^2 + a^2 + az - 2az - 2z^2 + 2az}{a^2-z^2} =$$

$$\frac{2a^2 + a^2 - 2az - 2az + 2az + az + az - z^2 - 2z^2}{a^2-z^2} = \frac{3a^2 - 3z^2}{a^2-z^2} = \frac{3(a^2-z^2)}{a^2-z^2} = 3.$$

Arithmethisk Udarbeidelse

ved

Hovedexamen 1875.

Otto Rosenstand. –

1) $6a^4-23a^3b+25a^2b^2-2ab^3-6b^4$ skal divideres med $2a^2-5ab+3b^2$. Hvad bliver Kvotienten?

$$
\begin{array}{r|l|l}
2a^2-5ab+3b^2 & 6a^4-23a^3b+25a^2b^2-2ab^3-6b^4 & 3a^2-4ab-2b^2 \\
 & \underline{\pm 6a^4 \mp 15a^3b \pm 9a^2b^2} & \\
 & -8a^3b+16a^2b^2-2ab^3 & \\
 & \underline{\mp 8a^3b \pm 20a^2b^2 \mp 12ab^3} & \\
 & -4a^2b^2+10ab^3-6b^4 & \\
 & \underline{-4a^2b^2+10ab^3-6b^4} &
\end{array}
$$

2) Størrelsen $\frac{2a+x}{a+x}+\frac{a-2z}{a-z}+\frac{2az}{a^2-z^2}$ bringes paa sin simpleste Form.

Generalnævner $= a^2-z^2$.

$$\frac{2a^2+az-2az-z^2+a^2-2az+az-2z^2+2az}{a^2-z^2} =$$

$$\frac{2a^2-z^2+a^2-2z^2}{a^2-z^2} = \frac{3a^2-3z^2}{a^2-z^2} = \frac{3(a^2-z^2)}{a^2-z^2} = \underline{3}.$$

3) At finde x af Ligningen $\frac{2x-3}{5} - 1 = \frac{5(x-1)}{3} - \frac{7x-18}{2}$.

$$12x - 18 - 30 = 50(x-1) - 105x - 270.$$

$$12x - 48 = -55x - 320 \quad \Big| \quad 12x + 55x = -320 + 48 =$$

$$67x = -272 \quad \Big| \quad x = \frac{67}{-272}.$$

Arithmetisk Opgave

ved

Hovedexamen 1875.

Valdemar Petersen.

IV^de^ Klasse.

I.

7 Arbejdere udføre et bestemt Arbejde. I 6 Dage have 3 af dem udført hver $\frac{1}{10}$ af det hele, de 4 andre have udført hver $\frac{1}{12}$ deraf. Hvor mange Dage maa de endnu arbejde fra Fuldførelsen deraf, naar de vedblive at arbejde med samme Kraft?

$$\frac{3}{10} + \frac{4}{12} = 6x - 36$$

$$\frac{76}{120} + 36 = 6x$$

$$x = \frac{76}{720} + 6 = \frac{76 + 4320}{720} = \frac{4796}{720}$$

$$x = 6\frac{119}{130}$$

II.

At beregne Værdien af $\frac{10006^{18}}{10003^{19}}$

$$\frac{10006^{18}}{10003^{19}} = \frac{a^{18}}{b^{\cancel{17}\,19}} = X = 1,3489$$

$$\log X = 18 \log a - 19 \log b = 18 \log a - 19 \log b =$$

$$18 \log 10006 - 19 \log 10003 = 18.4,4 - 19.4,1 =$$

$$79,2 - 77,9 = 1,3 = \log 1,3489$$

(I dette Exempel faas 8 paalidelige Decimaler ved en femcifret Tavle.)

III.

At finde x og y udtrykte ved a og b, naar

$$\frac{x}{a} + y = 1$$

$$xy = -b - \frac{b^2}{a}$$

$$x = a - ay \quad \Big| \quad y = 1 - \frac{x}{a}$$

$$x = -\frac{b}{y} - \frac{b^2}{ay} \quad \Big| \quad y = -\frac{b}{x} - \frac{b^2}{ax}$$

$$a - ay = -\frac{b}{y} - \frac{b^2}{ay}$$

$$a + \left(b + \frac{b^2}{a}\right)\frac{1}{y} = ay$$

$$a + b + \frac{b^2}{a} = ay^2$$

$$\frac{a + b + \frac{b^2}{a}}{a} = y^2$$

$$y = \sqrt{\frac{a + b + \frac{b^2}{a}}{a}} = \sqrt{1 + \frac{b}{a} + \frac{b^2}{a^2}}$$

$$1 + \left(b + \frac{b^2}{a}\right)\frac{1}{x} = \frac{x}{a}$$

$$1 + b + \frac{b^2}{a} = \frac{x^2}{a}$$

$$x^2 = a + ab + b^2$$

$$x = \sqrt{a + ab + b^2}$$