VI Kl. Real.

Geometriske Opgaver

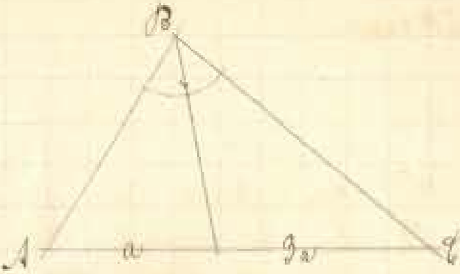
af

Bj. Höyer.

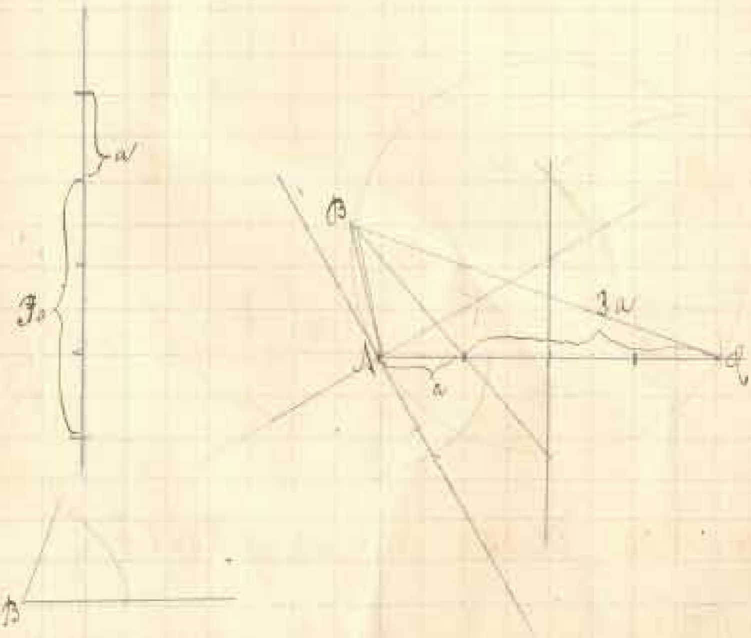
12

Bech

No 1



Tænkes Opgaven løst ses let, hvorledes Trekanten konstrueres. [Naar en Vinkel i en Trekant halveres o.s.v. altsaa $\frac{AB}{BC} = \frac{a}{3a}$]

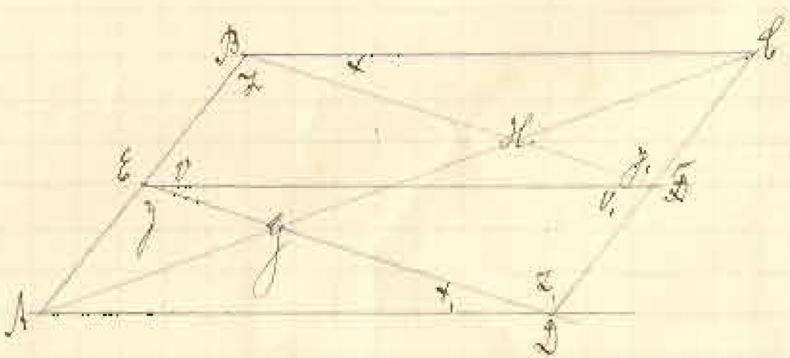


vende!

Konstruktion

Man afsætter FV som Korde, over denne en Bue rummende $\angle B$. Fra den nederste Bues Midtpunkt trækkes en Linie igjennem det første Delingspunkt. Vinkel B bliver da halveret, da hver af Vinklerne kommer til at spænde over lige store Buer.

№ 2



$\triangle BCF \cong \triangle EAD$, thi $BC = AD$ og $EA = CF$ og $\angle C = \angle A$ (To Trekanter der have de to Sider og den indes. o.s.v.

$BF = ED$ og $EB = DF$. Man skal nu bevise:

$BF \mp ED$.

$x = x_1$ lige $z = z_1$, da $\angle B = \angle D$, og $y = y_1$, altsaa dens Nabovinkel $v = 180 - y = v_1$

$v + z = 180$

De modstaaende Vinkler ere nu beviste at være lige store og de modstaaende Sider parvis lige store

Figuren er altsaa et Parallelogram.

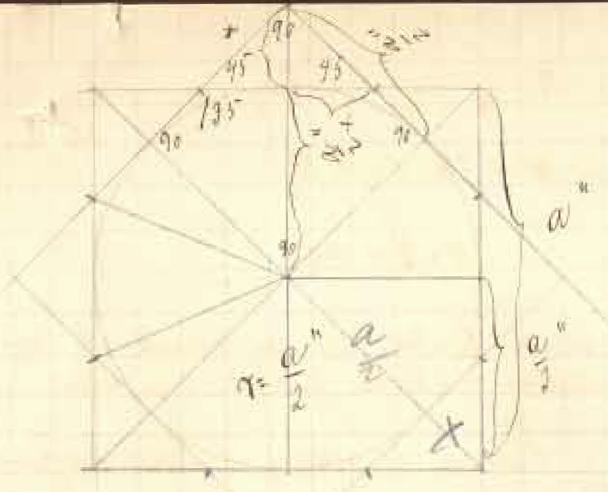
Bevis: $AG = GH = HC$.

[Da $EF = BG$ og EF]

Da $EG \mp BH$ og EG ligeledes gaar fra Midten af AB, saa vil den gaa over til den anden Sides Midtpunkt, thi en Linie der gaar fra Midte til Midte o.s.v.

altsaa $AG = GH$. Og da HF gaar fra Midten af CD og er parallel med GD, er $CH = HG$.

Altsaa: $AG = GH = CH$.



r

Hver af Vinklerne = 135°. $r = \frac{a"}{2}$

$2x$ = Ottekantsiden.

$x(x + \frac{a}{2} + \frac{a}{2})$

$\frac{a^2}{4} = x^2 + \frac{ax}{2}$; $x^2 + \frac{ax}{2} = \frac{a^2}{4}$;

En Del Meninger er der!

$x = \div \frac{a}{4} \pm \sqrt{\frac{a^2}{16} + \frac{4a^2}{16}}$; $x = \div \frac{a}{4} \pm \frac{a}{4}\sqrt{5}$;

$x = \frac{a}{4}\sqrt{5} \div \frac{a}{4}$;

Ottekantsiden $= 2\left(\frac{a}{4}\sqrt{5} \div \frac{a}{4}\right) = \frac{a}{2}(\sqrt{5} - 1)$

Arealet $= \frac{a}{2} \cdot \frac{a \cdot 8}{2 \cdot 2}(\sqrt{5} - 1) = a^2(\sqrt{5} - 1)$

10,45

2^den^ Klasse

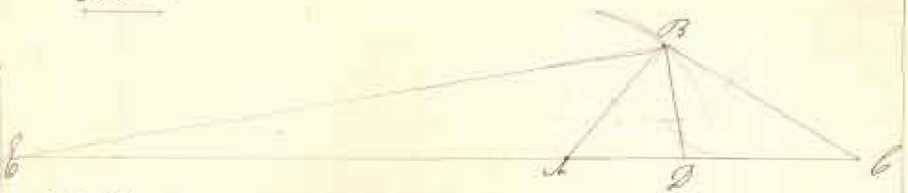
Geometriske Opgaver

for

Johannes Jepsen

Del en given Linie AC harmonisk i Forholdet 2 til 3. (paa begge Maader).

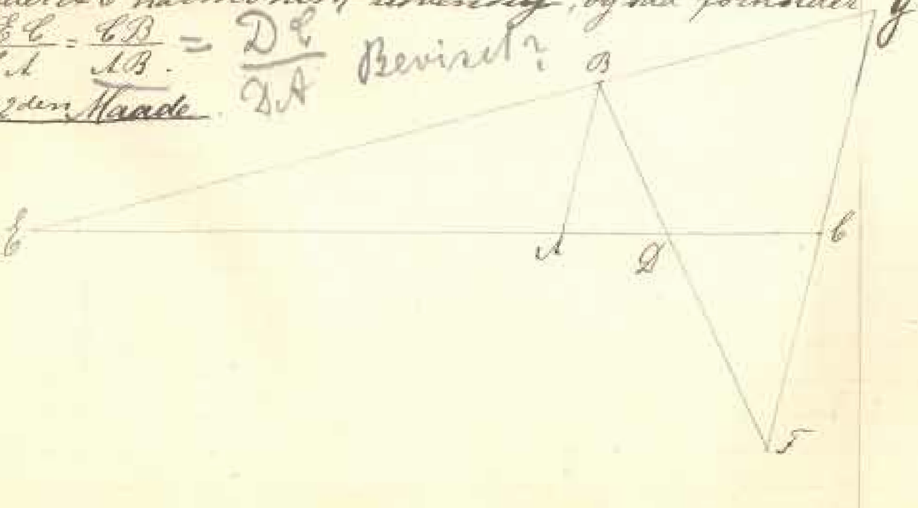
Enheden



1ste Maade

Radius Man vælger først en Enhed, og med en (Linie), som indholder 2 Enheder, slaar man en Cirkel med A til Centrum, ligeledes slaar man en Cirkel med C til Centrum, og hvis Radius indholder tre Enheder, og disse to Cirklers Skjæringspunkt giver Toppunktet. Naar man saa halverer ∠B, saa deler D Linien AC harmonisk indvendig, og saa forholde $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DC}$, ifølge den Sætning, at en Linie, der halverer en Vinkel i en Trekant, deler den modstaaende Side i Stykker, der forholde sig til hinanden, som de to Linier, der indeslutter Vinklen. Naar man derpaa halverer ∠B's Nabovinkel, faar man et Punkt E, som deler AC harmonisk udvendig, og saa forholder $\frac{EC}{EA} = \frac{CB}{AB}$. $= \frac{DC}{DA}$ Bevist?

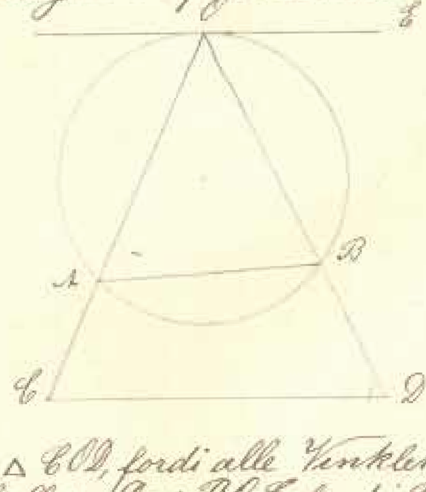
2den Maade



Man vælger ligeledes her en Enhed.
Man opreyser i A en velkaarlig Linie, som indholder 2 Enheder, og i C opreyser man en Linie ∥ Linien i A, som indholder 3 Enheder, men den skal ogsaa forlanges nedad til F. Derpaa forbinder man B og F, og denne Linie skjærer AC i D, som er det indvendige harmoniske Delingspunkt, og saa er $\triangle ABD \sim \triangle DCF$, og saa faar man $\frac{AB}{CF} = \frac{AD}{DC}$. Derpaa trækker man en Linie fra F, og som gaar igjennem B, som skjærer CA's Forlængelse i E, og som er det udvendige harmoniske Delingspunkt, og saa faar man, at $\frac{EC}{EA} = \frac{CF}{AB}$.

No 2.

Bevis følgende Sætning:
Naar der fra en Tangents Berøringspunkt O med en Cirkel udgaar to rette Linier, som skjære Cirklen i A og B og derefter en med Tangenten parallel Linie i C og D, saa er $\triangle AOB \sim \triangle DOC$. Angiv Proportionerne mellem Siderne.

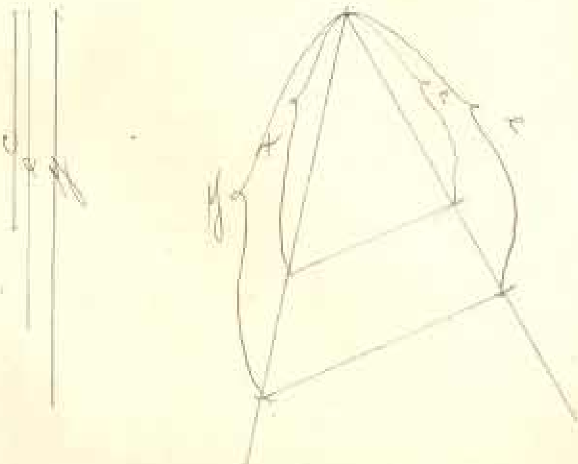


$\triangle AOB \sim \triangle COD$, fordi alle Vinkler ere ligestore. $\angle O$ havde fælles $\angle D = \angle BOE$, fordi Linierne ere paralelle, men $\angle BOE = \angle OAB$, fordi spændt over samme Bue nemlig $\frown BO$. Saa faar man Proportionerne $\frac{CD}{AB} = \frac{CO}{BO} = \frac{DO}{AO}$.

Konstruer:

$X = \frac{3abc}{de}$, idet a, b, c, d og e ere givne Linier.

For at kunde konstruer $x = \frac{3abc}{de}$, som Fjerdeproportional, kan man skrive de om, og sige, at $y = \frac{3ab}{d}$, altsaa i Stedet for $\frac{3ab}{d}$ faa kan man sætte y, saa faar man $x = \frac{yc}{e}$, og saa kan man skrive det om saaledes $\frac{x}{y} = \frac{c}{e}$.



Konstruktionen af y mangler!

Man afsætter først en Vinkel, og ud af den ene Ben afsætter man først c fra Toppunktet og derpaa e. Ud af den anden Ben afsætter man y, derefter forbinder man y og e's Endepunkt, derpaa trækker man en Linie fra c's Endepunkt ∥ den første, og saa har man fundet x.

I Klasse

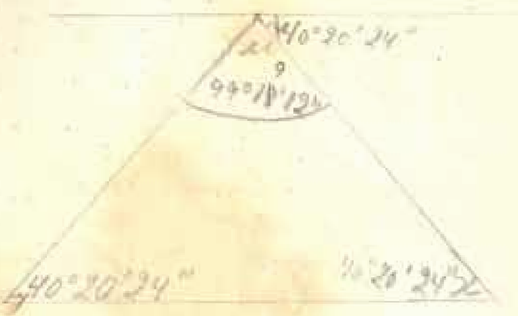
Geom[illegible] Opgaver

ved [illegible]

Rudolf Abel

1)

Gjennem Toppunktet i en ligebenet Trekant er trukket en Linie ∥ Grundlinien og den danner med et af Benene en Vinkel lig 40°20'24." Hvilke ere Trekantens Vinkler



Vinklerne x = x, thi de ere indvendige Vexelvinkler

Vinklerne ved Grundlinien i en ligebenet Trekant ere lige store altsaa er x = y, x = 40°20'24", y = 40°20'24", altsaa maa u være = 99°19'12" da de tilsammen ere lig med = 180°

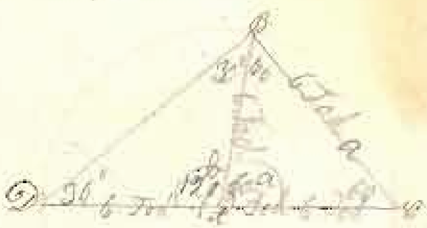
2)

Hvorstor er hver Vinkel i en Tyvekant, naar alle Vinklerne ere lige store.

I enhver Polygon ere Vinklerne lig 2n R - 4R. I en Tyvekant ere de lig med 40R - 4 = 36 R, hver Vinkel er altsaa lig med $1\frac{4}{5}$R.

3)

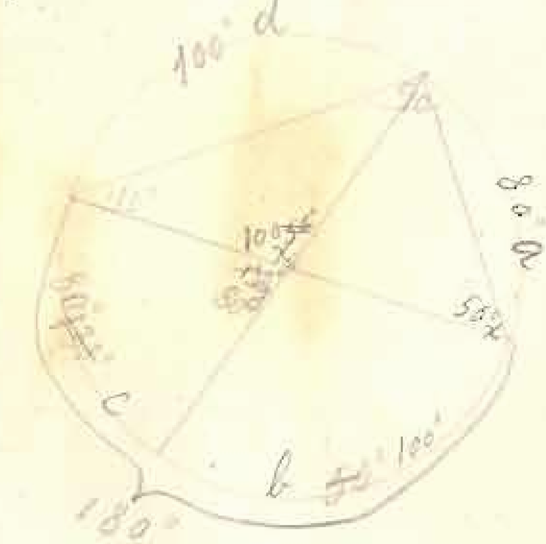
En retvinklet Trekants ene Kathete er 6 Fod og Hypotenusen 12 Fod. Hvor store ere Vinklerne i de Trekanter, der fremkomme, naar Medianen drages fra den rette Vinkels Toppunkt.



Linien ... er = de to Radier altsaa bliver Trekanten A B C ligesidet. Vinkelen a er = Nabovinkel til b, den bliver altsaa = 120°. Trekanten A B D er ligebenet altsaa bliver Vinklerne ved Grundlinien hver 30°, da alle Vinklerne i Trekanten ere = 180°

4)

En retvinklet Trekant er indskreven i en Cirkel. Vinklen, som den ene Kathete danner med Hypotenusen er 40°. Fra den rette Vinkels Toppunkt trækes en Diameter. Hvor store ere alle Buer i Figuren.



En Bue er dobbelt saa mange Grader som sin Periferivinkel, altsaa er $a = 80°$ $d = 100°$, da den Periferivinkel

$x = 100°$, x og y ere Nabovinkler y er altsaa $= 80°$ $\smile c$ er $= 80°$ da en Centervinkel er lige saa mange Grader som sin Bue. $\smile c + \smile b$ ere $= 180°$ altsaa er $b = 100°$

Geometri

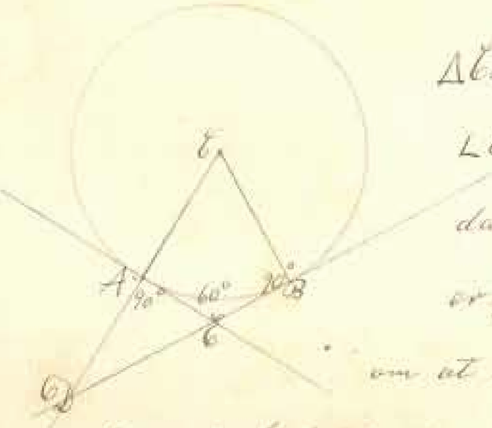
Franz C. v. Işşen.

Ribe Kathedralskole 188

12,00

No 2.

En Cirkelbue AB er 60°. Radius CA og Tangenten til B skære hinanden i D. Tangenten til A skærer BD i E. Find Forholdet mellem Trekanterne CBD og EAD.



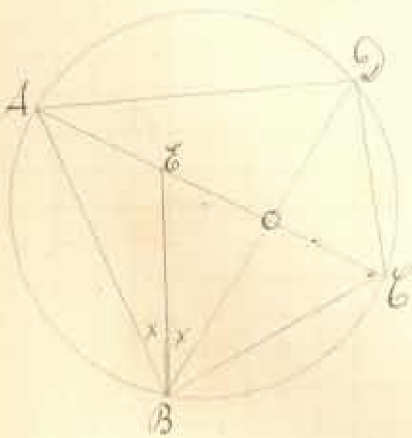
$\Delta CDB \sim \Delta ADE$ thi:

$\angle CBD = \angle EAD$ (begge = 90° da de dannes af Tangent og Radius) og $\angle ADE$ er fælles — Ifølge Sætningen om at naar to Trekanter ere ligedannede forholde deres Arealer sig som Kvadratet paa det ensidige Forhold faas naar man kalder Δ AED's Areal for t og Δ DCB's for T:

$$\frac{t}{T} = \frac{(DE)^2}{(DC)^2}$$

No 3.

Den ptolemæiske Sætning fremsættes og bevises. Dernæst anvendes den til at finde Korden til Buen 3a af Korderne til Buerne 2a og a, idet a har en vilkaarlig Gradestørrelse. Til Exempel findes Korden til 108° af den til 36° og 72°. Den sidste er $\frac{r}{2}\sqrt{10 \div 2\sqrt{5}}$



I en indskreven Firkant er Diagonalernes Produkt lig med Summen af de modstaaende Siders.

$\triangle BEO \sim \triangle BCD$ thi:

$\angle CBD = OBE$ (tegnede vinkler) og

$\angle CDB = \angle BEO$ (ligestaaende over samme Bue). Altsaa gjælde følgende

Forhold: $\frac{CD}{DB} = \frac{OE}{BE}$

$k_4 = r\sqrt{2}$ — $K = k\sqrt{4 \div (\frac{k}{r})^2}$

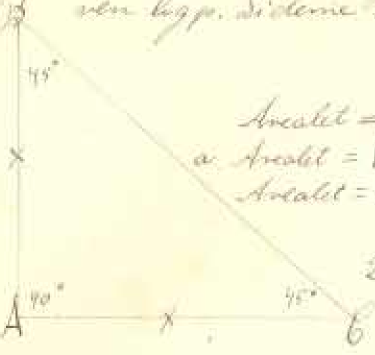
$k_6 = r$ — $k = \frac{r}{2}\sqrt{2 \div \sqrt{4 \div (\frac{K}{r})^2}}$

$k_{10} = \frac{r}{2}(\sqrt{5} \div 1)$ — $\rho = r\sqrt{1 \div (\frac{k}{2r})^2}$

$\tau = \frac{r\rho}{r}$; $R = \frac{r^2}{\rho}$

№ 1.

Omkredsen af en ligebenet retvinklet Trekant er given lig p. Siderne beregnes og Trekanten konstrueres.



$$\text{Arealet} = \frac{x^2}{2}$$

$$a \quad \text{Arealet} = \sqrt{p(p-x)(p-x)(p-a)} = \sqrt{p(p-a)(p-x)^2}$$

$$\text{Arealet} = rp.$$

$$2x^2 = a^2$$

$$x^2 = \frac{a^2}{2};\ x = \sqrt{\frac{a^2}{2}} = a\sqrt{\tfrac{1}{2}}$$

$$2x + a = p.$$