1 Kl

Kl 11,7

Geometriske Opgaver

ved

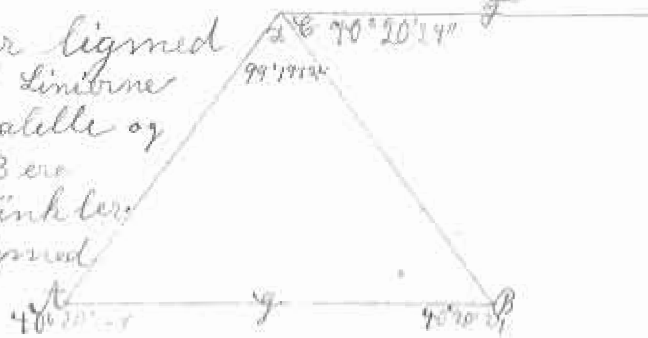
Aarsprøven 1886.

for

Hans Frederik Hansen. Ribe.

1) Gjennem Toppunktet i en ligebenet Trekant er trukken en Linie ‡ Grundlinien og den danner med et af Benene en ∠ lig 40°20'24". Hvilke ere Trekantens Vinkler?

A og B ere hver ligmed 40°20'24" fordi Linierne g og F ere paralelle og Vinklerne C og B ere uensliggende Vinkler og derfor er ∠ ligmed 99°19'12"

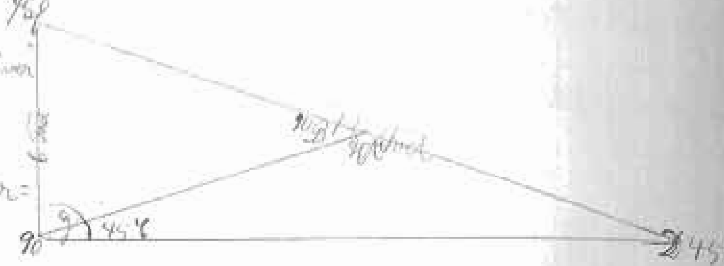


2) Hvor stór er hver Vinkel i en 20 Kant, naar alle Vinklerne ere lige stóre

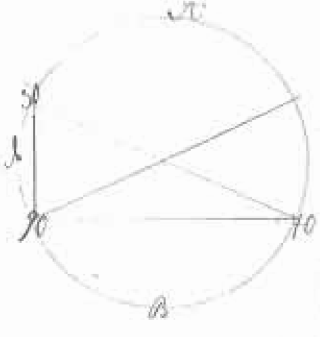
Alle Vinklernes Sum er 36R og hver enkelt ~~R~~ $1\frac{4}{5}$ Ret.

3) En Retvinklets Trekants ene Kathete er 6 Fod og Hypotenusen 12 Fod. Hvor store ere Vinklerne i de to Trekanter der fremkomme naar Medianen drages fra den rette Vinkels Toppunkt.

E, D og C ere hver lig med 45
G er = 90
A og B er hver = 90



4) En retvinklet Trekant er indskreven i en Cirkel. Vinkelen som den ene Kathete danner med Hypotenusen er 40°. Fra den Vinkels Toppunkt trækkes en Diameter. Hvor store ere alle Buerne i Figuren?



A = 45° da den er en Periferivinkel som maales ved den hvorve Bue. B er lig me 25 og 8 = 20

II. Klasse.

Geometriske Opgaver

ved

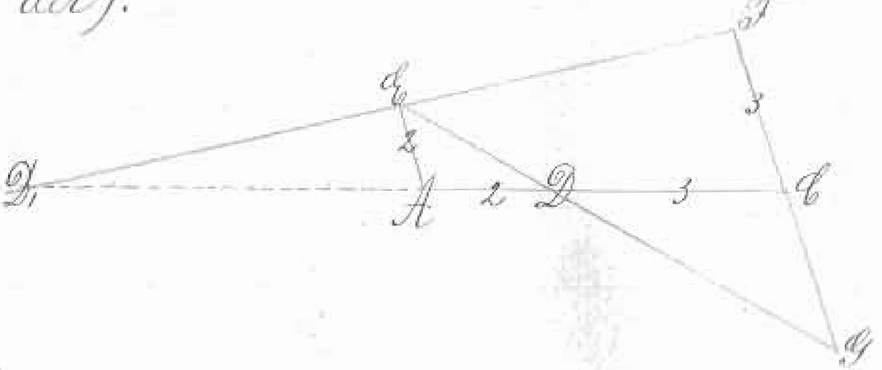
Hovedexamen 1886.

af

N. L. Christensen.

I.

Del en given Linje AC harmonisk i Forholdet 2–3 (paa begge Maader).



Fra A afsættes 2 Gange en Enhed, som naar til E, og fra C afsættes Enheden 3 Gange $\neq AE$ og forlænges ligesaalangt til den anden Side, hvor den naar til G. E og G forbindes og Forbindelseslinjen skærer AC i D. $\triangle AED \sim \triangle DGC$ i Forholdet $\frac{2}{3}$, da de staa over

X og Linjerne AE og FC er parallele.
Man har: $\frac{AD}{ED} = \frac{DC}{DF} = \frac{2}{3}$, hvoraf man ved Ombytning af Mellemleddene faar: $\frac{AD}{CD} = \frac{DE}{DF} = \frac{2}{3}$.

Det udvendige Delingspunkt faas ved fra F at trække en Linje gjennem E, som skærer AC (forlænget) i D_1. $\Delta D_1EA \sim \Delta D_1FC$ i Forholdet $2-3$, da $\angle D_1$ er fælles, og $EA \parallel FC$.

Man tegner en Trekant, hvor to af Siderne forholde sig som $2-3$. Man drager gjennem C en Linje

$\neq AB$, som skærer $\angle B$'s Halveringslinje i E. $\triangle ABD \sim CDE$, da $AB \neq EC$.
Deraf faar man $\frac{AD}{AB} = \frac{DC}{EC}$, men da $EC = BC$, fordi BEC er ligebenet, har man:
$\frac{AD}{AB} = \frac{DC}{BC}$, og naar Yderleddene ombyttes:
$\frac{BC}{AB} = \frac{DC}{AD} = \frac{2}{3}$, hvilket var det, der skulde bevises. Beviset for $\frac{AD}{CD} = \frac{AD'}{CD'}$ mangler.

1 Opg. mangler.

II.

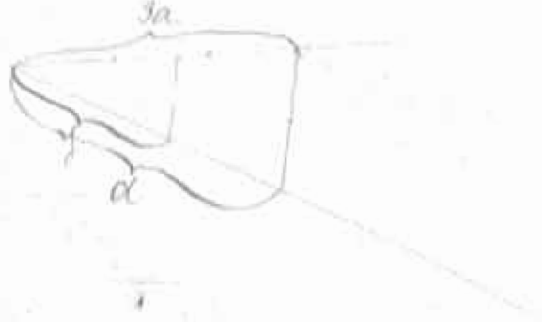
Konstruer $x = \frac{3abc}{de}$, idet a, b, c, d og e ere givne Linjer.

Man konstruerer först: $y = \frac{bc}{e}$; $\frac{y}{b} = \frac{c}{e}$

Man afsætter da en vilkaarlig Vinkel, og ud ad denne afsætter man fra Vinklens Spids Linjen e; dernæst afsættes fra samme Sted og paa samme Ben Linjen c; paa det andet Ben afsætter man b. b og e's Endepunkter forbindes og en Linje parallel med denne Forbindelseslinje gjennem c's Endepunkt skærer det andet Ben i y's Endepunkt.

Da man har fundet $\frac{bc}{c}=y$ kan man konstruere X som en Fjerdeproportional.

En vilkaarlig Vinkel tegnes og ud ad dennes ene Ben afsættes y og d. Paa det andet Ben afsættes $\bar{a}$ 3 Gange i hverandres Forlængelse. Man faar X ved at tegne en Linje gjennem y $\neq$ d og 3a's Forbindelseslinje.



$$\frac{3a}{d}=\frac{x}{y}$$

10 135

II Klasse

Geometriske Opgaver

ved

Hovedexamen i Juni 1856

for

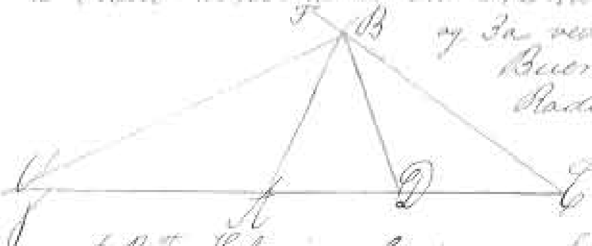
P. Amorsen

1)

Del en given Linie AC harmonisk i Forholdet 2 til 3 (paa begge Maader).

Man vælger sig et lille Maal a. a ——

a. Man konstruerer en Trekant ABC af AC, 2a og 3a ved om A og C at slaa Buer med 2a og 3a til Radier. Disse Buers Skæringspunkt give da B. Man halverer nu ∠ABC og ∠ABF. Halveringsliniernes Skæringspunkter med AC give da Delingspunkterne D og G, som dele AC harmonisk, fordi $\frac{AG}{CG} = \frac{AD}{CD} = \frac{AB}{BC} = \frac{2}{3}$ Bevist?



b. Man opreiser i A en vilkaarlig Linie AB = 2a og en i C = 3a = CF, som forlænges til E saaledes at FC = CE. Derpaa forbindes B med F og E. Disse Liniers Skæringspunkter med AC give nu D og G. (fordi △ABD ∼ △CDE, da AB ∥ CE og △ABG ∼ △CFG af samme Grund.

glemt at CF ∥ BA

nu kommer det endelig!

Deraf faas $\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{CE}$ men $EC = FC$

altsaa $\frac{AD}{CD} = \frac{AB}{FC}$ og $\frac{BG}{FG} = \frac{AB}{FC} = \frac{2}{3}$ og altsaa ogsaa

$\frac{AD}{CD} = \frac{BG}{FG} = \frac{2}{3}$ hvilket **ikke** skulde bevises!

2)

Bevis følgende Sætning:

Naar der fra en Tangents Røringspunkt O med en Cirkel, udgaar to rette Linier, som skjære Cirkelen i A og B og derefter skjærer en med Tangenten parallel Linie i C og D, saa er △AOB ∼ △COD.

Angiv Proportionerne mellem Siderne.

∠z er fælles i begge Trekanterne; ∠x = ∠u = ½ AO, men den er ogsaa = ∠v, da EF ∥ CD. Altsaa er ∠u = ∠v og △AOB er følgelig ∼ △COD. Deraf faas Forholdene:

$$\frac{AO}{OD} = \frac{OB}{OC} = \frac{AB}{CD}$$

3) Konstruer $x = \frac{3abc}{de}$ i hvilket a, b, c, d og e ere givne Linier.

A

B

Man konstruerer først $y = \frac{3ab}{d}$ eller som en fjerde Proportional til 3a, b og d. Altsaa $\frac{y}{3a} = \frac{b}{d}$ (Figur A).

Derpaa konstruerer man $x = \frac{yc}{e}$ eller som en fjerde Proportional til y, c og e. Altsaa $\frac{x}{y} = \frac{c}{e}$ (Figur B).

4den Klasse.

Geometriske Opgaver

for

Christian Fr. Steen.

Hovedexamen i Juni 1886

No. 7.

Del en given Linje AC harmonisk i Forholdet 2 til 3 (paa begge Maader).

a

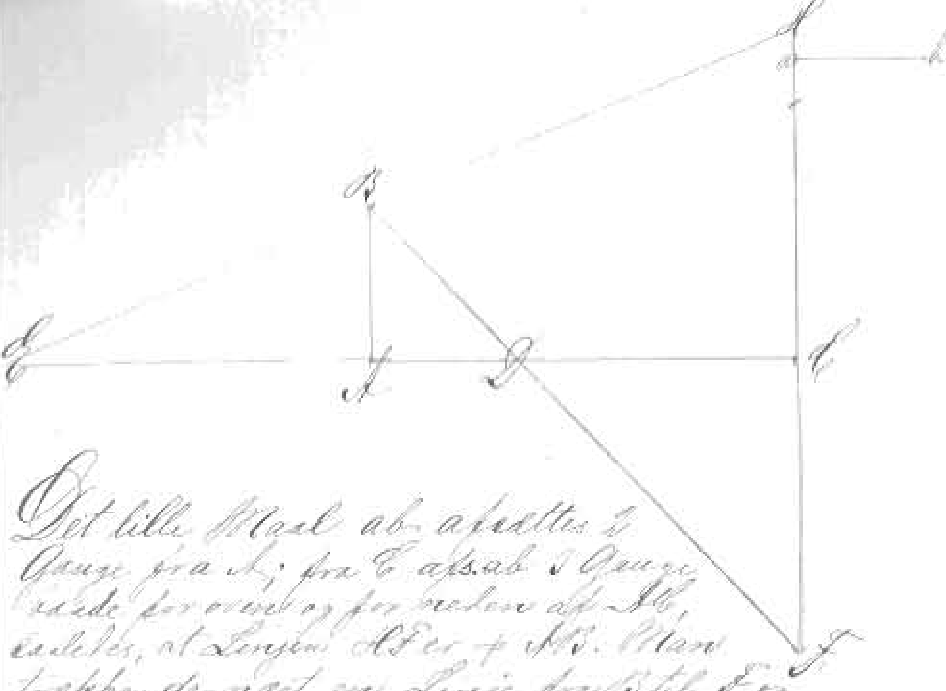
Man vælger sig et lille Maal f. Ex. ab; dernæst tegner man en Cirkel omkring A som Centrum, hvis Radius er 2ab; ligeledes tegner man med C som Centrum en Cirkel, hvis Radius er 3ab. Fra disse to Cirklers Skjæringspunkt trækkes Linjer til A og C; derved faaes en Trekant, hvori man halverer Topvinklen. Halveringslinien skærer AC i D, som er det indvendige Delingspunkt. Man har nu:

$$\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC}$$; thi, naar en Vinkel i en Trekant halveres, deler den den modst. Side i Stykker, der forholde sig som de Sider, der indeslutte Vinklen.

Det udvendige Delingspunkt faaes ved at halvere Topvinklens Nabovinkel, hvis Halveringsl. skærer Linjen AC i E. Man har nu, at

$$\frac{AE}{EC} = \frac{AB}{BC} = \frac{2}{3}$$ Bevist.

vend!



Det lille Maal ab afsættes 2 Gange fra A; fra C afsab 3 Gange saavidt for oven og for neden af AC, saaledes, at Længden AF er = AB. Man trækker dernæst en Linie fra B til F og denne Linies Skjæringspunkt med AC giver os det indvendige Delingspunkt D. Heraf faar man:

$$\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{CF} = \frac{2}{3}.$$

Det udvendige Delingspunkt faar man ved fra B at trække en Linie gjennem G, der skjærer AC's Forlængelse i E. Heraf faas Forholdene:

$$\frac{AD}{DE} = \frac{AE}{CE} = \frac{2}{3}$$ ✓ Beviis mangler!

No. 7.

Konstruer: $x = \frac{3abc}{de}$, idet a, b, c, d og e ere givne Linier.

$x = \frac{3abc}{de}$, $x = \frac{aaabc}{de}$.

Man sætter $x = \frac{aaa}{d}$, $\frac{y}{a} = \frac{a}{d}$ og konstruer y som en tredje Proportional til a og d. Istedet for $\frac{aaa}{d}$, kan man nu sætte y, altsaa $x = \frac{ybc}{e} : d$

Nu sætter man $z = \frac{yb}{e}$, $\frac{z}{y} = \frac{b}{e}$, og konstr. z som en fjerde Proport. til ybe; istedet for ybe kan man nu sætte z, altsaa $x = ze$, $\frac{x}{z} = e$.

No. 8.

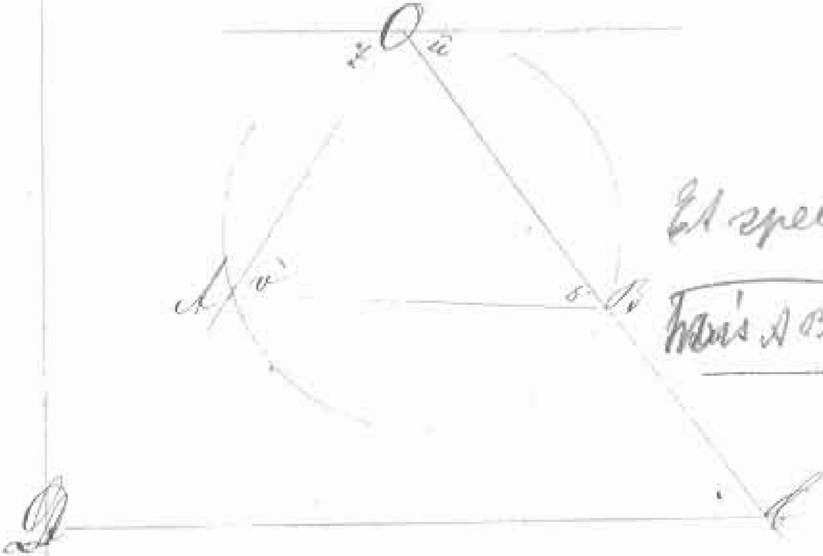
Bevis følgende Sætning:

Naar der fra en Tangents Berørings-punkt O med en Cirkel udgaaer to rette Linjer, som skære Cirklen i A og B og der-efter skære en med Tangenten ‡ Linje i C og D, saa er △ AOB ∼ DOC.

Angiv Proportionerne mellem Siderne.

vedr.

Beviis, at △ ABO ∼ △ DOC.



Et speciell Tilfælde.

Beviis AB ∥ DC

∠v = ∠u, thi de spænde over samme Bue; af samme Grund er ogsaa ∠s = ∠z. Dernæst givet, at DC er ∥ Tangenten, deraf følger, at ∠D = ∠z og ∠C = ∠u, men ∠z = ∠s og ∠u = ∠v, altsaa bliver ∠C = ∠v og ∠s = ∠D, følgelig bliver AB ∥ DC og △ ABO ∼ DOC.

Man har nu: $\frac{OA}{AD} = \frac{OB}{BC} = \frac{AB}{DC}$.

Chr: Steen.

[illegible] 1 Kl

Geometriske Opgaver

ved

Aarsprøven 1856

af

R. J. Th. Andresen

No. 1.

Gennem Toppunktet i en ligebenet Trekant er trukken en Linie paralel med Grundlinien, og den danner med et af Benene en Vinkel = 40° 20' 24". Hvilke ere Trekantens Vinkler?

$x = 40° 20' 24''$
$y\ 40° 20' 24''$
$t = 99° 19' 12''$
$2y = 80° 40' 48''$
$y = 40° 20' 24''$

Linien trækkes gjennem Toppunktet, og derved fremkommer Vinkel x. Vinkel y er lige saa stor som x, da den mangler det samme i at være 2R, og man finder da Vinkel t ved at addere x og y og derefter trække deres Sum fra 180°. Naar man har Toppunktsvinklen, saa faar man Vinklerne ved Grundlinien ved at trække Toppunktsvinklen, som er = 99° 19' 12", fra 180°, og da dividere det udkomne, som er 80° 40' 48" med 2, hvorved hver Vinkel ved Grundlinien bliver 40° 20' 24".

Resultatet rigtigt!

No 2

Hvor er hver Vinkel i en 20Kant, naar alle Vinklerne ere lige store?

Alle ere tilsammen $2nR - 4 = 36R$ og hver Vinkel maa da blive $\frac{2nR-4}{n} = 1\frac{4}{5}R$

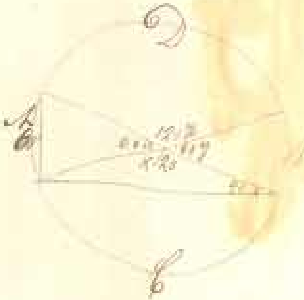
No 3

En retvinklet Trekantens Kathete er 6 Fod og Hypothenusen 12 Fod. Hvor store ere Vinklerne i de to Trekanter, der fremkomme, naar Medianen drages fra den rette Vinkels Toppunkt?

Da den rette Vinkel deles, bliver hver af Vinklerne, der dannes, 45°. Vinklerne x og y blive hver 90°, da Medianen ~~om~~ er nedfældet vinkelret paa Hypothenusen. Vinklerne a og b blive hver 45°, da Trekanterne ere ligebenede.

No 4

En retvinklet Trekant er indskreven i en Cirkel. Vinklen, som den ene Kathete danner med Hypothenusen er 40°. Fra den rette Vinkels Toppunkt trækkes en Diameter. Hvor store ere alle Buer i Figuren?



Buen A er 60°, da man benytter Sætningen, at Korden til en Bue paa 60° er lig Radius, dens Topvinkel er ∠ lige saa stor; og Buerne C og D blive 120° da x og y er det, thi x og z mangler nemlig ū og y i at være ∠ 180°, og disse ere hver 60°

1 Kl. kl 9 $\frac{3}{4}$

Geometriske Opgaver

ved

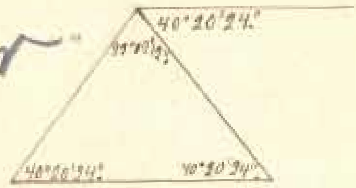
Aarsprøven

1886

Niels Smith Dahl

№1.—

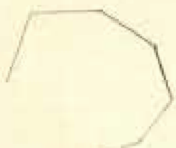
Gjennem Toppunktet i en ligebenet Trekant er trukket en Linie paralel med Grundlinien og den danner med et af Benene en Vinkel = 40°20'24." Hvilke ere Trekantens Vinkler?—



Da de to Linier ere paralelle ere de indvendige Vexelvinkler lige store og da dette er en ligebenet Trekant ere (Benene) Vinklerne ved Grundlinien lige store

№2.—

Hvor stor er hver Vinkel i en 20 Kant naar alle Vinklerne ere ligestore?



162

Hver Vinkel er 166°

da Vinklerne ere = 2·20 Ret − 4 Ret = 36 Ret

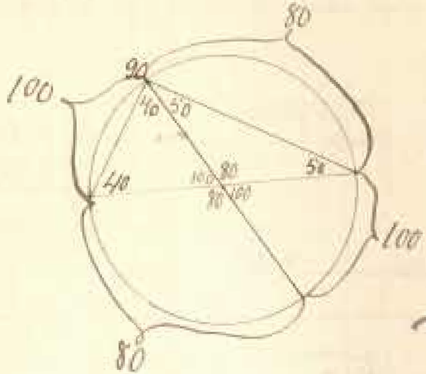
№3

En retvinklet Trekants ene Kathete er 6 Fod og Hypotenusen 12 Fod. Hvor store ere Vinklerne i de to Trekanter der fremkomme naar Medianen drages fra den rette Vinkels Toppunkt?—

I en retvinklet Trekant hvor den ene Vinkel er 30° er den mindste Kathete halv saa stor som Hypotenusen og da den mindste Kathete er halv saa stor som Hypotenusen saa er den ene Vinkel 30°

№ 4.

En retvinklet Trekant er indskreven i en Cirkel. Vinkelen som den ene Kathete danner med Hypotenusen er 40°. Fra den rette Vinkels Toppunkt trækkes en Diameter. Hvorstore ere alle Buer i Figuren? –



$$
\begin{array}{r}
80 \\
+100 \\
+80 \\
+100 \\
\hline
360.
\end{array}
$$

Forklaring!

√

Kl 10,45

Opgaver (geometriske) i Kl

ved

Hovedexamen 1886.

Th. Sv. Vilandt.

¹) Gjennem Toppunktet i en ligebenet Trekant er trukket en Linie parelel med Grundlinien og den danner med et af Benene en Vinkel lig 40°20'24". Hvilke ere Trekantens Vinkler?

Da Linien DE er parelel med Grundlinien AC, maa ∠x være = ∠y, og da ∠x = 40°20'24", maa ∠y og-saa være lig med det.
∠z og ∠y ere ligestore, da Trekanten er ligebenet, og altsaa er ∠z = 40°20'24". Da ∠z + ∠y tilsammen lig med 80°40'48", og Vinkelsummen er 180° i enhver Trekant, er ∠v = 99°19'12".

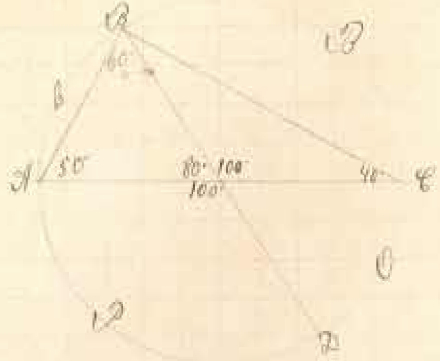
²) Hvor store ert hver Vinkel i en 20Kant, naar alle Vinklerne ere ligestore?
Da Vinkelsummen i en 20Kant er lig 36R, og Vinklerne ere ligestore, maa hver være lig 162°.

³) En retvinklet ~~T~~ Trekants ene Kathede er 6 Fod og Hypotenusen er 12 Fod. Hvor store ere Vinklerne i de to Trekanter der fremkomme, naar Medianen drages fra den rette Vinkels Toppunkt?

Man kan omskrive Trekanten med en Cirkel, saaledes at Hypotenusen BC bliver en Diameter, og Linien BA bliver lig Radius, da den er lig den halve Hypotenuse, nemlig 6 Fod. Da Linien AO er lig Linien AB og lig Linien BO, er Trekant BAO ligesidet, og hver Vinkel er da lig 60°. Endvidere er Trekant AOC ligebenet, da Linien OC er lig Linien OA. Da ∠v er Nabovinkel til y, maa de tilsammen være lig 180°, altsaa er ∠y = 120°, og endvidere er ∠x = 30;

da Trekanten er ligebenet.

4) En retvinklet Trekant er indskreven i en Cirkel. Vinklen som den ene Kathede danner med Hy-potenusen er lig 40°. Fra den rette Vinkels Toppunkt trækkes en Diameter. Hvor store ere alle Buer i Figuren?



Buen $AD + DC = 180°$, thi $\angle B$ er $90°$, og den maales ved $\frac{1}{2} AD + \frac{1}{2} DC$. Buen $b = 80°$, da $\angle C$ er lig $40°$. Da $\angle A = 50$ er Buen $B = 100°$. Buen P er lig $100°$, altsaa er Buen $O = 80°$, da de tilsammen ere lig $180°$

Geometriske Opgaver

ved

Aarsprøven 1886

for

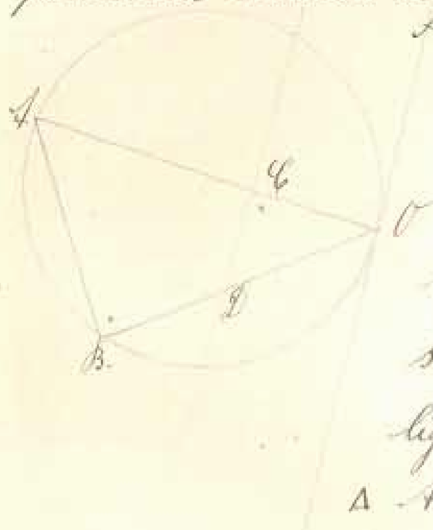
N. N. Linnet.

II Kl

№ 1.

Beviis fölgende Sätning: Naar der fra en Tangents Rørings punkt O med en Cirkel udgaar
2 rette Linjer, som skærer Cirklen i A og B og
derefter skærer en med Tangenten parallel Linje i C og D, saa er $\triangle AOB \sim \triangle DOC$. Angiv Proportionerne mellem Siderne.

+ Figuren urigtig



$\angle AOB = \angle COD$; $\angle COF = \angle OCD$, da Tangenten er parallel med $\overline{CD}$; men $\angle ABO$ er ogsaa lig $\angle FOC$, da de staa paa samme Bue. $\angle DCO$ er altsaa lig ABO og altsaa er $\triangle COD \sim \triangle AOB$.

Man har da fölgende Forhold:

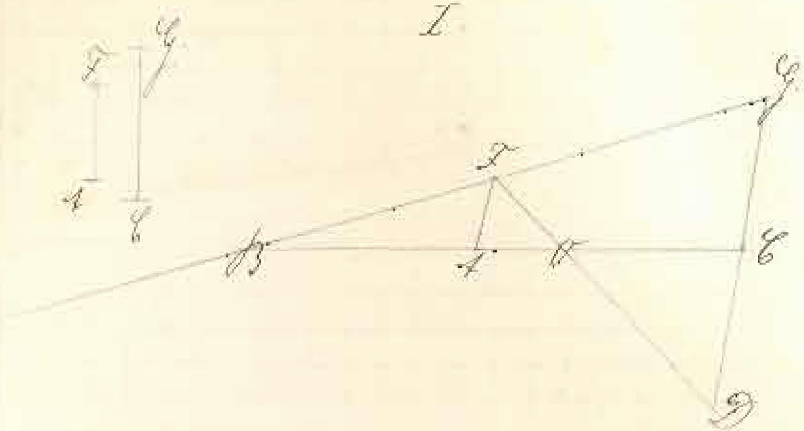
$$\frac{AB}{CD} = \frac{AO}{OD} = \frac{BO}{OC}$$

övrigt rigtig

No 2

Del en given Linje AC harmonisk i Forholdet 2-3 (paa begge Maader.

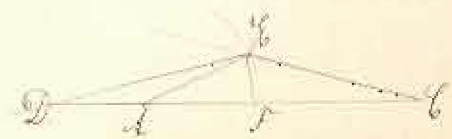
I



Man tager et lille Maal, som (afsattes) indeholdes 2 Gange i AF og 3 Gange i CG. Derpaa afsattes AF fra Punktet A og CG fra Punktet C + AF og forlænges CG ligesaalangt til den anden Side. F og D forbindes derpaa, og O er da det indvendige Delingspunkt. Forbindes F og G og forlænges AC, saa bliver AC; FG til den skærer AC's Forlængelse, saa bliver B det udvendige Delingspunkt. v. t. Beviset ?.

II

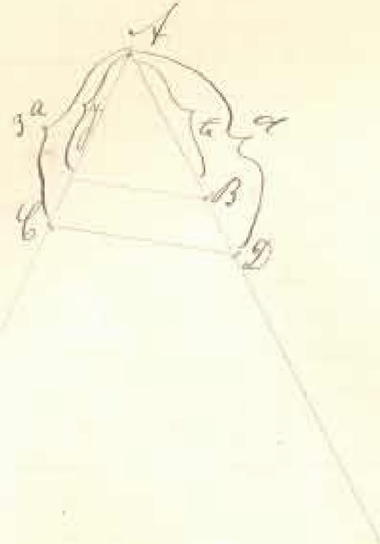
Man tager ligeledes et Maal, der indeholdes 2 Gange i AE og 3 Gange i CE. Derpaa konstrueres en Cirkel med A til Centrum og AE til Radius. Ligeledes konstrueres en anden Cirkel med C til Centrum og CE til Radius. Cirklernes Skæringspunkt giver Punktet E + E's Halveringslinje trækkes derpaa og dennes Skæringspunkt med AC giver Punktet F, som da bliver det indvendige Delingspunkt. Halverer man E's Nabovinkel og forlænges Nabovinklens Halveringslinje til den skærer AC's Forlængelse bliver Punktet D det udvendige Delingspunkt. v. t. Beviset og Forholdet!



Figuren

No. 3.

Konstrüer: $x = \frac{3abc}{de}$ idet a, b, c, (og) d ere givne Linier.



Man sætter da först $y = \frac{3ab}{d}$; $\frac{y}{3a} = \frac{b}{d}$

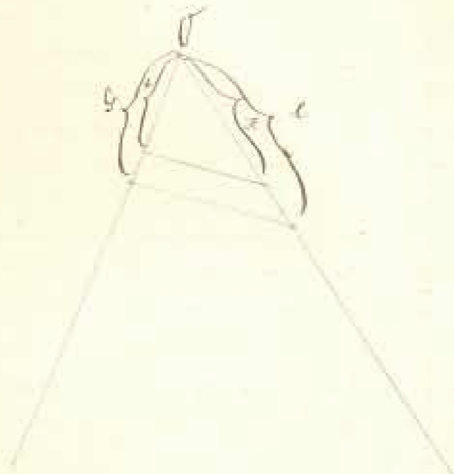
y findes derpaa paa fölgende Maade:

Man tegner en vilkaarlig ∠A og tænker sig dens Ben forlængede i det uendelige. Derpaa afsættes
Vinklens b henad (dens) ene Ben til B og d til D. a afsættes
3 Gange hen ad dens andet Ben, saaledes at AC = 3a.
(A)D og (A)C forbindes derpaa (nemlig begge Brökers Nævnere), og fra B tegnes en Parallel med CD. Det Stykke,

som den Parallele afskæres af det andet Ben, bliver da = y.

Man indsætter da y for $\frac{3ab}{d}$ og faar $x = \frac{y^2}{c}; \frac{x}{c} = \frac{y}{c}$.

x konstrueres nu paa samme Maade som y.



Altsaa er x = i dette Tilfælde.

N. N. Linnet

Geometriske Opgaver

ved

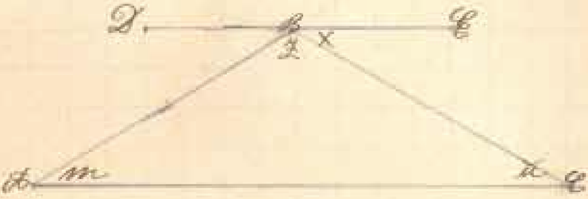
Aarsprøven

8/6 1886 Ribe

I Klasse

Knud Bøggild.

1/ Gjennem Toppunktet i en ligebenet Trekant er trukket en Linie parallel med Grundlinien, og den danner med et af Benene en ∟ paa 40°20'24". Hvilke ere Trekantens Vinkler?—



DE ∤ AC

X = 40°20'24"

Da X er Nabovinklen til en af en Trekants Vinkler, saa er den = Summen af de to andre altsaa X = m + u, og da m og u ere Vinkler ved Grundlinien, saa ere de ligestore altsaa m = 20°10'12" og u = det samme.

Da m og u tilsammen ere = 40°20'24",

saa er z = 140°.

No 2)

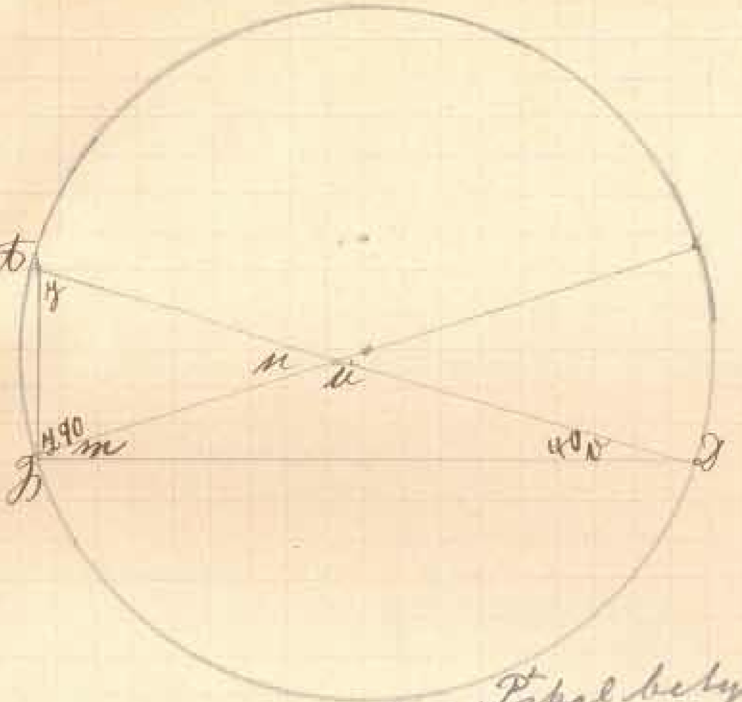
Hvor store ere Vinklerne i en 20=
Kant naar alle Vinklerne ere ligestore?

—

Alle Vinklerne og Nabovinklerne ere i
en 20=Kant ere tilsammen = ~~[illegible]~~ 40 R.
Nabovinklerne ere = 4 R, altsaa ere de e=
gentlige Vinkler i 20=Kanten = 36 R. og
hver af dem altsaa = $1\frac{16}{20}$ R.

No 3) En retvinklet Trekants ene Ka=
thete er 6 Fod og Hypotenusen 12 Fod.
Hvor store ere Vinklerne i de to
Trekanter, som fremkomme, naar
Medianen drages fra den rette ∟
Toppunkt?

No 4) En retvinklet Trekant er
indskrevet i en Cirkel. Vinke=
len, som den ene Kathete danner
med Hypotenusen er 40°. Fra den
rette Vinkels Toppunkt trækkes en
Diameter. Hvor store ere ~~Vinklerne~~
alle Buer i Figuren?



"Pstal betyde Periferivinkel

◡ AD er 180° da P. ∠ z, der er 90° maales ved
den, thi en P. vinkel maales ved Halvdelen af
den Bue som den P. spænder om.
◡ AC er 80° da ∠ v, der er 40° maales ved
den

◡ CDn er 100°, fordi den maales ved ∠
y, der maa være 50° da z er 90° og v 40°.

Meningen er god!

Knud Bøggild.

1ste Kl.

Geomtriske Opgaver

ved

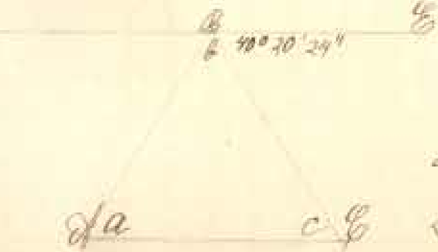
Hovedexamen 1886

af

Peter Schousboe.

Nummer 1.

Gjennem Toppunktet i en ligbenet Trekant er trukken en Linie paral-lel med Grundlinien, og den dan-ner med et af Benene en Vinkel lig 40° 20' 24". Hvilke er Trekantens Vinkler?



$\angle C = 40°20'24''$ fordi $BE \parallel AC$

$\angle a = \angle c = 40°20'24''$

$\angle b = 180° - 80°40'48''$

$\angle b = 99°19'12''$

Nummer 2

Hvor stor er hver Vinkel i en 20 Kant, naar alle Vinkler ere lige store.

Vend om

$$\frac{2nR-4R}{n} \cdot \frac{2\cdot 20R-4R}{20} = \frac{36R}{20}$$

$$= \frac{3240^\circ}{20}$$ hver Vinkel er lig 162°

Geometriske Opgaver

ved

Hovedexamen 1886.

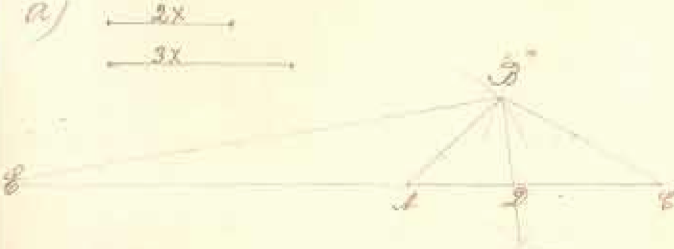
af

Alfred Filskov.

N° 1.

Dèl en given Linie AC harmonisk i Forholdet 2 til 3 (paa begge Maader).

a)

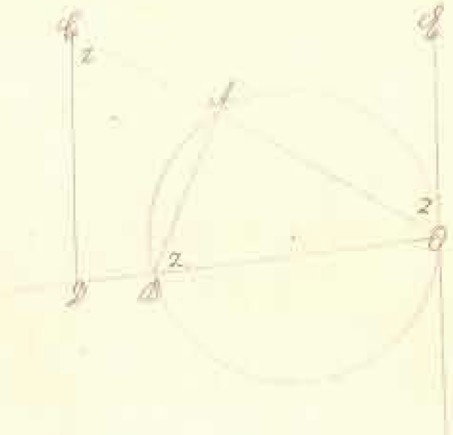


Med en vilkaarlig Linie (2x) som Radius slaar man en Cirkel med A til Centrum. Med en anden Linie (3x) som Radius slaar man en Cirkel med Centrum C. Fra Cirkelbuernes Skæringspunkt B trækkes Linier til A og C. < B's Halveringslinie skærer AC i det indvendige Delingspunkt D. Nu halverer man Nabovinklen til < B, og Halveringslinien skærer AC forlænget i et Punkt E, som er AC's udvendige Delingspunkt. √ (Bevist) b)

Fra A afsættes en vilkaarlig Linie (2x), og fra C afsættes ∥ dermed en anden Linie (6x), saaledes, at C bliver dens Midtpunkt. BO skærer AC i D, som nu er det indvendige Delingspunkt. FB skærer forlænget AC i et Punkt (D) E, som bliver det udvendige Delingspunkt. √ men Beviset mangler!

№ 2.

Bevis fölgende Sætning: Naar der fra en Tangents Beröringspunkt O med en Cirkel udgaa to rette Linier, som skære Cirklen i A og B og derefter skære en med Tangenten ∥ Linie i C og D, saa er △ AOB ∼ △ DOC. Angiv Proportionerne mellem Siderne.



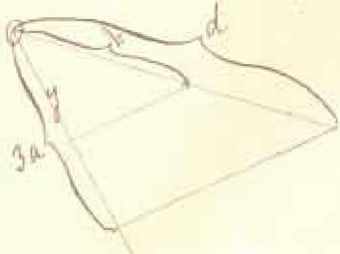
Naar ∠ AOE kaldes z, bliver ∠ ABO ogsaa z, da de spænde over samme Bue, nemlig AO. Men da CD er ∥ EO, bliver ∠ DCA ogsaa z. ∠ DCA er da lig ∠ ABO = z. Trekanterne have endvidere ∠ DOC fælles. Nu maa den 3die Vinkel ogsaa være ligestor, og Trekanterne ere da ligedannede, hvoraf fölger:

$$\frac{DO}{AO} = \frac{CO}{BO} = \frac{CD}{AB}$$ √

No 3.

Konstruer $x = \frac{3abc}{de}$, idet a, b, c, d og e ere givne Linier.

Man sætter först: $y = \frac{3ab}{d}$ eller $\frac{y}{3a} = \frac{b}{d}$, hvori y konstrueres som en fjerde Proportional til 3 givne Linier.



Nu har man: $x = \frac{yc}{e}$ eller $\frac{x}{y} = \frac{c}{e}$. x konstrueres nu som en fjerde Proportional.

Linien OB = x.

Geometriske Opgaver

ved

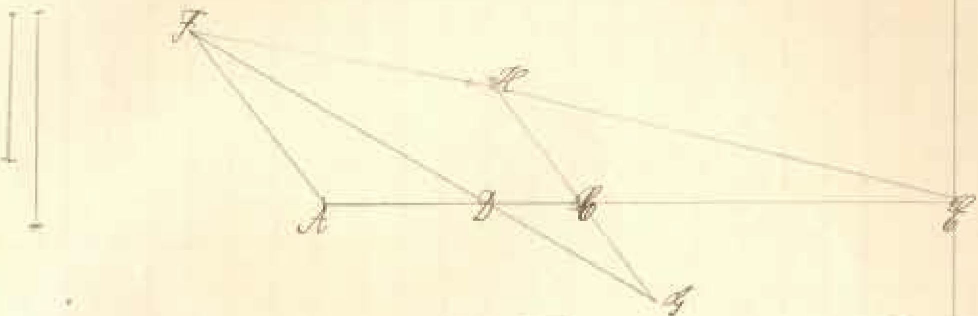
Hovedexamen 1886

for

Ude Haahr

II Kl.

Del en given Linje AC harmonisk i Forholdet 2 til 3 (paa begge Maader).



AC er den givne Linje. Fra A afsættes en Linje lig 3 og fra C afsættes en Linje til begge Sider lig 2 og parallel med den forrige Linje. Nu forbindes F og G, og Punktet D bliver det indvendige Delingspunkt, thi $\triangle AFD \sim \triangle CGD$, fordi de staa over ×. Altsaa: $\frac{AD}{DC} = \frac{AF}{CG}$; $\frac{AF}{CG} = \frac{3}{2}$;

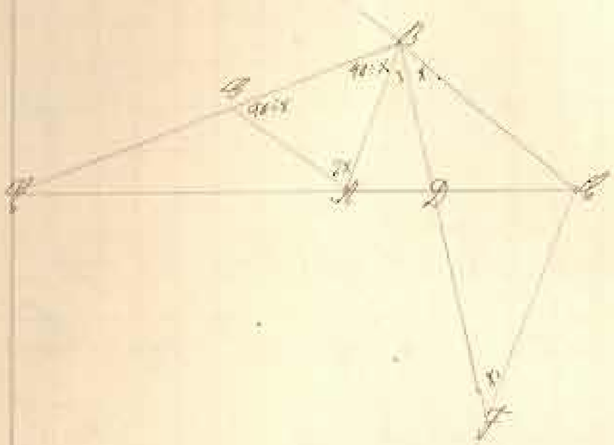
$$\frac{AD}{DC} = \frac{3}{2};$$

En Linje drages gjennem F og H, og denne Linjes Skæringspunkt med ACs Forlængelse giver det udvendige Delingspunkt E.

thi △ $AFE \sim$ △ CHG, $\angle F = \angle H$, $\angle A = \angle C$ og $\angle E = \angle G$

Altsaa: $\frac{AE}{CE} = \frac{AF}{CH}$; $\frac{AF}{CH} = \frac{3}{2}$;

$$\frac{AE}{CE} = \frac{3}{2}.$$ D og E dele altsaa AC harmonisk i Forholdet 2 til 3.



AC er den givne Linje. Fra A tegnes en Bue med Længden 2 til Radius og fra C en Bue med Længden 3 til Radius. B bliver Skæringspunktet. A og B forbindes, ligeledes B og C. En Linje tegnes parallel med AB gjennem Punktet C. Vinkel B halveres, og Halveringslinjen skærer AC i D, hvilket bliver det indvendige Delingspunkt, og skærer den med AB parallele Linje i F.

△ $ABD \sim$ △ CFD, thi de staa over x.

Altsaa: $\frac{AB}{CF} = \frac{AD}{CD}$; $CF = BC$, fordi Linjen $AB \parallel CF$ og altsaa $\angle x = \angle x_1$. $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{CD}$; $\frac{AB}{BC} = \frac{2}{3}$

$$\frac{AD}{CD} = \frac{2}{3}$$

Vinkel B's Nabovinkel halveres, og Halveringslinjen træffer AC's Forlængelse i E. Nu tegnes en Linje parallel med BC fra A. △ $BCE \sim$ △ GAE; $\angle A = \angle C$, og $\angle E = \angle E$ og $\angle G = \angle B$

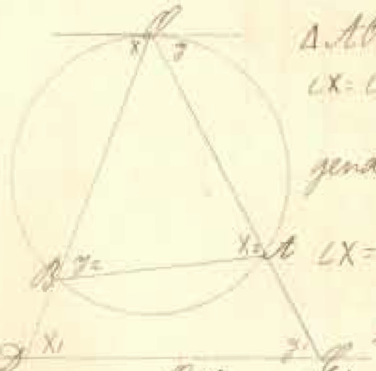
Altsaa $\frac{AE}{CE} = \frac{AG}{CB}$;

△ GBA er ligebenet, $\angle B = 90 \div x$, $\angle A = 2x$, da $BC \parallel GA$ og følgelig $\angle G = 90 \div x$, altsaa: $AG = AB$.

$\frac{AE}{CE} = \frac{AB}{CB}$; $\frac{AB}{CB} = \frac{2}{3}$; $\frac{AE}{CE} = \frac{2}{3}$

Hvilket skulde bevises.

Bevis fölgende Sætning: Naar der fra en Tangents Röringspunkt O med en Cirkel udgaar to rette Linjer, som skære Cirklen i A og B og derefter skære en med Tangenten parallel Linje i C og D, saa er Δ AOB ligedannet med Δ DOC. Angiv Proportionerne mellem Siderne

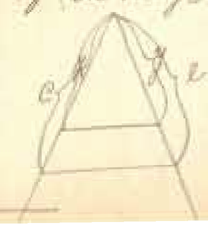


$\Delta AOB \sim \Delta DOC$; $\angle x = \angle x_1$ og $\angle y = \angle y_1$, som ensliggende Vinkler ved Paralleler.

$\angle x = \angle x_2$ fordi de staa paa samme Bue og $\angle y = \angle y_2$ af samme Grund. $\frac{OA}{OD} = \frac{AB}{DC} = \frac{OB}{OC}$

Konstruere $X = \frac{3abc}{de}$, idet a, b, c, d og e ere givne Linjer.

Först konstrueres $y = \frac{3ab}{d}$; $\frac{y}{b} = \frac{3a}{d}$;
Det bekjendte Led afsættes paa den en Side,
b paa den anden Side. Nu forbindes d og b og en Linje fra
3a parallel med den forrige.
Nu konstrueres $X = \frac{yc}{\cancel{d}e}$; $\frac{X}{c} = \frac{y}{e}$ paa samme
Maade som för.



Ribe 1886 28 Juni II Klasse

Kl 10,40

Geometriske Opgaver

ved

Helaarsexamenen

af

Rasmus Lassen.

No 1.

Konstruer $x = \frac{3abc}{de}$ idet a, b, c, d og e ere givne Linjer.

Af $x = \frac{3abc}{de}$ faas $\frac{x}{3a} = \frac{c}{de}$. b?

x konstrueres nu som en fjerde proportional.

de = d + e !

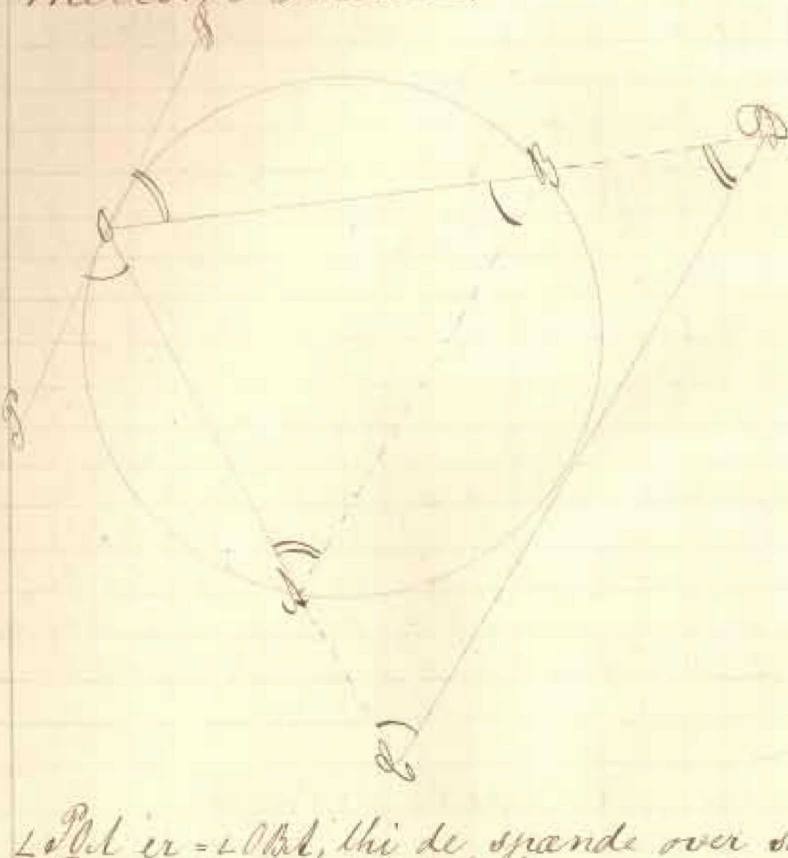
Man afsætter nemlig 3a paa det ene Vinkelben og de andre kjendte Størrelser paa det andet. 3a og des forbindes da de ere Nævnere begge og en Linje trækkes ∥ deres Forbindelse fra c's Endepunkt. Endepunkter

No 2

Bevis følgende Sætning:

Naar der fra en Tangents Berørings-punkt O med en Cirkel udgaar to rette

Linjer, som skjære Cirklen i A og B og derefter skære en med Tangenten parallel Linje i C og D, saa er Trekant AOB ∼ △ DOC. Angiv Proportionerne mellem Siderne.



$\angle POA$ er $= \angle OBA$, thi de spænde over sâmme Bue. $\angle SOB$ er $= OAB$ (af sâmme Grund). Da $PS \parallel CD$ maa $\angle OCD$ være $= \angle COP$ og $\angle DOS = \angle ODC$. Trekanterne AOB og OCD ere altsaa ligedannede ($\angle OAB = \angle OCD$ og $\angle OBA = \angle ODC$). Altsaa $\frac{OB}{OC} = \frac{OA}{OD} = \frac{AB}{CD}$

№ 3

Del en given Linje AC harmonisk i Forhold,, det 2 til 3 (paa begge Maader).

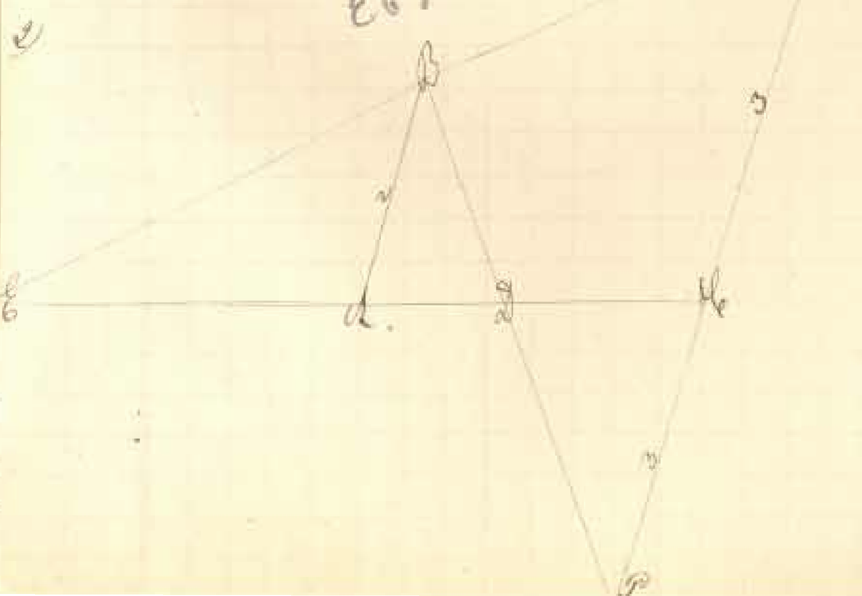
AC afsættes.

1) Man vælger en Linje af vilkaarlig Længde og (a) tegner en Trekant me ABC, med AC til Grundlinje og AB = 2a og BC = 3a. Halveringslinjen trækkes, og dens Skjæringspunkt med AC kaldes D. Fra B trækkes en Linje ⊥ BD til CA's Forlængelse. Linjerne skæres i E. Man faar nu

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DC} = \frac{EA}{EC} = \frac{2}{3}.$$ Beviset?

EC?.

2)



maaledes

Man vælger en Linje af vilkaarlig Længde, som hedder a. AC afsættes og fra A trækkes en Linje AB = 2a. Gjennem C trækkes parallel dermed AB en Linje = 6a, saa at CF = CP. B og P forbindes. AC deles nu indvendig harmonisk i BP's Skæringspunkt med AC. Fra F trækkes en Linje gjennem B til CA's Forlængelse.

Den skærer Linjen i E.

Man har nu $\frac{AB}{CF} = \frac{AD}{DC} = \frac{AE}{EC} = \frac{2}{3}$.

Bevist.

Kl 10,50

I Kl

Geometriske Opgaver

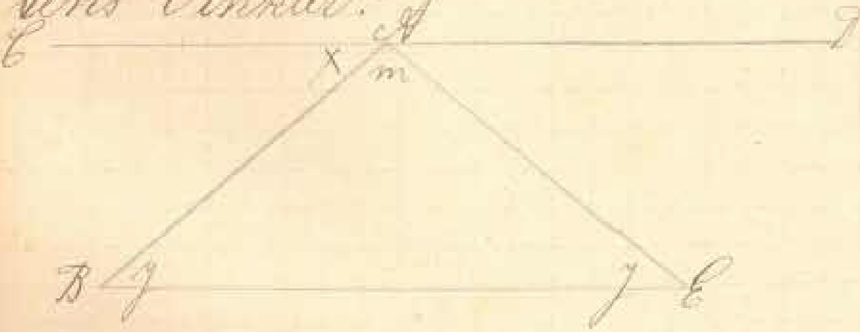
ved

Aarsprøven i 1886

for

B. Bertelsen

9) Gjennem Toppunktet i en ligebenet Trekant er trukket en Linie parallel med Grundlinien, og den danner med et af Benene en Vinkel $= 40°20'24''$. Hvilke ere Trekantens Vinkler?



Da CD er ≠ BE, saa er $x = y$, da de ere indvendige Vexelvinkler, og da $x = 40°20'24''$ saa er $2y = 80°40'48''$ og $m = 180° - 80°40'48'' = 99°19'12''$

$y = 40°20'24''$

$m = 99°19'12''$

2/ Hvorstor er hver Vinkel i en 20 Kant, naar alle Vinklerne ere ligestore

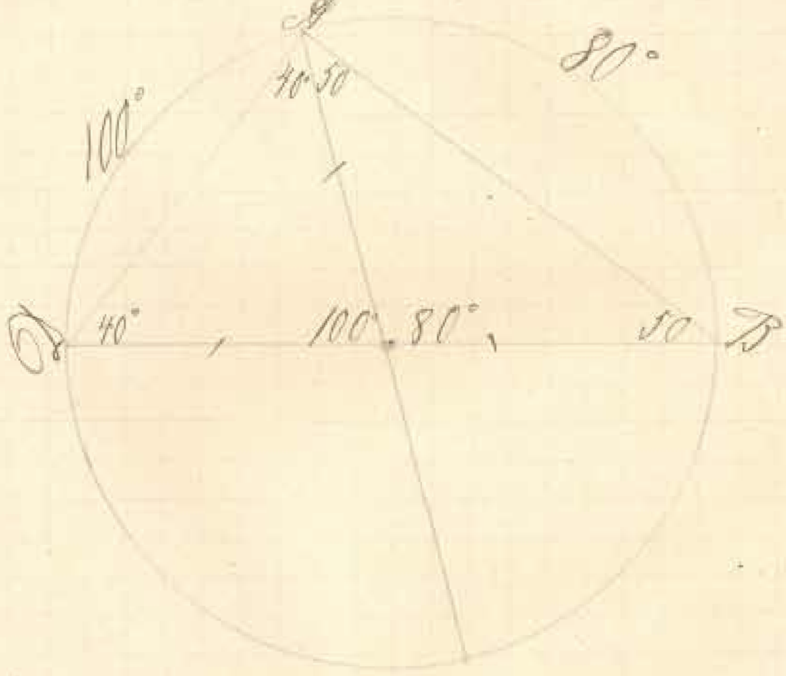
Da Summen af Vinklerne (den) i en n Kant er $= 2nR - 4R$ og n her er 20 saa er Summen af Vinklerne i en 20 Kant $= 36R$ og hver Vinkel $= 1\frac{4}{5}R = 162°$

3/ En retvinklet Trekants ene Kathete er 6 Fod og Hypothenusen 12 Fod. Hvorstore ere Vinklerne i de to Trekanter, naar en Median drages fra den rette Vinkels Toppunkt?

Vinklerne i den ene Trekant ere, hver = 60° da Trekanten er ligesidet. Topvinklen i den anden Trekant er 120°, da den er Nabovinkel til en paa 60° og altsaa maa Vinklerne ved Grundlinien hver være = 30°, da Trekanten er ligebenet

41

En retvinklet Trekant er indskreven[d] i en Circel. Vinklen, som den ene Kathete danner med Hypothenusen, er 40°. Fra den rette Vinkels Toppunkt trækkes en Diameter. Hvorstore ere alle Buer i Figuren?



Buen AB = 80°, da den maales ved en Periferivinkel paa 40°, og D A = 100°, da den maales ved en Periferivinkel paa 50°.

T. glemt at omtale de 2 Buer!

Geometriske Opgaver

ved

Årsprøven

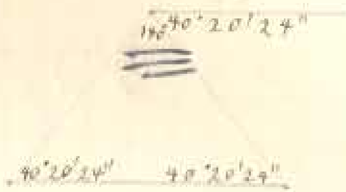
1886.

Lavrids Knudsen

I Kl.

1

Gennem Toppunktet i en ligebenet Trekant er trukket en Linje parrelel med Grundlinjen og den danner med et af Benene en Vinkel lig 40°20' 24". Hvilke ere Trekantens Vinkler?



3

En retvinklet Trekants ene Katete er 6 Fod og Hypothenusen 12 Fod. Hvor store ere Vinklerne i de to Trekanter der fremkomme naar Medianen drages fra den rette Vinkels Toppunkt.

Rigtig men
Forklaring mangler!

4

En retvinklet Trekant er indskreti en Cirkel. Vinkelen som den ene Katete danner med Hypotenusen er 40°. Fra den rette Vinkels Toppunkt trækkes en Diameder. Hvor store ere alle Buer i Figuren.

2.

Hvor stor er hver Vinkel i en Tyvekant, naar alle Vinklerne ere lige store.

En Poligons Vinkler ere lig med $2n R - 4 R$, alle Vinkler i en Tyvekant ere lig med 36 R. hver Vinkel lig med $1\frac{16}{20}$ R. lig med $1\frac{4}{5}$ R.

I Kl.

Geometriske Opgaver

ved

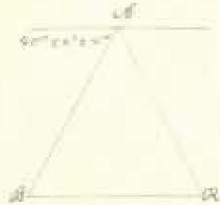
Hovedexamen

A P R Kiær

1886

No 1

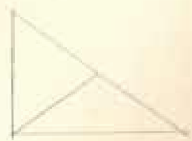
Gjennem Toppunktet i en ligebenet Trekant er trukket en Linje parallel med Grundlinjen og den danner med et af Benene en Vinkel lig 40° 20' 24". Hvilke ere Trekantens Vinkler.



Vinklerne ved Grundlinjen i en Ligebenet Trekant er = 2R = 180°

No 3

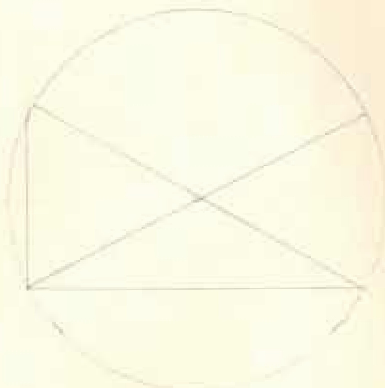
En Retvinklet Trekants ene Kathete er 6 Fod og Hypotenusen 12. Hvor store ere Vinklerne i de to Trekanter der fremkomme naar Medianen drages fra den rette Vinkels Toppunkt.



11

№ 4

En Retvinklet Trekant er indskreven i en Sirkel. Vinklen som den ene Kathete danner med Hypotenusen er 40°. Fra dens rette Vinkels Toppunkt trækkes en Diameter. Hvor store ere alle Buerne i Figuren.



1ste Kl

Geometrise Opgaver

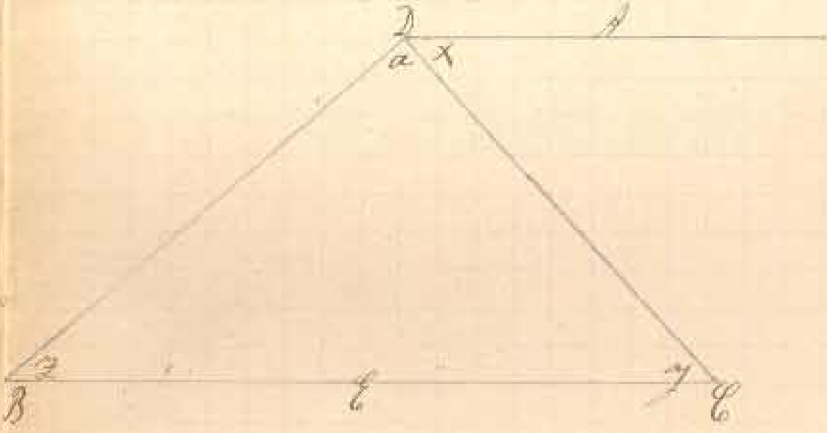
ved

Hovedexamen 1886

af

Alfred Haas

1) Gjennem Toppunktet i en ligebenet Trekant er trukken en Linie parallel med Grundlinien og den danner med et af Benene en Vinkel = 40°20'24". Hvilke ere Trekantens Vinkler?

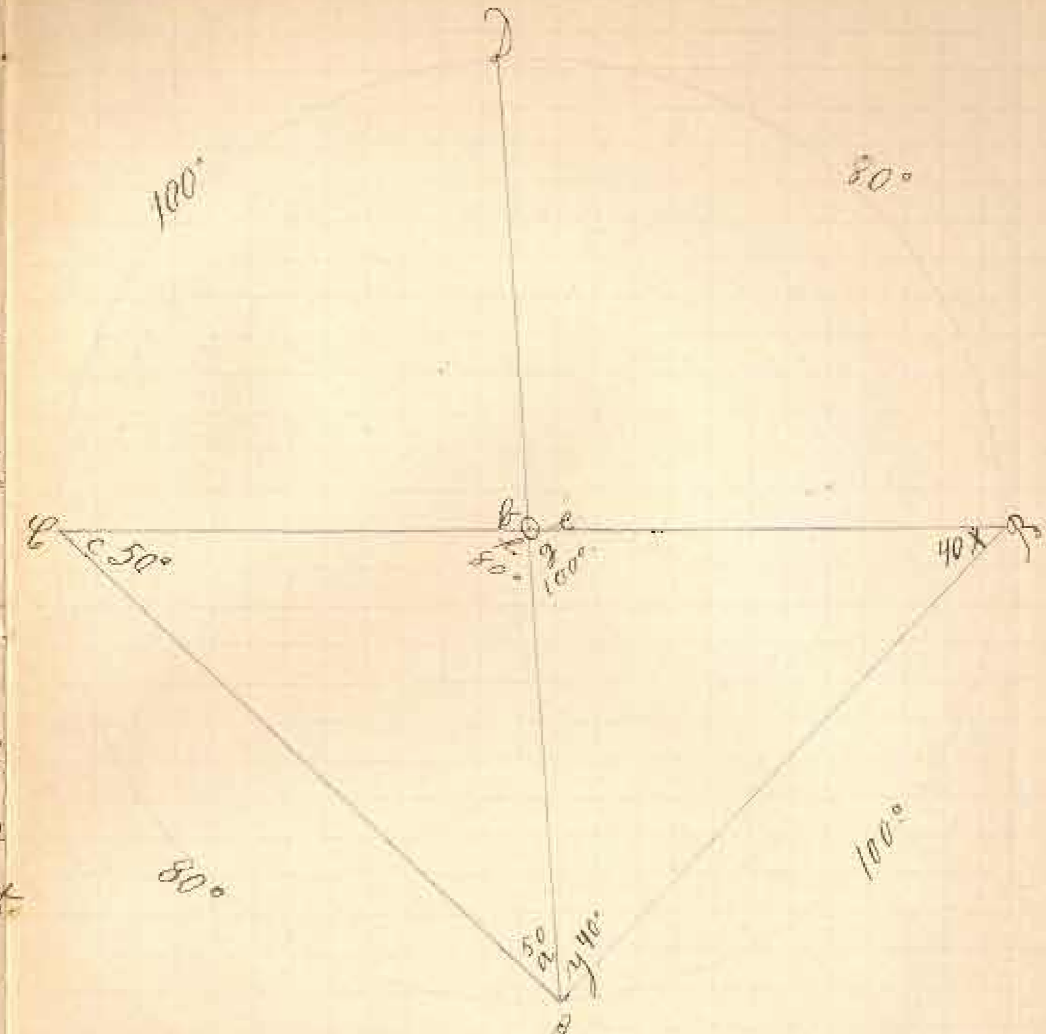


Da A er parallel med E og x er = 40°20'24" er y ogsaa = 40°20'24", thi x og y ere indvendige Vexelvinkler. Da Trekanten BDC er ligebenet er z = y altsaa = 40°20'24". Da Summen af Vinklerne i en Trekant er = 180° er a = 99°19'12". C

2/ Hvor stor er hver Vinkel i en 20 Kant naar alle Vinklerne ere lige store?

Summen af Vinklerne i en n Kant er $= 2nR - 4R$. I en 20 Kant bliver $n = 20R$ og $2n$ altsaa $= 40R$ eller $3600°$. Derfra skal nu trækkes $360°$. Summen af Vinklerne i en 20 Kant bliver $= 3240°$ Hver Vinkel altsaa $162°$

4/ En retvinklet Trekant er indskreven i en Cirkel. Vinklen, som den ene Kathete danner med Hyphotenusen er $40°$. Fra den rette Vinkels Toppunkt trækkes en Diameter. Hvor store ere alle Buer i Figuren?



Da X er en Periferivinkel, som maales ved sin halve Bue, maa ⌢ AC være $= 80°$. Da AOB er en ligebenet Trekant, ere Vinklerne ved Grundlinien lige store altsaa

$y = 40°$. AOC er ogsaa en ligebenet Trekant. Da Vinklen a er $50°$, maa c ogsaa være $\S$ $= 50°$. Vinklen g er en Centervinkel, som maales ved sin Bue. $\frown AB$ er altsaa $= 100°$. Vinklen f, som er en Centervinkel er $= 80°$, og $\frown AC$ ogsaa $= 80°$. Da $\angle b$ er Topvinkel til $\angle g$ bliver $b = 100$ og $\frown CD$ ogsaa $= 100°$ Da $\angle e$ er Topvinkel til Vinklen f bliver $\angle e$ ogsaa $= 80°$ og $\frown DB = 80°$. ✓

1 opg. mangler!

Geometriske Opgaver

ved Helaarsexamen 1886

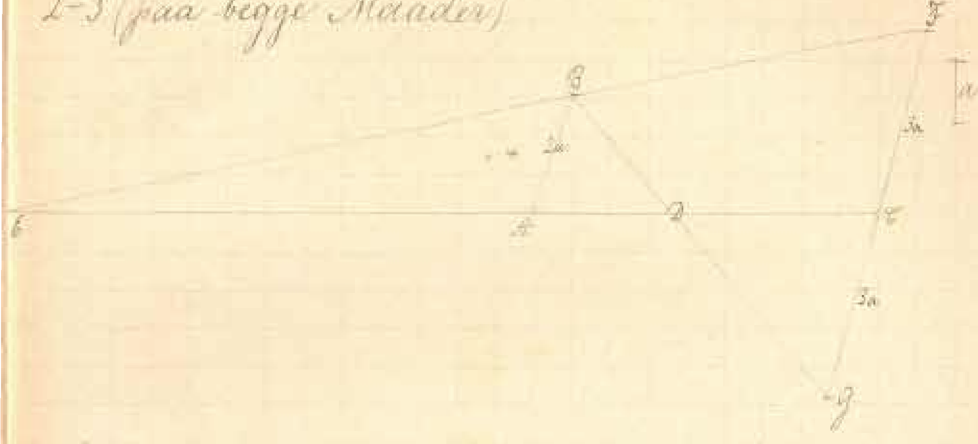
for

Th. M. Jensen.

II Klasse

No 1.

Del en given Linje AC harmonisk i Forholdet 2–3 (paa begge Maader)



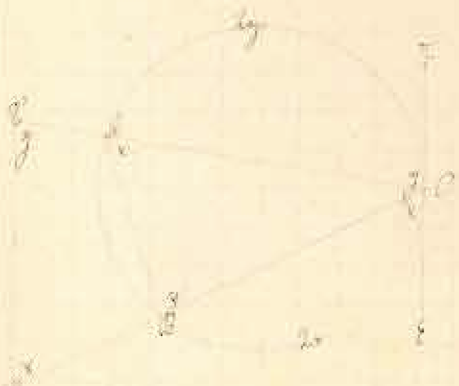
1) Man vælger et vilkaarligt Maal, a, og afsætter dette to Gange ud ad en vilkaarlig Linje fra A, til B; fra C trækkes en Linjerne CF og CG ∥ AB, saa at de hver indeholde 3a. B og G forbindes og BG skærer AC i D. D er da det indvendige Delingspunkt, idet △ ABD ~ △ DCG (AB neml. ∥ CG) hvoraf man faar: $\frac{AB}{AD} = \frac{CG}{DC}$, eller $\frac{AB}{CG} = \frac{AD}{DC} = \frac{2}{3}$. – Det udvendige Delingspunkt faas ved fra F at trække en Linje gjennem B skærende (Grundlinjen) AC's Forlængelse i E. E er da Delingspunktet, idet △ EBA ~ △ EFC, hvoraf følger $\frac{BA}{FC} = \frac{EA}{EC} = \frac{2}{3}$.

2) Man kan ogsaa med 2a som Radius slaa en Bue med A til Centrum, og med 3a til Radius en Bue omkr. C. Fra

disse Buers Skæringspunkt B, trækkes Linjer til A og C, og B halveres, B's Skæringspunkt med AC, D, er det indvendige Delingspunkt idet $\frac{AD}{DC}=\frac{AB}{BC}=\frac{2}{3}$ – Naar man nu halverer B's Nabov. skærer AC's Forlængelse Halveringslinjen i E; dette er det udv. Delingspunkt da △EBC ∼ △ ~~ABF~~ EBC (AD ∥ BC) heraf følger $\frac{EA}{BC}=\frac{EA}{EC}=\frac{2}{3}$ hvorfor.

No 2.

Bevis følgende Sætning: Naar der fra en Tangents Berøringspunkt O med en Cirkel udgaar to rette Linjer, som skære Cirklen i A og B og derefter skære en med Tangenten parallel Linje i C og D saa er △AOB ∼ △DOC. Angiv Proportionerne mellem Siderne.



Kaldes ⌣AO 2y bliver ∠ABO og ∠AOF hver y, og ∠DCO ligesaa y, da EF ∥ DC. Kaldes OB 2x, bliver ∠BOE, ∠BAO og ∠CDO hver x af samme Grund. Nu er △DCO ∼ △ABO, hvoraf man kan faa følgende Forhold:

$$\frac{AO}{DO}=\frac{AB}{CD}=\frac{BO}{CO}$$

No 3.

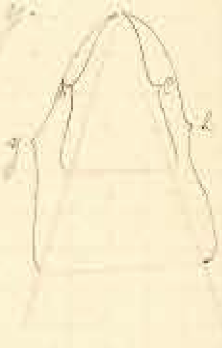
Konstruer $x=\frac{3abc}{de}$, idet a, b, c, d og e ere givne Linjer.

Først konstrueres $y=\frac{3ab}{d}$, $\frac{y}{3a}=\frac{b}{d}$

Dette sker ved, at man ud ad en i vilkaarlig Vinkels ene Ben afsætter det givne Forhold og paa det andet Ben den givne Linje 3a; 3a's og d's Endepunkter forbindes, en Linje ∥ Forbindelseslinjen trækkes fra b's nederste Endepunkt og man har da y.

Nu konstrueres $x=\frac{yc}{e}$, $\frac{x}{y}=\frac{c}{e}$,

hvilket sker paa samme Maade.



II Kl.

Geometriske Opgaver

ved

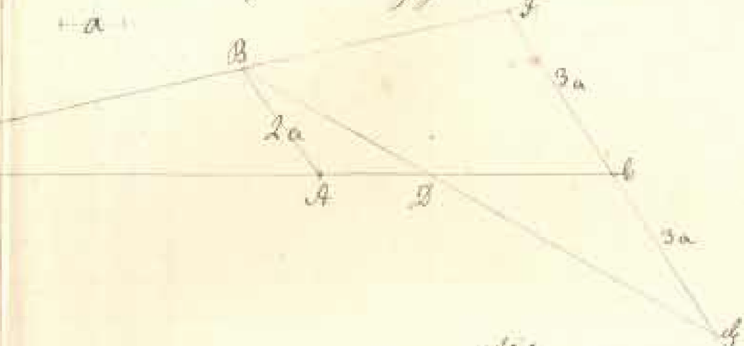
Hovedexamen i Juni 1886

af

Axel Kjølst.

No. 1.

Del en given Linje AC harmonisk i Forhold et 2 til 3 paa begge Maader.



No. 1.

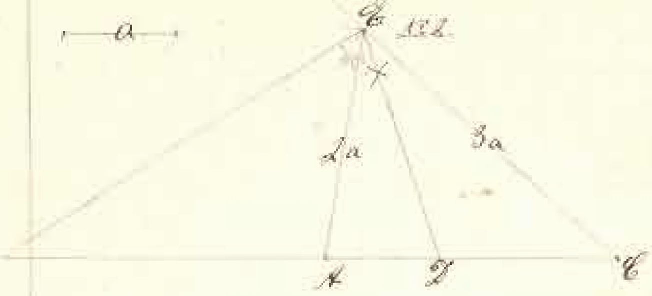
Man vælger sig et lille Maal og afsætter det 2 Gange saa stort fra A (vilkaarligt) og fra C 3 Gange saa stort $\parallel$ med BA. FC forlænges ligesaalangt til den anden Side. Nu trækker man Linien BG. Dennes Skærings-punkt med AC giver Punktet D. $\triangle BAD \sim \triangle DCG$, fordi de staar over ×. Altsaa har man: $\frac{AD}{AB} = \frac{DC}{CG}$;

ombytter Mellemleddene $\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{CG} = \frac{2}{3}$

Det udvendige Delingspunkt faar man, naar man fra F trækker en Linie igjennem B, der skærer AC's Forlængelseslinje i H. Derved bliver $\triangle$ HBA

△ HFC, fordi AE er ∥ med FC. Altsaa er

$$\frac{HA}{HC} = \frac{AB}{FC} = \frac{2}{3}$$

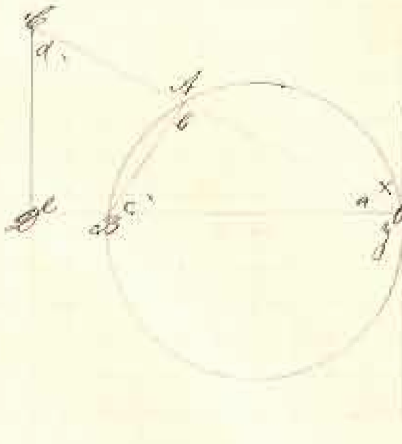


Man slaar fra A en Bue med 2a til Radius og fra C en Bue med 3a til Radius. Disse Buers Skæringspunkt giver Trekantens Toppunkt. Dernæst halverer man ∠x og dennes Skæringspunkt med AC giver D. Ifølge den Sætning, at en Linje der halverer en Vinkel i en Trekant, deler den modstaaende Side i Stykker, der forholdes sig som de Sider, der indeslutte Vinklen, er $\frac{AD}{DC} = \frac{AE}{EC} = \frac{2}{3}$.

Det udvendige Delingspunkt findes ved at man halverer ∠x's Nabovinkel og Halveringslinjens Skæringspunkt med AC's Forlængelse giver det udvendige Delingspunkt. Beviset mangler!

No 2.

Bevis følgende Sætning: Naar der fra en Tangents Berøringspunkt med O med en Cirkel udgaar 2 rette Linjer, som skære Cirklen i A og B, og derefter skære en med Tangenten parallel Linje i C og D saa er △AOB ∼ △DOC. Angiv Proportionerne mellem Siderne.



Bevis △OAB ∼ △DOC

∠a = ∠a,

∠d = ∠x fordi at Linjerne ere ∥

∠e = ∠y

∠c = ∠x, fordi staar paa samme Bue

∠b = ∠y

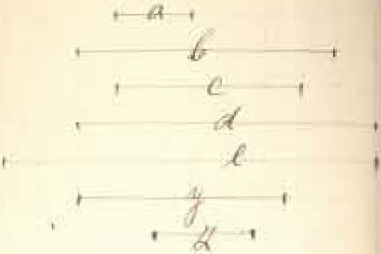
Altsaa er ∠a = ∠a, ∠b = ∠e og ∠c = ∠d. Derved ere Trekanterne ligedannede. $\frac{AO}{OB} = \frac{OD}{CO}$ (1)

Det øverste Stykke til hele Linjen som det øverste Stykke til hele Linjen, $\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC}$ (2) 2 overfl

Det øverste Stykke til det nederste Stykke som det øverste Stykke til det nederste Stykke. $\frac{OA}{BD} = \frac{OB}{AC}$

№ 3.

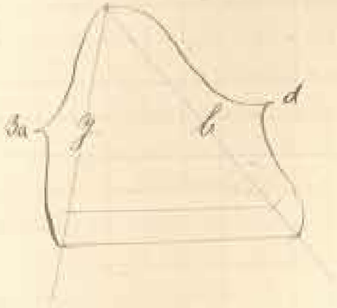
Konstruer $x = \frac{3abc}{de}$, idet a, b, c, d og e ere givne Linjer.



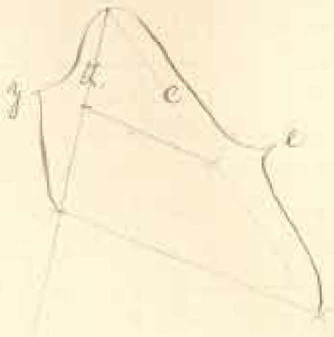
$x = \frac{3abc}{de}$, $x = \frac{y \cdot c}{e}$, $x = z$

man kan sætte $y = \frac{3ab}{d}$

$\frac{y}{3a} = \frac{b}{d}$, nu konstrueres man y som en fjerde Proportional.



$z = \frac{yc}{e}$, $\frac{z}{y} = \frac{c}{e}$, z konstrueres som en fjerde Proportional.



Nr 1535

1ste H

Geometrisk Opgaver

ved

Hovedexamen

1886

H. Christensen.

Geometrisk Opgaver.

1/ Gjennem Toppunktet i en ligebenet Trekant er trukken en Linie parallel med Grundlinien, og den danner med et af Benene en Vinkel lig 40°20'24". Hvilke ere Trekantens Vinkler?

$\angle z = 40°20'24''$
$\angle x = \angle z$ da de ere indvendige de Vexelvinkler
$\angle u = 99°19'\cancel{22}12''$

2/ Hvorstor er hver Vinkel i en 20 Kant, naar alle Vinklerne ere ligestore?

Da Summen af Vinklerne i en N Kant er lig 2n R − 4R, maa Summen af Vinklerne i en 20 Kant være lig 20·2 − 4R = 36 R, og da Vinklerne ere ligestore maa de hver være lig 36 R : 20 = 162° (1R 72°)

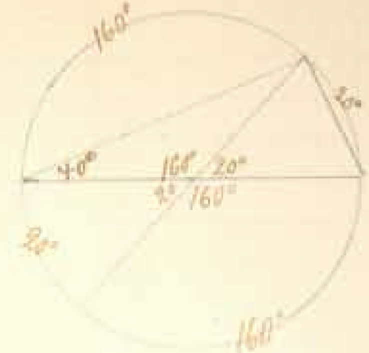
3) En retvinklet Trekants ene Kathede er 6 Fod og Hypothenusen 12 Fod. Hvorstore ere Vinklerne i de to Trekanter, der fremkommer, naar Medianen drages fra den rette Vinkels Toppunkt?

$\angle x = 90°$

$\angle a = 45°$ fordi den ligger over for en Side, der er halvsaa stor, som den Side $\angle x$ ligger over for.

---

4) En retvinklet Trekant er indskreven i en Cirkel. Vinkelen, som den ene Kathede danner med Hypothenusen er 40°. Fra den rette Vinkels Toppunkt trækkes en Diameter. Hvorstore ere alle Buer i Figuren?



1. A. kjöber i England 125 Yards Klæde à $9\frac{1}{5}$ sh. Ved Salget beregner han 25 pro Cent Fordel. Istedenfor Penge modtager han af B. 1075 Flasker Vin, som denne har indkjöbt i Frankrig for 1 fr 20 cent Flasken. Hvormange pro Cents Fordel har B beregnet sig?

$$125 \cdot \frac{46}{5} + \frac{125 \cdot \frac{46}{5} \cdot 25}{100} \cdot \frac{5}{4} =$$