

J. K. ERIKSEN OG SØREN SIKJÆR

FYSIK FOR GYMNASIET

II

ANDEN UDGAVE

KØBENHAVN 1945

J. H. SCHULTZ FORLAG

FORORD TIL 1. UDGAVE

Medens Fysik for Gymnasiet I medtog Emner fra flere af Fysikkens Hovedafsnit, indeholder den foreliggende II Del kun det anordnede Pensum i Mekanisk Fysik. Bogen tænkes benyttet i de to ældste Gymnasieklasser, sideløbende med III Del (der udkommer om nogle Maaneder). Øvelser tænkes udført paa Grundlag af Bogens Fremstilling, om nødvendigt suppleret med mundtlig Vejledning.

Af flere Grunde har vi valgt at behandle Ligevægtslæren før Bevægelseslæren. Vi mener at have Erfaring for, at denne Rækkefølge er den mest naturlige for Eleverne. Den gør det muligt at begynde med et Massebegreb og et Kraftbegreb, der er umiddelbart anskuelige og baserede paa Maalinger, som er kendt fra Dagliglivet, og hertil kommer, at den i høj Grad letter Samarbejdet med Matematikken. Afsnittet om Hastighed og Acceleration er skrevet med særligt Henblik paa dette Samarbejde.

Ligesom ved I Del har Professor H. M. Hansen og Dr. R. E. H. Rasmussen bistaaet os med gode Raad og Kritik. For denne Hjælp udtaler vi vor bedste Tak.

Juni 1941.

J. K. ERIKSEN. SØREN SIKJÆR.

FORORD TIL 2. UDGAVE

Der er foretaget en Del Ændringer og Omplaceringer af Stoffet; dog kan 1. og 2. Udgave nok bruges sammen.

Vi retter en Tak til Kolleger, som har ydet os Hjælp; en særlig Tak retter vi til Docent Dr. phil. R. E. H. Rasmussen, Assistent Dr. phil. C. B. Madsen og Assistent cand. mag. I. C. Madsen.

Maj 1945.

J. K. ERIKSEN. SØREN SIKJÆR.

UDDRAG AF MINISTERIETS BEKENDTGØRELSE AF 13. MARTS 1935

Af § 11. *Naturlære.*

Undervisningsstoffets Fordeling paa de tre Klasser kan i det hele overlades til Skolerne; dog maa det tilraades at begynde med Varmelæren og Afsnit af Lyslæren og Elektricitetslæren, da dette Stof er let tilgængeligt og byder paa mange Øvelser, især Fællesøvelser. Derved vannes Eleverne til at arbejde selvstændigt, og Fagets eksperimentelle Karakter indprentes dem fra første Færd.

I første Klasse maa man være forsigtig med matematisk Behandling af fysiske Problemer; thi naar den matematiske Tænkning er i sin Vorden, er en Formel ikke gennemsigtig, men den kan læres udenad. Et Forsøgsresultat, Diskussion af dette og derefter et fysisk Ræsonnement er langt bedre i Stand til at knytte Iagttagelse og Tænkning sammen. — I de højere Klasser vil Matematikken derimod ofte kunne lette baade Fremstillingen og Elevernes Forstaaelse, og Fysikken bør ikke undlade at drage Nytte af Elevernes Kendskab til Infinitesimalregning. Et organiseret Samarbejde med Matematikken er især paakrævet i Kinematikken og den sfæriske Astronomi.

Af § 12. *Matematik.*

Der bør tilstræbes et Samarbejde med de Fag, specielt Fysik, hvor Matematikken kan komme til Anvendelse. Ved Planlæggelsen af Undervisningen bør der derfor tages saadanne Hensyn, at dette Samarbejde kan blive frugtbart.

INDHOLDSFORTEGNELSE

	Side
Metersystemet.....	7
Kræfter.....	9
Faste Legemers Ligevægt.....	14
Flydende Legemers Ligevægt.....	27
Molekylære Kræfter.....	43
Hastighed og Acceleration.....	50
Bevægelsesprincipper.....	61
Det tekniske og det absolutte Maalsystem.....	64
Bevægelsesmængde og Bevægelsesenergi.....	68
Energisætningen.....	78
Ydre og indre Gnidning.....	84
Bevægelse under Paavirkning af en konstant Kraft.....	93
Centralbevægelse, specielt jævn Cirkelbevægelse.....	99
Den almindelige Tiltrækning.....	103
Ligetidige Svingninger.....	111
Bølgebevægelse.....	119
Lydlære.....	133

DET GRÆSKE ALFABET

Alfa	A	α	Ny	N	ν
Beta	B	β	Ksi	Ξ	ξ
Gamma	Γ	γ	Omikron	O	o
Delta	Δ	δ	Pi	Π	π
Epsilon	E	ϵ	Rho	P	ρ
Zeta	Z	ζ	Sigma	Σ	σ
Eta	H	η	Tau	T	τ
Theta	Θ	θ	Ypsilon	Y	υ
Iota	I	ι	Fi	Φ	ϕ
Kappa	K	κ	Khi	X	χ
Lambda	Λ	λ	Psi	Ψ	ψ
My	M	μ	Omega	Ω	ω

Metersystemet.

Længdeenheden 1 *m* blev indført i Frankrig under den store Revolution. Man stræbte efter at faa den bestemt ved et uforanderligt Naturmaal og vedtog at sætte den lig $\frac{1}{10000000}$ af Jordkvadranten gennem Paris' Observatorium. Ved Gradmaaling fandt man Jordkvadranten udtrykt i de gamle franske Længdeenheder, hvorpaa man fremstillede en Platinstang, hvis Ende flader ved 0° havde Afstanden 1 m. Denne Stang blev opbevaret i Republikens Arkiv og kaldes derfor *Arkivmeteren*.

Arkivmeteren er senere blevet afløst af *den internationale Normalmeter*, der opbevares i „Bureau international des Poids et Mesures“ i Sèvres. Normalmeteren er dannet af en Legering, der er haardere end det rene Platin (90 % Platin og 10 % Iridium). Dens Tvær-snit er som vist i Fig. 1, og dens Længde er noget over 1 m. To fine Streger blev afsat saaledes, at deres Afstand nøjagtig var lig Afstanden mellem Arkivmeterens Endeflader, og *den internationale Meter* defineredes som Afstanden mellem disse Streger ved 0°.

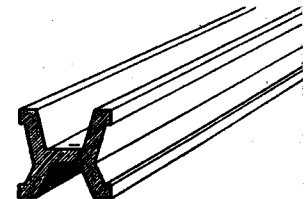


Fig. 1.

Efterhaanden som Maaleteknikken skred frem, blev det muligt at paavise Forskel mellem den saaledes definerede Meter og Ti-milliontedelen af Jordkvadranten. Der var da to Muligheder:

1. Man kunde fastholde, at 1 m skulde være lig en Ti-millionte del af Jordkvadranten. Normalmeteren og dermed alle andre Meterstokke maatte da ændres, og alle tidligere Maalinger omregnes i de nye Enheder.

2. Man kunde fastholde, at 1 m skulde være lig Afstanden mellem de før omtalte Streger ved 0° . Dette vilde ikke medføre andre Ulemper, end at Jordkvadrantens Længde ikke mere blev udtrykt ved et rundt Tal.

Det er forstaaeligt, at man foretrak den sidste Mulighed. Den allerede indarbejdede internationale Meter blev bibeholdt.

Det forudsættes kendt, hvorledes andre Længdeenheder (km, dm, cm, mm) bestemmes ud fra Meteren, og hvorledes Enhederne for Arealer og Rumfang afledes af de tilsvarende Længdeenheder.

Man tillægger ethvert Legeme en *tung Masse*. To Legemer, der kan erstatte hinanden paa en Skaalvægt, siges at have samme tunge Masse. Erfaringen viser, at naar to Legemer kan erstatte hinanden paa en Skaalvægt paa eet Iagttagelsessted, kan de gøre det overalt. (Vejningerne tænkes udført i lufttomt Rum).

Masseenheden 1 kg blev indført samtidig med Længdeenheden 1 m og defineredes som Massen af 1 dm³ destilleret Vand ved 4° . Denne Vandmængde kan altid afmaales, men da en Vejning kan foretages med langt større Nøjagtighed end en Rumfangsbestemmelse, fremstillede man alligevel et Platinlod, der kunde erstatte Vandet paa en Skaalvægt, som antydtes i Fig. 2, og brugte dette til Justering af andre Lodder. Platinloddet blev opbevaret sammen med Arkivmeteren og kaldes *Arkivkilogrammet*.

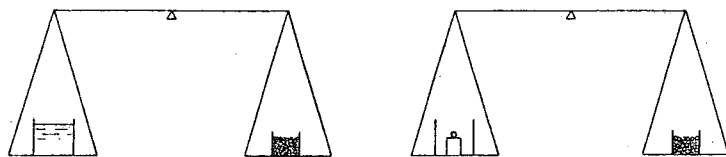


Fig. 2.

Arkivkilogrammet er senere blevet afløst af *det internationale Normalkilogram*. Dette er, ligesom den internationale Normalmeter, dannet af Platin-Iridium og kan erstatte Arkiv-

kilogrammet paa en Skaalvægt. Det opbevares sammen med den internationale Normalmeter i „Bureau international des Poids et Mesures“.

1 l er det Rumfang, der optages af 1 kg destilleret Vand ved 4° . Hvis Normalkilogrammet nøjagtigt havde haft den tilsigtede Størrelse, maatte 1 l være nøjagtig lig 1 dm³, men man har fundet, at der er en lille Forskel ($1 \text{ l} = 1,000028 \text{ dm}^3$). Alligevel har man fastholdt den allerede indarbejdede internationale Masseenhed. 1 dm³ destilleret Vand ved 4° har altsaa ikke nøjagtig Massen 1 kg.

Det forudsættes kendt, hvorledes andre Masseenheder (hg, dag, g, dg, cg, mg) bestemmes ud fra Kilogrammet. (Paa en Skaalvægt skal 10 hg-Lodder kunne erstatte hinanden to og to og tilsammen kunne erstatte et kg-Lod, o. s. v.).

1 kg-Lod, 2 dag-Lodder og 5 g-Lodder har tilsammen den tunge Masse 1,025 kg = 1025 g, og et Legeme, der kan erstatte disse Lodder paa en Skaalvægt, har den samme tunge Masse. Man finder et Legemes tunge Masse ved at veje det paa en Skaalvægt (i lufttomt Rum).

Ved et homogent Stofs *Massefylde* forstaas Massen pr. Rumfangsenhed. Massefylden for destilleret Vand ved 4° er definitionsmæssig lig 1 kg pr. l (kg/l), og med stor Tilnærmelse lig 1 kg pr. dm³ (kg/dm³) eller 1 g pr. cm³ (g/cm³). — Ofte bruger man Ordet *Tæthed* i Stedet for Massefylde.

Kræfter.

Fra Dagliglivet kendes Begrebet *Kraft*, f. Eks. Muskelkraft. Vi vil nu præcisere Kraftbegrebet, saadan som det anvendes i Fysikken. Bliver et fast Legeme deformeret, siger man, at det paavirkes af Kræfter. Til Maa-ling af Kræfter kan man anvende en Fjeder-vægt (Fig. 3). Hænger man et Legeme op i Krogen (eller lægger man et Legeme paa Tallerkenen), deformeres Fjederen, og man

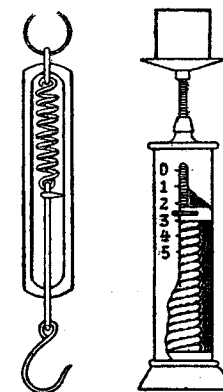


Fig. 3.

siger, at Legemet virker paa Krogen (eller Tallerkenen) med en vis Kraft. Jo større Fjederens Formforandring er, des større siges den omtalte Kraft at være.

Erfaringen viser, at et bestemt Legeme altid frembringer samme Deformation af Fjederen, forudsat at Forsøget udføres paa samme Sted (i lufttomt Rum), og forudsat at Fjederen ikke overbelastes. Viseren skal gaa tilbage til Nulstillingen, hver Gang Belastningen fjernes (se S. 48).

Erfaringen viser endvidere, at Fjederens Formforandring (for en bestemt Belastning) bliver lidt større, hvis vi rejser mod Nord. Rejser vi mod Syd, bliver Formforandringen mindre, indtil vi naar Ækvator, og derefter tiltager den igen. Formforandringen afhænger ogsaa af Stedets Højde; den er mindre paa Toppen af et Bjerg end ved Bjergets Fod. Forklaringen paa disse Fakta er givet S. 106—107.

Den Kraft, hvormed Legemet virker paa Krogen (eller Tallerkenen), kaldes Legemets *Tyngde*. Medens Massen er en for Legemet karakteristisk Konstant, er Tyngden afhængig af, hvor Legemet befinder sig. Legemer med samme tunge Masse behøver altsaa ikke at have samme Tyngde; men hvis Iagttagelsesstedet er det samme, viser Erfaringen, at „Legemer, der vejer lige meget paa en Skaalvægt, vejer ogsaa lige meget paa en Fjedervægt“.

Som *Kraftenhed* vil vi benytte Tyngden af Massen 1 Kilogram i „Bureau international des Poids et Mesures“ (*Normalstedet*). Denne Kraftenhed kaldes i Almindelighed „*Kraften 1 kg*“. Paa tilsvarende Maade defineres „*Kraften 1 g*“ og „*Kraften 1 mg*“.

Skønt det næsten altid vil fremgaa af Sammenhængen, om der er Tale om Masseenheder eller Kraftenheder, er det uheldigt at tillægge Ordene Kilogram, Gram og Milligram en dobbelt Betydning, og vi vil derfor bruge de nye Betegnelser *Kilopond (kp)*, *Pond (p)* og *Millipond (mp)**).

1 kp er Tyngden af 1 kg paa Normalstedet

1 p - - - - 1 g - - -

1 mp - - - - 1 mg - - -

*) *pondus* (lat.) = Tyngde.

Som *Dynamometer* (d. v. s. Kraftmaaler) vil vi anvende en Fjedervægt, der er inddelt paa Normalstedet. Viserens Stilling, naar Vægten ikke er belastet, bestemmer Skalaens Nulpunkt, og Mærkerne 1 kp, 2 kp o. s. v. bestemmes ved Belastning med Lodder paa 1 kg, 2 kg o. s. v. Inddelingen kan naturligvis forfines ved Anvendelse af smaa Lodder (hg, dag, g, o. s. v.).

Ved et homogent Stofs *Tyngdefylde* forstaas Tyngden pr. Rumfangsenhed. Medens Massefylden er en for Stoffet karakteristisk Konstant, er Tyngdefylden afhængig af Stedet.

Det er meget nærliggende at kalde den Størrelse, man faar bestemt ved at veje et Legeme, for Legemets *Vægt*, og det hvad enten man bruger en Skaalvægt eller en Fjedervægt. I almindelig Sprogbrug betyder Vægt derfor snart Masse og snart Tyngde, og Vægtfylde betyder snart Massefylde og snart Tyngdefylde. I Fysik I er Vægt og Vægtfylde benyttet i Betydningen Masse og Massefylde.

Naar andet ikke udtrykkeligt nævnes, vil vi i det følgende se bort fra, at Tyngde og Tyngdefylde varierer med Stedet.

For at en Kraft skal være fuldstændig bestemt, maa man ikke blot kende dens *numeriske Værdi*, f. Eks. udtrykt i kp, men ogsaa dens *Retning* og dens *Angrebspunkt*. Kraften afbildes ved en Pil, hvis Længde angiver dens numeriske Værdi. Pilespidsen peger i Kraftens Retning, og Pilen begynder (eller ender) i Kraftens Angrebspunkt (Fig. 4). En Kraft er en *punktbunden Vektor*.

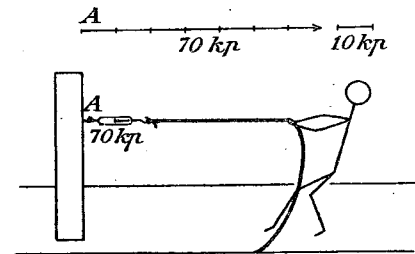


Fig. 4.

En Vektor betegnes i Almindelighed ved et Bogstav med en Streg over; men hvor Vektorens Retning (og Angrebspunkt) er vist paa en Figur, vil vi udelade Stregen og kun anføre Vektorens numeriske Værdi (altsaa f. Eks. K i Stedet for $\vec{K}$).

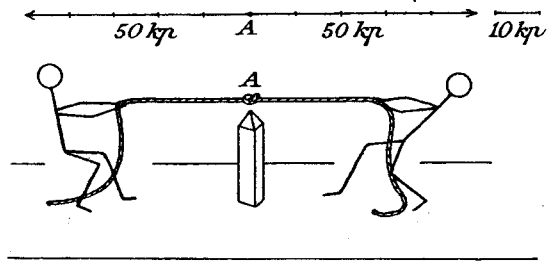


Fig. 5.

Forsøg viser, at en Massedel, d. v. s. et lille Legeme (A i Fig. 5), der er paavirket af to Kræfter, da og kun da forbliver i Hvile, naar de to Kræfter er numerisk lige store og modsat rettede. Man siger, at de to Kræfter holder hinanden i *Ligevægt*.



Fig. 6.

I Fig. 6 holdes Loddets Tyngde i Ligevægt af Snorens Træk. (Om Tyngdens Angrebspunkt se S. 23). Den strakte Snor bestemmer *Stedets Lodlinie*.

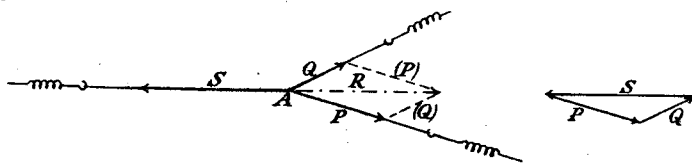


Fig. 7.

Er en Massedel paavirket af tre Kræfter, P , Q og S (Fig. 7), viser Forsøg, at Massedelen da og kun da forbliver i Hvile, naar Kræfternes geometriske Sum er lig Nul. Lad os f. Eks.

udvælge Kræfterne P og Q . Sammen med S danner de et System i Ligevægt, og S kaldes derfor deres *Supplementkraft*. Kraften R , der er den geometriske Sum af P og Q , er numerisk lig, men modsat rettet S og danner altsaa ogsaa et System i Ligevægt sammen med S ; den kan derfor erstatte P og Q . Man udtrykker dette ved at sige, at *Komposanterne* P og Q har *Resultanten* R (*Loven om Kræfternes Parallelogram*).

Det ses, at Resultantens numeriske Værdi er mindre end eller lig med Summen af Komposanternes numeriske Værdier, men større end eller lig med deres Differens. Endvidere ses det, at *Resultantens Projektion paa en hvilken som helst Linie er lig Summen af Komposanternes Projektioner paa denne Linie*.

Medens to eller flere Kræfter med samme Angrebspunkt altid har een og kun een Resultant, bestemt ved Kræfternes geometriske Sum, kan en Enkeltkraft paa uendelig mange Maader opløses i to eller flere Komposanter. I Reglen ønsker man at opløse efter to (i Rummet tre) bestemte Retninger, og Opgaven faar da kun een Løsning.

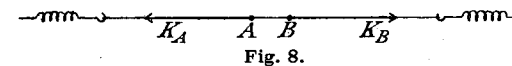


Fig. 8.

I Fig. 8 er A og B to Massedele, f. Eks. Knuder paa et strakt Tov. Forsøg viser, at A og B da og kun da forbliver i Hvile, naar der trækkes i Tovet med lige store, men modsat rettede Kræfter K_A og K_B .

Da Massedelen A forbliver i Hvile, maa den være paavirket af Kræfter, der danner et System i Ligevægt. Den paavirkes mod venstre af K_A og mod højre af en lige saa stor Kraft fra B .

Da ogsaa Massedelen B forbliver i Hvile, maa den ligeledes være paavirket af Kræfter, der danner et System i Ligevægt. Den paavirkes mod højre af K_B og mod venstre af en lige saa stor Kraft fra A .

Vi ser, at de Kræfter, hvormed to Massedele paavirker hinanden, er lige store og modsat rettede efter Forbindelseslinien. Loven gælder ikke blot, naar Massedelen trækker i hinanden,

men ogsaa, naar de trykker mod hinanden. Den kaldes *Loven om Aktion og Reaktion*.

Det bemærkes, at Aktion og Reaktion ikke er Kræfter, der holder hinanden i Ligevægt; de virker jo ikke paa samme Masse. De Kræfter, der holder *A* i Ligevægt, er K_A og Kraften fra *B*, og de Kræfter, der holder *B* i Ligevægt, er K_B og Kraften fra *A*.

Loven om Kræfternes Parallelogram og Loven om Aktion og Reaktion danner Grundlaget for *Ligevægtslæren* eller *Statikken*. Grundlaget for *Bevægelseslæren* eller *Dynamikken* vil blive omtalt senere (S. 61—64).

I Dynamikken vil Kraftbegrebet blive omtalt nærmere (S. 61). Her skal blot nævnes, at man inddeler Kræfterne efter deres Oprindelse. De vigtigste Grupper er:

- Elastiske Kræfter (Spændinger),
- Gnidningskræfter,
- Almindelig Massetiltrækning,
- Elektrisk Tiltrækning og Frastødning.

Faste Legemers Ligevægt.

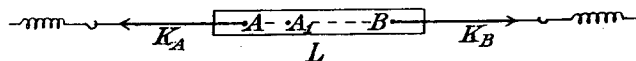


Fig. 9.

I Fig. 9 er *L* et fast Legeme, der er paavirket af Kræfterne K_A og K_B i Punkterne *A* og *B*. Forsøg viser, at *L* da og kun da forbliver i Hvile, naar K_A og K_B er lige store og modsat rettede efter Linien *AB*.

Legemet forbliver ogsaa i Hvile, hvis Angrebepunktet for K_A flyttes til et Punkt A_1 , der er beliggende paa Linien *AB*, og Angrebepunktet for K_B kan naturligvis flyttes paa tilsvarende Maade. En Krafts Virkning paa et fast Legeme forandres ikke, selv om Angrebepunktet flyttes, naar blot Flytningen

sker i Kraftens Retning, eller lige modsat. Kraften er altsaa ikke en punktbunden, men kun en *liniebunden Vektor*. Samlingen af mulige Angrebepunkter udgør Kraftens *Angrebslinie*. Denne naar naturligvis ikke uden for det faste Legeme.

Vi har stiltiende forudsat, at *L* var et idealt fast Legeme, d. v. s. et Legeme, der slet ikke deformeres under Paavirkning af Kræfter; men et saadant Legeme eksisterer ikke. I vort Eksempel bliver *L* strakt en lille Smule under Paavirkning af K_A og K_B , og derved opstaar der Spændinger inde i Legemet. Disse Spændinger bliver ikke de samme, naar en Krafts Angrebepunkt flyttes langs Angrebslinien.

I Fig. 10 er *A* en Søjle, der bærer en Byrde *B*. Kraften, hvormed *B* trykker ned paa *A*, fremkalder Spændinger i *A*, og derved opstaar de nødvendige Reaktioner. Det nederste af Søjlen sammenpresses noget mere end det øverste, fordi det har noget mere at bære og derfor maa yde en noget større Reaktion. At der ogsaa opstaar Spændinger i andre Retninger end den lodrette, ses deraf, at Søjlen kan knuses ved stærk Belastning.

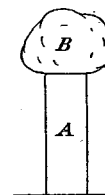


Fig. 10.

Alle eksisterende faste Legemer kan deformeres noget. Herved ændres Nabodelenes indbyrdes Stilling lidt, men *Nabodele vedbliver at være Nabodele*.

Naar andet ikke udtrykkeligt nævnes, vil vi i det følgende se bort fra Deformationerne og de derved frembragte Spændinger.

Vi vil med andre Ord behandle de faste Legemer, som om de var ideale.

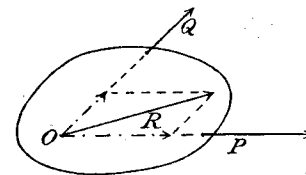


Fig. 11.

I Fig. 11 er et idealt fast Legeme paavirket af Kræfterne *P* og *Q*. Disse forskydes langs Angrebslinierne, til de faar det fælles Angrebepunkt *O*, og sammensættes saa til

Resultanten *R*. Denne kan naturligvis ogsaa forskydes langs sin Angrebslinie.

Gør selv Rede for, hvordan en Enkeltkraft kan opløses i to eller flere Komposanter, der ikke har samme Angrebepunkt.

Hvis det blot erindres, at alle de Angrebepunkter, der benyttes, skal høre med til samme ideale faste Legeme, kan man godt udelade dette Legeme paa Tegningerne. Denne Lettelse vil vi ofte gøre Brug af i det følgende.

Parallelle Kræfter.

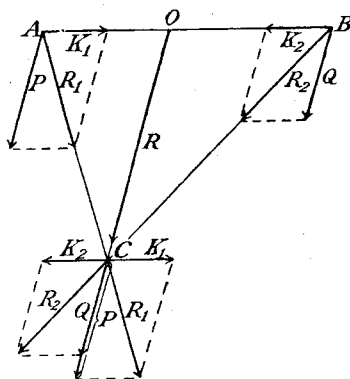


Fig. 12.

Er to Kræfter parallelle og ens rettede, sammensættes de som vist i Fig. 12. P og Q er de givne Kræfter. I Angrebepunkterne A og B tilføjes Kræfterne K_1 og K_2 , der er lige store og modsat rettede efter Linien AB . P og K_1 har Resultanten R_1 , og Q og K_2 har Resultanten R_2 . Disse Resultanter forskydes, saa de faar det fælles Angrebepunkt C , hvorefter de igen opløses i Komposanter, der er parallelle med de oprindelige og følgelig lige saa store. Det er nu let at finde Resultanten af de fire Kræfter, der angriber i C : K_1 og K_2 ophæver hinanden, og P og Q har samme Angrebslinie. Følgelig er Resultanten R lig Summen af de givne Kræfter P og Q , og den har samme Retning som disse.

Idet O er Skæringspunktet mellem Resultantens Angrebslinie og Linien AB , har man:

$$\frac{P}{OC} = \frac{K_1}{OA} \quad \text{og} \quad \frac{Q}{OC} = \frac{K_2}{OB},$$

hvoraf:

$$P \cdot OA = Q \cdot OB.$$

Resultantens Angrebslinie deler altsaa Forbindelseslinien mellem de givne Kræfters Angrebepunkter indvendigt i Stykker, der forholder sig omvendt som Kræfterne (Resultanten nærmest den største Kraft).

Anm. Naar Resultantens Angrebepunkt vælges paa Linien AB , ligger det fast, selv om P og Q (og dermed R) skifter Retning (jfr. S. 23).

Er de to Kræfter parallelle, men modsat rettede og numerisk ulige store, sammensættes de som vist i Fig. 13. Man finder, at Resultanten i dette Tilfælde har følgende Egenskaber:

1) dens numeriske Værdi er lig Differensen mellem de givne Kræfters numeriske Værdier, 2) den har samme Retning som den største af de givne Kræfter, og 3) dens Angrebslinie deler Forbindelseslinien mellem de givne Kræfters Angrebepunkter udvendigt i Stykker, der forholder sig omvendt som Kræfterne (Resultanten nærmest den største Kraft).

Anm. Naar Resultantens Angrebepunkt vælges paa Linien AB , ligger det fast, selv om P og Q (og dermed R) skifter Retning.

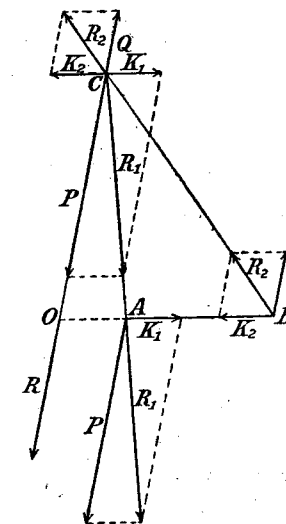


Fig. 13.

Svingkræfter.

Hvis to parallelle, men modsat rettede Kræfter er numerisk lige store (PP i Fig. 14), findes der slet ingen Resultant. Saa-danne Kræfter siges at danne et *Kraftpar* eller en *Svingkraft*.

Afstanden a mellem Angrebslinierne kaldes Svingkraftens *Arm*, og Produktet $P \cdot a$ kaldes Svingkraftens *Drejningsmoment*, eller blot Svingkraftens *Moment*. Momentet regnes positivt eller negativt, efter som Svingkraften drejer mod Uret eller med Uret; Svingkraften i Fig. 14 har altsaa et positivt Moment.

Vi vil nu bevise nogle Sætninger om Svingkræfter i samme Plan.

1ste Sætning. To Svingkræfter holder hinanden i Ligevægt, naar deres Momenter er lige store med modsat Fortegn.

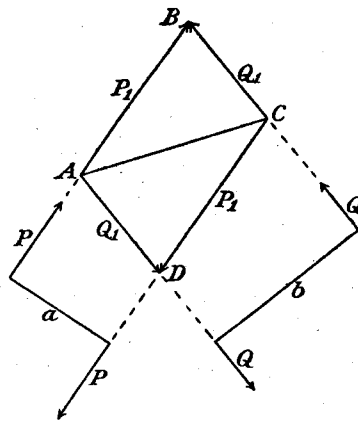


Fig. 15.

I Fig. 15 er tegnet to Svingkræfter, der drejer til modsat Side. Det er givet, at

$$Pa = Qb, \text{ eller } \frac{a}{b} = \frac{Q}{P}.$$

Vi forlænger Kraftretningerne, saaledes at Parallelogrammet $ABCD$ dannes. Er dettes Areal F og Siderne P_1 og Q_1 , har man:

$$F = P_1 a = Q_1 b, \quad \text{eller} \quad \frac{a}{b} = \frac{Q_1}{P_1} = \frac{Q}{P}.$$

Da de givne Kræfter altsaa er proportionale med Parallelogrammets Sider, kan disse anvendes som Afbildningsliniestykker for Kræfterne. Derpaa flyttes Angrebepunkterne til A og C .

I AC kommer der da til at ligge to lige store og modsat rettede Resultanter af (P_1, Q_1) og (P_1, Q_1) . De fire Kræfter $P_1 P_1 Q_1 Q_1$ holder altsaa hinanden i Ligevægt.

Hvis Kræfterne P og Q har samme Retning, dannes Parallelogrammet $ABCD$ ikke, og hvis Kræfterne har næsten samme Retning, dannes Parallelogrammet uden for Legemet. Fig. 16 antyder, hvorledes denne Vanskelighed kan omgaas ($Pa = P'a'$, benyt et Par ensvinklede Trekanter).

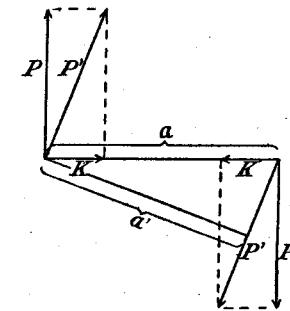


Fig. 16.

2den Sætning. En Svingkraft med Momentet Pa kan erstattes af en anden Svingkraft med Momentet Qb , naar Momenterne Pa og Qb er lige store.

Vi har allerede vist Sætningens Gyldighed i et meget specielt Tilfælde (Fig. 16). For at vise dens Al-

mengyldighed tilføjer vi Hjelpekræfterne QQ (punkterede Linier, Fig. 17) og nummerer de tre Svingkræfter I, II, III.

I holder Ligevægt med III
(1ste Sætning. $Pa = Qb$).

II holder Ligevægt med III.

Heraf følger, at

I og II kan erstatte hinanden.

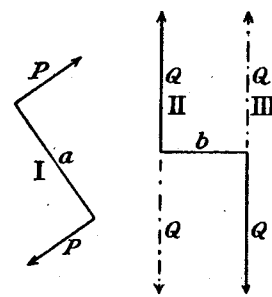


Fig. 17.

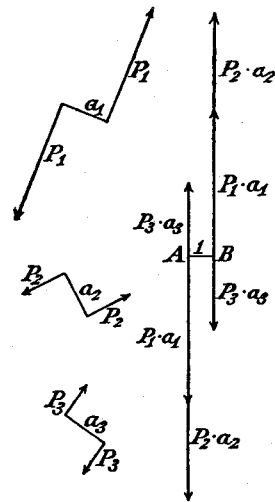


Fig. 18.

3die Sætning. Et vilkaarligt Antal Svingkræfter kan erstattes af een Svingkraft, hvis Moment er lig den algebraiske Sum af de givne Svingkræfters Momenter.

Paa et vilkaarligt Sted (Fig. 18) af-sættes Liniestykket

$$AB = 1 \text{ cm.}$$

Svingkraften med Momentet $(P_1 a_1) \cdot 1$ erstatter da Svingkraften med Momentet $P_1 a_1$.

De andre Svingkræfter omformes paa samme Maade, saaledes at de faar den fælles Arm AB , og Momenterne bliver da:

$$+ (P_1 a_1) \cdot 1, + (P_2 a_2) \cdot 1 \text{ og } \div (P_3 a_3) \cdot 1.$$

Den ny Svingkraft, der saaledes fremkommer, har altsaa Momentet

$$(P_1 a_1 + P_2 a_2 - P_3 a_3) \cdot 1.$$

Ønskes denne Svingkraft omformet, saaledes at den faar Armen x , bliver den endelige Svingkraft:

$$\underbrace{\frac{P_1 a_1 + P_2 a_2 - P_3 a_3}{x}}_{\text{Kraft.}} \cdot \underbrace{x}_{\text{Arm.}}$$

For Svingkræfter i samme Plan gælder altsaa følgende Sætninger:

- 1) To Svingkræfter, hvis Momenter er lige store med modsat Fortegn, ophæver hinanden.
- 2) En Svingkraft kan flyttes i sit Plan, og dens Arm kan ændres, naar blot Momentet forbliver uforandret.
- 3) To eller flere Svingkræfter sammensættes ved algebraisk Addition af Momenterne.

Ligevægtsbetingelser.

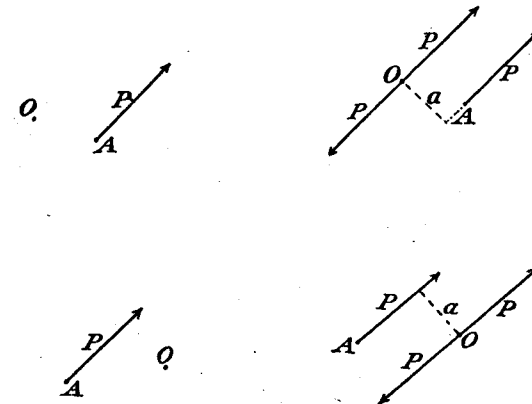


Fig. 19.

Af Fig. 19 udleder man følgende Sætning:

En Kraft P kan parallelforskydes til en ny Angrebslinie i Afstanden a , naar man samtidig tilføjer en Svingkraft med Momentet $+Pa$ eller $\div Pa$.

Vi søger nu Ligevægtsbetingelsen for et Legeme, der kan dreje sig om en Akse, idet vi dog kun betragter det specielle Tilfælde, at alle de Kræfter, der paavirker Legemet, ligger i samme Plan vinkelret paa Aksen.

Lad P_1, P_2, P_3 være givne Kræfter, og lad Kræfternes Plan skære Aksen i A . Vi parallelforskyder Kræfterne til A og faar da:

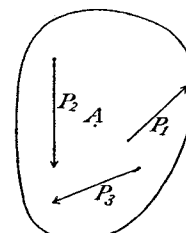


Fig. 20 a.

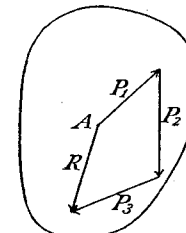


Fig. 20 b.

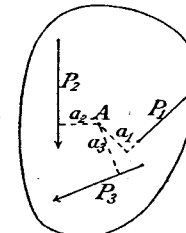


Fig. 20 c.

- 1) En Enkeltkraft R , der findes ved geometrisk Addition af de givne Kræfter (sml. Fig. 20 a og Fig. 20 b).

- 2) En Svingkraft, hvis Moment D findes ved algebraisk Addition af de tilføjede Svingkræfters Momenter. Altsaa (sml. Fig. 20 a og Fig. 20 c):

$$D = P_1 a_1 + P_2 a_2 - P_3 a_3.$$

Enkeltkraften R , der er den geometriske Sum af de givne Kræfter, ophæves af Aksens Reaktion. Den eneste Ligevægtsbetingelse bliver derfor: $D = 0$.

Er Legemet frit bevægeligt, som f. Eks. en Planke, der flyder paa Vand, bliver Ligevægtsbetingelserne: $R = 0$ og $D = 0$ for enhver tænkelig Akse.

Opgave. To Mænd bærer over Skuldrene en Stang, hvori der er ophængt en Byrde. Stangen har ingen kendelig Tyngde, men Byrdens Tyngde er 100 kp. Afstanden mellem Mændene er 1,5 m, og Byrdens Afstand fra den ene Mand er 0,9 m. Hvor meget bærer hver?

Bestemmelse af et Legemes Tyngdepunkt.

I Fig. 21 a og Fig. 21 b er Punkterne

$A, B, C, \dots$

Angrebepunkter for de parallelle Kræfter

$P_A, P_B, P_C, \dots$

Disse Kræfter ligger to og to i samme Plan og kan altsaa sammensættes ved gentagen Anvendelse af Reglerne Side 16—17.

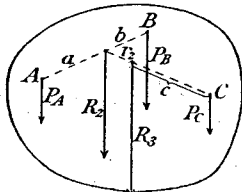


Fig. 21 a.

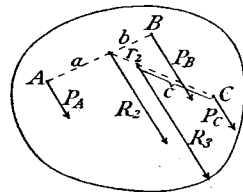


Fig. 21 b.

$$\begin{aligned} R_2 &= P_A + P_B, & P_A \cdot a &= P_B \cdot b; \\ R_3 &= R_2 + P_C = P_A + P_B + P_C, & R_2 \cdot r_2 &= P_C \cdot c; \end{aligned}$$

Til sidst maa vi faa en samlet Resultant

$$R = P_A + P_B + P_C + \dots = \Sigma P$$

med et bestemt Angrebepunkt (T), som bliver det samme, selv om alle Kræfterne skifter Retning (se Anmærkningen Side 17, og sammenlign Fig. 21 a og Fig. 21 b).

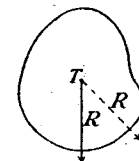


Fig. 22 a.

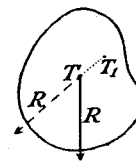


Fig. 22 b.

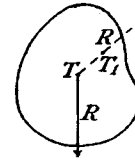


Fig. 22 c.

Hvis Legemet understøttes i T , maa det være i Ligevægt; thi Resultanten R ophæves da af Reaktionen fra det faste Støttepunkt, og der optræder ingen Svingkræfter. Ligevægten forstyrres ikke, selv om alle Kræfterne skifter Retning (se Fig. 22 a).

Hvis Legemet derimod ikke understøttes i T , men i et vilkaarligt andet Punkt T_1 , kan der ikke være Ligevægt undtagen for to specielle Retninger af Kræfterne (se Fig. 22 b og Fig. 22 c).

Vi begynder nu forfra og sammensætter Kræfterne i en anden Orden. Resultanten maa da atter blive $R = \Sigma P$, og vi maa finde samme Angrebepunkt T ; thi hvis vi fandt et andet Punkt, f. Eks. T_1 , var der ikke Ligevægt for enhver Retning af Kræfterne.

Opgave. Siderne og Vinkelhalveringslinierne i en Trekant ABC er dannet af Stænger, hvis Tyngde er forsvindende. I Vinkelspidserne angriber de parallelle Kræfter P_A, P_B og P_C , hvis numeriske Værdier forholder sig som Trekantens modstaaende Sider. Find Angrebepunktet for Resultanten af de Kræfter, der paavirker Systemet.

Tyngden af et Legemes enkelte Massedele $A, B, C, \dots$ er parallelle Kræfter $P_A, P_B, P_C, \dots$. Disse Kræfter kan sammensættes til en enkelt Kraft, der er lig hele Legemets Tyngde og har et ganske bestemt Angrebepunkt, uafhængigt af Legemets Stilling. Dette Punkt kaldes Legemets *Tyngdepunkt*.

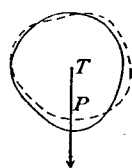


Fig. 23 a.

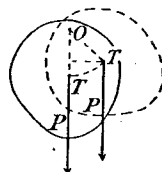


Fig. 23 b.

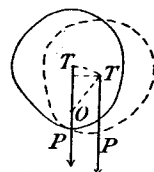


Fig. 23 c.

Hvis et Legeme understøttes i Tyngdepunktet, er det i Ligevægt i enhver Stilling (*ligegyldig* Ligevægt, Fig. 23 a). Hvis det understøttes i andre Punkter, kan det være i Ligevægt i to bestemte Stillinger (*stadig* eller *ustadig* Ligevægt, efter som Tyngdepunktet hæves eller sænkes, naar Legemets Stilling ændres lidt, Fig. 23 b og Fig. 23 c).

Ved homogene Legemer af en simpel geometrisk Form kan man i Reglen let finde Tyngdepunktet ved Regning.

- Opgave 1. Find Tyngdepunktet for en Ring, idet der tænkes tilføjet Egere uden kendelig Tyngde.
- Opgave 2. Vis, at Tyngdepunktet for en Trekant ligger i Medianernes Skæringspunkt, og benyt Resultatet til Bestemmelse af en Firkants Tyngdepunkt.
- Opgave 3. Et firsidet retvinklet Prisme med Kantlængderne 10 cm, 3 cm og 1 cm anbringes paa et vandret Bord. Find de mulige Ligevægtsstillinger.
- Opgave 4. En homogen Kugle anbringes 1) paa et vandret Bord, 2) i en Gryde, 3) paa et hvælvet Underlag. Gør Rede for Ligevægtsstillingerne i de tre Tilfælde.

Ved ikke-homogene Legemer og ved homogene Legemer, hvis Form ikke er simpel, maa man bestemme Tyngdepunktet ved Forsøg. Ophænges Legemet i et Punkt O_1 , maa den lodrette Linie gennem Tyngdepunktet, *Faldlinien*, gaa igennem O_1 . Gentages Forsøget med et nyt Ophængningspunkt O_2 , kender man to Faldlinier, og disse maa skære hinanden i Tyngdepunktet.

Skaalvægten.

Et Legeme, der kan dreje sig om en Akse, kaldes en *Vægtstang*. I Tyngdepunktet virker en lodret Kraft, nemlig Legemets Tyngde, og vi vil antage, at alle de øvrige Kræfter, der paavirker Vægtstangen, ligger i samme lodrette Plan gennem Tyngdepunktet, og at Aksen er vinkelret paa dette Plan. Betingelsen for Ligevægt er da:

$$D = 0,$$

hvor D er Summen af samtlige Momenter med Hensyn til Aksen (se Side 22).

Vægtstænger finder Anvendelse i Værktøj, Maskiner, Vejerredskaber o. s. v. Vi vil nøjes med at omtale det simpleste, men tillige det nøjagtigste af alle Vejerredskaber, nemlig *Skaalvægten* (Fig. 24).

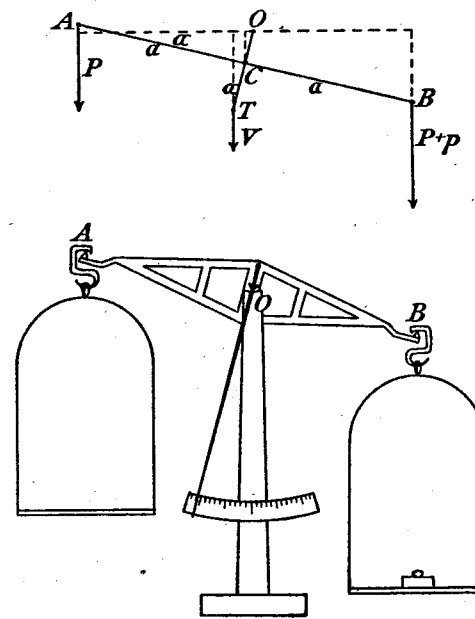


Fig. 24.

Vægtstangsaksen O fremkommer ved, at et i Vægtstangen fastgjort skarpkantet Staalprisme, *Kniven*, vugger paa et svagt nedadbuget Leje af Halvædelsten (f. Eks. Agat). Lejet er tvedelt, idet Vægtstøtten er forsynet med en tilstrækkelig dyb og bred Fure, inden for hvilken Vægtstangen kan dreje sig. Ved A og B findes de Knive, som Vægtskaalenes Ophængningslejer vugger paa. T er Vægtstangens Tyngdepunkt og V dens Tyngde. AC og BC kaldes Vægtstangens Arme og er nøjagtig lige lange (a). Vi vil finde Udslaget (α) for en given Belastning (P) og en given Overvægt (p), eller med andre Ord: Vi vil bestemme *Vægtens Følsomhed*.

Ligevægtsbetingelsen bliver:

$$P[a \cos \alpha + OC \sin \alpha] + V \cdot OT \sin \alpha - (P + p)[a \cos \alpha - OC \sin \alpha] = 0,$$

$$\text{eller: } \operatorname{tg} \alpha = p \cdot \frac{a}{(2P + p) \cdot OC + V \cdot OT}.$$

Man indretter altid Vægten saaledes, at de 3 Knivægge ligger i samme Plan ($OC = 0$). Derved opnaar man, at det bliver Vægtens Konstruktion og ikke den tilfældige Belastning, der bestemmer Følsomheden ($(2P + p) \cdot OC = 0$).

$$\text{Vi har nu: } \operatorname{tg} \alpha = p \cdot \frac{a}{V \cdot OT},$$

og vi ønsker, at α skal være stor for en given Værdi af p . Vi maa altsaa have:

- 1) a stor. Paa dette Punkt renoncerer man som oftest; thi jo længere Vægtstangen er, des lettere vil den bøjes.
- 2) V lille. Ved at udskære Vægtstangen som vist i Figuren kan man formindske dens Tyngde meget, uden at dens Styrke aftager kendeligt.
- 3) OT lille. Da man kan gøre OT saa lille, man selv vil, kan Følsomheden gøres saa stor, som man ønsker den. Hvorfor er det ikke heldigt at have $OT = 0$?

Med stigende Følsomhed følger en voksende Svingningstid for Vægtstangen. Imidlertid behøver man ikke at afvente det Tidspunkt, da Svingningerne ophører. Man aflæser tre paa hinanden følgende Viserudsving paa Gradbuen; er disse n_1 , n_2 og n_3 , kan man regne, at der er Ligevægt, hvis

$$n_2 = \frac{n_1 + n_3}{2}.$$

Flydende Legemers Ligevægt.

I et flydende Legeme (Vædske eller Luftart) kan de enkelte Dele forskydes imellem hinanden under Paavirkning af selv den mindste Kraft. Et flydende Legeme antager derfor altid Form efter den Beholder, hvori det findes.

En Vædske kan have en fri Overflade, og denne stiller sig altid vandret, forudsat at Vædsken ikke paavirkes af andre Kræfter end Tyngdekraften. En Luftart udfylder derimod altid den Beholder, hvori den findes. I en Luftart er Molekylerne nemlig ikke blot letbevægelige, men de er ogsaa saa langt fra hinanden, at deres gensidige Tiltrækning er forsvindende, og det følger da umiddelbart af den kinetiske Molekylteori, at Luftarten maa udbrede sig over al den Plads, den kan faa. At Atmosfæren ikke udbreder sig over hele Verdensrummet, forklares ved, at Molekylerne holdes tilbage af Jordens Tiltrækning.

Som ved Omtalen af faste Legemers Ligevægt vil vi ogsaa her se bort fra, at de enkelte Molekyler aldrig er i Hvile (undtagen ved det absolutte Nulpunkt). Vi vil med andre Ord undlade at betragte saa smaa Stofmængder, at det enkelte Molekyles Adfærd spiller nogen Rolle. Kun med dette Forbehold er det berettiget at sige, at et flydende Legeme kan komme i Ro i en Beholder, og at de enkelte Dele da bliver, hvor de er.

Naar et flydende Legeme er i Ro, maa den Kraft, hvormed det trykker mod en Flade, altid være vinkelret paa denne.

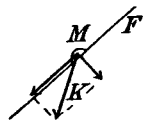


Fig. 25.

Hvis den Kraft K , hvormed Massedelen M presses ind mod Fladen F (Fig. 25), havde en Komponent langs Fladen, kunde den letbevægelige Massedel nemlig ikke forblive i Ro.

Vi vil nu præcisere Begrebet *specifikt Tryk*. Er en Flade med Arealet dF paavirket af Kraften dK , siges det specifikke Tryk at være $\frac{dK}{dF}$. Det specifikke Tryk maales f. Eks. i p/cm^2 eller i kp/cm^2 . Hvor der ikke er Fare for Misforstaaelse, nøjes man med at sige *Tryk* i Stedet for specifikt Tryk.

E k s. 1. Ved normal Barometerstand er Atmosfærens Tryk $76 \cdot 13,6 p/\text{cm}^2$, altsaa ca. $1 \text{ kp}/\text{cm}^2$ (en Atmosfæres Tryk, jfr. S. 33).

E k s. 2. Naar en Finger er beskyttet af et Fingerbøl, kan man trykke mod en Synaal med en Kraft af Størrelsesordenen 1 kp. Hvis Spidsen har en Diameter paa 0,2 mm, er dens Tryk mod Underlaget af Størrelsesordenen 3000 Atmosfærer.

En Barberkniv gaar i Skægget med ca. 10000 Atmosfæres Tryk. $\frac{dK}{dF}$ er stor, fordi dF er meget lille.

E k s. 3. I Forsøget over et Isstykkens Genfrysning (Fysik I S. 14) er der et stort Tryk under Traaden, fordi Berøringsfladen er lille.

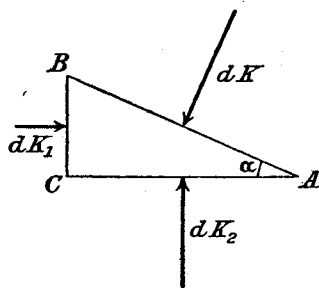


Fig. 26.

Vi vil nu vise, at Trykket paa et lille Fladestykke dF anbragt i et Punkt af et flydende Legeme er det samme, hvad enten Fladestykket er lodret, vandret eller skraat. Trykket er altsaa ikke retningsbestemt i et flydende Legeme, og man taler om Trykket i Punktet.

Lad dF være et lille Rektangel med to vandrette Sider og med Hældningen α (Fig. 26), og lad os

betragte det lille Prisme, hvis Sideflader er dF (skraa), $dF \sin \alpha$ (lodret) og $dF \cos \alpha$ (vandret). Kaldes Kræfterne, hvormed den omgivende Vædske (eller Luft) virker paa disse Flader, henholdsvis dK , dK_1 og dK_2 , har man til Bestemmelse af Trykkene p , p_1 og p_2 paa Fladerne:

$$dK = p \cdot dF, \quad dK_1 = p_1 \cdot dF \sin \alpha, \quad dK_2 = p_2 \cdot dF \cos \alpha.$$

Kaldes Tyngdefylden for det flydende Legeme ρ , er Prismets Tyngde $\frac{1}{2} BC \cdot dF \cos \alpha \cdot \rho$, hvor BC er Højden i den lodrette Kateteflade.

Da Prismet er i Hvile, skal den resulterende Kraft i enhver Retning være Nul. Vi har altsaa:

For Retningen dK_1 :

$$dK_1 - dK \sin \alpha = 0, \text{ eller}$$

$$(1) \quad p_1 \cdot dF \sin \alpha - p \cdot dF \cdot \sin \alpha = 0.$$

For Retningen dK_2 :

$$dK_2 - dK \cos \alpha - \frac{1}{2} BC \cdot dF \cos \alpha \cdot \rho = 0, \text{ eller}$$

$$(2) \quad p_2 \cdot dF \cos \alpha - p \cdot dF \cdot \cos \alpha - \frac{1}{2} BC \cdot dF \cos \alpha \cdot \rho = 0.$$

Af (1) og (2) faas henholdsvis: $p_1 = p$ og $p_2 = p + \frac{1}{2} BC \cdot \rho$. Lader man Prismet trække sig sammen om det betragtede Punkt, gaar BC mod 0, og man faar: $p_2 = p$. Altsaa:

$$p_1 = p_2 = p.$$

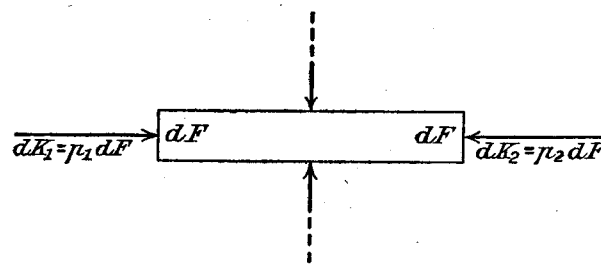


Fig. 27.

Paa tilsvarende Maade ses af Fig. 27, hvor det betragtede Omraade har Form som en tynd vandret Normalklods, at Trykket er ens i samme vandrette Lag:

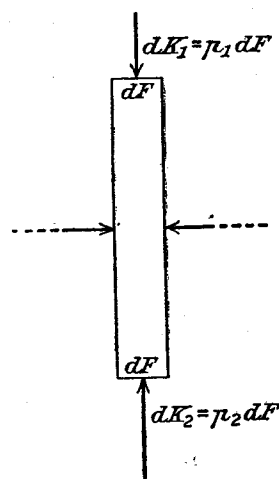


Fig. 28.

$$dK_1 - dK_2 = 0; p_1 \cdot dF - p_2 \cdot dF = 0; \\ p_1 = p_2.$$

Endvidere ses af Fig. 28, hvor Omraadet har Form som en tynd lodret Normalklods, at Trykket vokser med Dybden. dK_2 er større end dK_1 , da dK_2 holder Ligevægt med dK_1 og Tyngden af det afgrænsede Rumfang af det flydende Legeme.

$$dK_2 > dK_1; p_2 \cdot dF > p_1 \cdot dF; \\ p_2 > p_1.$$

At Trykket vokser med Dybden, er forstaaeligt nok. Ethvert flydende Legeme er elastisk, og jo længere man gaar ned (f. Eks. i Havet eller i Atmosfæren), des mere er det flydende Legeme presset sammen af de overliggende Lags Tyngde. Vædskestryk og Lufttryk svarer altsaa til Trykspændinger i faste Legemer (jfr. S. 15).

I Fig. 29 er en Beholder med vandret Bund delvis fyldt med Vædske. Vædsken trykker mod Beholderens Bund og Vægge og spiler dem netop saa meget ud, at der fremkommer passende Modkræfter (Aktion og Reaktion). De nedre Vædskelede presses sammen som et elastisk Underlag og bliver derved i Stand til at bære Vædsken ovenover. Saavel Beholderens Udspiling som Vædskens Sammenpressning er dog saa ringe, at de i det følgende kan lades ude af Betragtning.

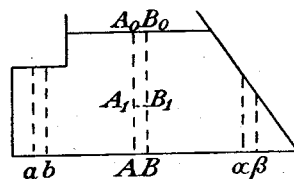


Fig. 29.

For at finde den Kraft, hvormed Vædsken trykker mod et Fladeelement AB af den vandrette Bundflade, tænker vi os Vædskesøjlen ABA_0B_0 afgrænset fra den øvrige Del af Vædsken.

Denne Vædskesøjle bæres alene af Fladen AB , idet den omgivende Vædske paa Grund af Delenes Letbevægelighed ikke kan hjælpe til. Er Søjleens Tyngde P , bliver Trykket ved Bunden paa det betragtede Sted altsaa $P : AB$. Paa Fladen A_1B_1 virker Tyngden P_1 af Vædskesøjlen $A_1B_1A_0B_0$. Her er Trykket altsaa $P_1 : A_1B_1$. Er der Luft over Vædsken, skal Luftens Tryk ved Overfladen lægges til.

Ved ab og ved $\alpha\beta$ er der samme Tryk som ved AB , skønt der er mindre Vædske ovenover; Karvæggenes Modkraft „erstatte den manglende Vædskemængde“.

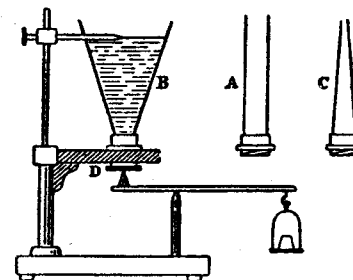


Fig. 30.

Den Kraft, hvormed Vædsken trykker mod Bunden, er altsaa bestemt som Produktet af Vædskesøjleens Højde, Vædskens Tyngdefylde og Bundfladens Areal; men den er uafhængig af Karrets Form (det hydrostatiske Paradoks). Sætningens Rigtighed kan eftervises ved Forsøg med Pascals Vaser (Fig. 30).

En Flade, der gaar igennem Punkter med samme Tryk, kaldes en *Niveauflade*. Niveaufla-

derne er altsaa vandrette Planer, saavel i Vædske som i Luftarter. En fri Vædskeoverflade er en Niveauflade, baade i Vædsken og i Luften ovenover.

Kaldes Luftens Tryk ved Vædskens Overflade T , er Vædskens Tryk i Afstanden $\pm h$ fra den fri Overflade $T \pm h\rho$, hvor ρ er Vædskens Tyngdefylde; h regnes positiv nedad. I Fig. 31 er Vædsken Vand, og som Trykmaaler er anvendt et bøjet Glasrør med jodfarvet Kloroform. Der er lige store Overtryk ved O_1 og O_2 , Atmosfæretryk ved A og Undertryk ved U .

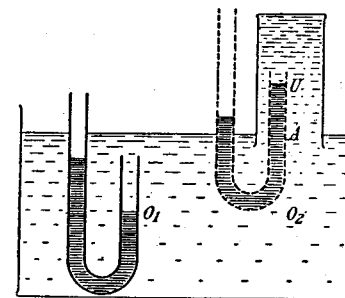


Fig. 31.

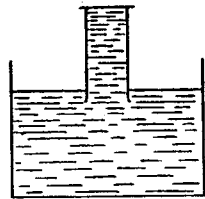


Fig. 32.

Opgave 1. Et Cylinderglas med Vand holdes som vist i Fig. 32. Bærer man Cylinderglasset + Vand eller blot Cylinderglasset?

Opgave 2. U-Røret i Fig. 33 indeholder Vand og Æter. Vis, at Højderne over Skillefladen forholder sig omvendt som Massefylderne. Hvorfor er det tilladeligt at regne med samme Lufttryk ved de fri Overflader?



Fig. 33.

Ved et Eksempel vil vi vise, hvordan man finder den Kraft K , hvormed en Vædske trykker mod en Sidevæg. I Fig. 34 er NO en lodret rektangulær Sluseport. NN er Bunden, og OO er Vandoverfladen. Lufttrykket kan vi se bort fra, da det er det samme ved Vandoverfladen og ved Sluseporten. Vandets Tyngdefylde sættes til 1 p/cm^3 . Lad Sluseportens Bredde (vinkelret paa Papirets Plan) være $b \text{ cm}$, og lad Afstanden fra Bunden til Vandoverfladen være $h \text{ cm}$. Som Fladeelement kan vi vælge en smal vandret Strimmel i Afstanden $x \text{ cm}$ fra Vandoverfladen. Idet dx er Strimlens Højde, bliver dens Areal $df = b \cdot dx$. I Dybden $x \text{ cm}$ er Trykket $x \cdot 1 \text{ p/cm}^2$. Vandet trykker da vinkelret ind mod Fladen df med Kraften $dK = x \cdot df = x \cdot b \cdot dx$, og heraf findes ved Summation:

$$K = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h^2.$$

Kraften K er Resultanten af mange parallelle Kræfter. Da disses Størrelse tiltager med Dybden, maa Angrebspunktet for K , det saakaldte Trykcentrum, ligge nærmere ved Bunden end ved Vandoverfladen. Vis, at Trykcentrets Afstand fra Bunden netop er halv saa stor som Afstanden fra Vandoverfladen.

Det fremgaar af Fig. 35, at man ved Hjælp af en indespærret Vædske kan faa en lille Kraft til at hæve en tung Byrde. Kraften virker paa det lille Stempel, og Byrden er anbragt paa det store. Erstattes det lille Stempel med en Trykpumpe, er Apparatet en *hydraulisk Presse*.

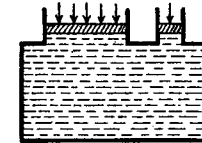


Fig. 35.

Barometre.

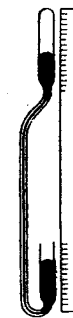


Fig. 36.

Nøjagtige Maalinger af Lufttryk udføres med *Kviksølvbarometret* (Fig. 36). Rummet over Kviksølvet i det bøjede Glasrørs lange Gren skal være lufttomt. (Naar man lader Kviksølvet slaa mod den lukkede Ende af Røret, skal Stødet give en skarp Lyd). Trykket ved Kviksølvoverfladen i det aabne Rør er lig Trykket i samme vandrette Lag i det lukkede, og her er Trykket $b \cdot \rho \text{ p/cm}^2$, hvor b er Højdeforskellen mellem de to Kviksølvoverflader og ρ Kviksølvs Tyngdefylde. Den aflæste Højdeforskel (*Barometerstanden*) er altsaa proportional med Luftens Tryk og kan følgelig anvendes som et Maal for Lufttrykket (jfr. Fysik I; om Enheden *Millibar* se Opgave 4 Side 66). Ved Præcisionsmaalinger maa der dog tilføjes en Række Korrektioner.

1. Korrektion for Maalestockens Udvidelse.

Maalestocken regnes at være rigtig ved 0° . Har man ved t° maalt, at Kviksølvhøjden var $b \text{ cm}$, er b for lille et Tal. Det rigtige Tal er

$$b_1 = b (1 + \alpha t),$$

idet α er Maalestockens Længdeudvidelseskoefficient.

2. Korrektion for Kviksølvets egen Udvidelse.

$b_1 \text{ cm}$ er Højden af en Kviksølvstøjl, der er t° varm. Ved 0° vilde det samme Tryk udøves af en Kviksølvstøjl, der havde den noget mindre Højde

$$b_2 = b_1 \cdot \frac{d}{d_0} = \frac{b_1}{1 + \beta t},$$

idet β er Kviksølvets Udvidelseskoefficient (0,000182) og d og d_0 dets Massefylde ved henholdsvis t° og 0° (se Fysik I Side 22).

Korrektionerne 1) og 2) udregnes een Gang for alle og opføres under eet i Tabelform. De nedenfor anførte Værdier skal trækkes fra den aflæste Barometerstand.

Temperatur.	Aflæst Barometerstand (i mm).							
	740	750	760	770	740	750	760	770
5°	0,60	0,61	0,62	0,62	0,64	0,65	0,66	0,66
10°	1,20	1,22	1,23	1,25	1,28	1,30	1,31	1,33
15°	1,80	1,82	1,85	1,87	1,92	1,94	1,97	1,99
20°	2,40	2,43	2,46	2,49	2,56	2,59	2,62	2,65
	Messingmaalestok				Glasmaalestok			

3. Korrektion for Kviksølvets Damptryk.

Over Kviksølvet i den lukkede Gren er der altid mættede Kviksølvdampe. De Korrektioner, der kan blive Tale om ved almindelige Lufttemperaturer, er dog kun smaa.

4. Korrektion for Haarrørvirkningen.

Haarrørvirkningen faar ingen Betydning, naar der er samme store Rørvidde ved begge Overflader (jfr. Side 50).

5. Korrektion for Breddegraden og for Højden over Havoverfladen.

Selv efter at Korrektionerne 1—4 er foretaget, behøver samme Barometerstand ikke at betyde samme Tryk, idet Tyngdefylden jo afhænger af Breddegraden og Højden over Havoverfladen. (Jfr. Op-gave 3, Side 66).

En *Barograf* er et selvregistrerende Aneroidbarometer. Sendes Barografen op med en Ballon, kan man af det registrerede Tryk nogenlunde beregne Stighøjden; men da Luftens Tyngdefylde aftager fra de lavere til de højere Luftlag, og da Trykket i en bestemt Højde tillige er stærkt afhængig af Lufttemperaturen, er Beregningen af Højden som Funktion af Lufttrykket ret besværlig og temmelig usikker.

Manometre.

Til Maaling af Lufttryk (Damptryk) i en lukket Beholder anvendes *Manometre*. Da Luftens (Dampens) Tyngdefylde er ringe, kan man i Praksis se bort fra, at Trykket er lidt større forneden end foroven.

I Fig. 37 ses et *aabent Manometer*, der indeholder Kviksølv. Højdeforskellen angiver Overtrykket (eller Undertrykket) i Beholderen maalt i cm. Hg. Indeholder Manometret en anden Vædske, maa der naturligvis finde en Omregning Sted, hvis Overtrykket (eller Undertrykket) ønskes angivet i Kviksølvtryk.



Fig. 37.

Til Maaling af større Tryk anvendes et *lukket Manometer* (Fig. 38). Naar Kviksølvet i de to Grene staar i samme



Fig. 38.

Højde, er der samme Tryk i de to Grene, og vi vil for Nemheds Skyld antage, at dette Tryk netop er 1 Atmosfære (76 cm Hg). Sammenpresses Luften i den lukkede Gren til $\frac{1}{n}$ af Rumfanget ved 1 Atmosfæres Tryk, maa Trykket i denne Gren være $n \cdot 76$ cm Hg (Boyle-Mariottes Lov). Heraf findes Trykket i Beholderen ved Addition af Højdeforskellen mellem de to Kviksølvoverflader.

Hyppigst anvender man dog et *Metalmanometer* (Fig. 39). Det bøjede Metalrør *AB* er gennem Hanen *H* sat i Forbindelse med den Beholder, hvori Overtrykket ønskes maalt.

Jo større Overtrykket er, des mere retter *AB* sig ud: Rørets Tværsnit er ellipseformet med Storaksen vinkelret paa Papirets Plan. Overtryk i Røret faar Tværsnittet til at nærme sig Cirkelformen, og herved opstaar der Trækspændinger i Ydersiden og Trykspændinger i Inder-siden. Ved et Mellemed overføres *B*'s Bevægelse til Viseren, der drejer sig om Aksen *C*. Skalaen *D* inddeles ved Sammenligning med et lukket Manometer.

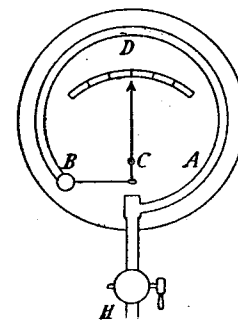


Fig. 39.

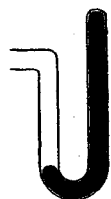


Fig. 40.

Til Maaling af Tryk fra nogle faa cm Hg til nogle faa mm Hg kan anvendes et Manometer som vist i Fig. 40. Det lukkede Rør er helt fyldt med Kviksølv. Forbindes det aabne Rør med en Beholder, hvori Luften er stærkt fortyndet, stiger Kviksølvet i Røret til venstre, og Højdeforskellen mellem de to Overflader angiver Trykket i Beholderen, idet Rummet over Kviksølvet i det lukkede Rør er lufttomt.

Til Fortynding af en Luftart anvendes som bekendt *Luftpumpe*. Vi vil senere omtale Vandluftpumpen (Side 90), der er bekvem at anvende, men som ikke kan frembringe lavere Tryk end ca. 2 cm Hg. Ønskes der en bedre Udpumpning, anvendes ofte den i Fig. 41 viste *Kapselpumpe*. Cylinderen C , der kan rotere om sin Akse, er anbragt i et cylindrisk Hulrum, saa den hele Tiden er i Berøring med Hulrummets Væg ved V . De to Metalplader M_1 og M_2 , som er anbragt i Udskæringer i C , holdes under Rotationen presset mod Hulrummets Væg af Fjederen F . Baade C , M_1 og M_2 slutter nøje til Endevæggene i Hulrummet. Idet Cylinderen roterer i Pilens Retning, øges Rumfanget af V_1 , medens Rumfanget af V_2 mindskes. I en Beholder forbundet med R_1 fortyndes Luften, medens den fortættes i en Beholder forbundet med R_2 . Som Fortyndingspumpe kan en god Kapselpumpe bringe Trykket i en Beholder ned paa 0,01 mm Hg, medens den som Fortætningspumpe kan frembringe et Tryk paa ca. 2 Atmosfærer.

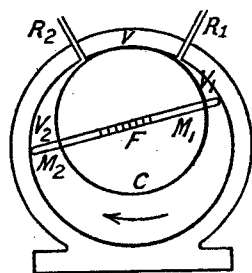


Fig. 41.

Archimedes' Lov.

I Fig. 42 a er vist et Legeme L , der er nedsænket i en homogen Vædske. Pilene antyder de fra Vædsken hidrørende Kræfter. Disse maa kunne sammensættes til en Enkeltkraft; thi tænker vi os Legemet fjernet og dets Plads udfyldt med Vædske, maa Erstat-

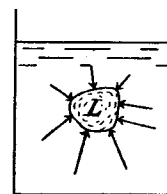


Fig. 42 a.

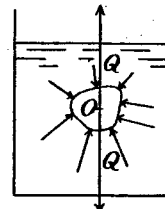


Fig. 42 b.

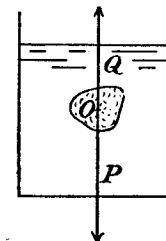


Fig. 42 c.

ningsvædsken være paavirket af de samme Kræfter, som før virkede paa Legemet, og da Vædsken er i Ligevægt, maa der eksistere en Resultant, der ophæver Erstatningsvædskens Tyngde Q (Fig. 42 b).

Erstatningsvædskens Tyngdepunkt O er det samme som Tyngdepunktet for et homogent fast Legeme, der udfylder samme Rum (*»Stivningsprincippet«*). I dette Punkt virker de lige store og modsat rettede Kræfter: Erstatningsvædskens Tyngde og den nævnte Resultant.

Indsættes Legemet L igen paa sin Plads, maa Resultanten blive nøjagtig den samme som før. Den kaldes Vædskens *Opdrift* paa Legemet og er lig Tyngden af den fortrængte Væskemængde (*Archimedes' Lov*), og hvad enten Legemet er homogent eller ikke, angriber den i Punktet O , det saakaldte *Opdriftscentrum*.

Legemets Tyngde P virker i dets Tyngdepunkt T , der jo falder sammen med Opdriftscentret O , hvis Legemet er homogent (Fig. 42 c).

- 1) $P = Q$. Legemet kan svæve i Vædsken. Hvis T ikke falder sammen med O , vil Legemet dreje sig saaledes, at Linien TO bliver lodret.
- 2) $P > Q$. Legemet vil synke til Bunds, men det kan holdes oppe af en Kraft af Størrelsen $P \div Q$.
- 3) $P < Q$. Legemet vil stige til Vejrs, men det kan holdes nede af en Kraft af Størrelsen $Q \div P$. Overladt til sig selv vil det derimod flyde ovenpaa og netop være saa dybt nedsænket i Vædsken, at den fortrængte Væskemængdes Tyngde er lig Legemets Tyngde.

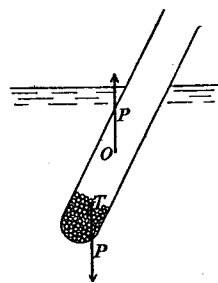


Fig. 43.

I Fig. 43 ligger Tyngdepunktet T for Skib og Ladning dybere end Opdriftscentret O . Jo større Afstanden TO er, des større er Skibets Evne til at rejse sig igen, naar det er krænget over i en skraa Stilling.

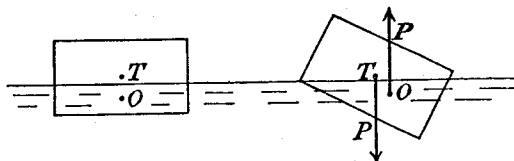


Fig. 44 a.

Fig. 44 b.

At et svømmende Legeme godt kan være i Ligevægt, selv om Tyngdepunktet T ligger oven over Opdriftscentret O , vil vi vise ved at betragte en Træklods, der flyder paa Vand med de største Sideflader vandret (Fig. 44 a). Krænges Klodsen over i en skraa Stilling (Fig. 44 b), flyttes Opdriftscentret saa meget, at den Svingkraft, der opstaar, søger at dreje Klodsen tilbage til den oprindelige Stilling.

Archimedes' Lov kan udledes for Luftarter paa samme Maade som for Vædske. — En Luftballon vil stige til en saadan Højde, at den fortrængte Luft har samme Tyngde som Ballonen (Gas, Hylster, Gondol, Instrumenter, Passagerer). — Ved nøjagtige Vejninger maa man tage Hensyn til, at der kan være forskellig Opdrift paa Legemet og Vægtlodderne.

Massefylde; Rumfangsbestemmelse ved Vejning.

Bestemmelsen af et Stofs Massefylde kræver 1) Bestemmelse af en Masse og 2) Maaling af denne Masses Rumfang.

Massen bestemmes som sædvanlig ved Vejning paa en Skaalvægt. Rumfanget kan bestemmes ved Udmaaling, enten direkte

eller ved Anvendelse af Maaleglas; men den største Nøjagtighed opnaas, naar ogsaa Rumfanget bestemmes ved Vejning.

I det følgende vil vi altid maale Massen i g og Rumfanget i cm^3 . Vi ser bort fra, at 1 l er lidt mere end 1 dm^3 , og vi tager heller ikke Hensyn til, at destilleret Vands Massefylde er lidt mindre ved almindelig Stuetemperatur end ved 4° . Vi sætter med andre Ord Rumfanget af 1 g destilleret Vand lig 1 cm^3 . Den Fejl, vi herved indfører, kan beløbe sig til ca. 1 $\frac{0}{100}$.

Rumfangsbestemmelse ved Vejning kan foretages ved Brug af et Pyknometer eller ved Maaling af Opdrift. Hvis det Vand, der udfylder Pyknometrets Hulrum, kan afbalanceres med et 20-g Lod, er dets Masse 20 g og Rumfanget 20 cm^3 . Hvis et 10-g Lod kan „ophæve“ Opdriften paa Legemet L (Fig. 45), er den fortrængte Vandmængdes Masse 10 g, og Legemets Rumfang er 10 cm^3 .

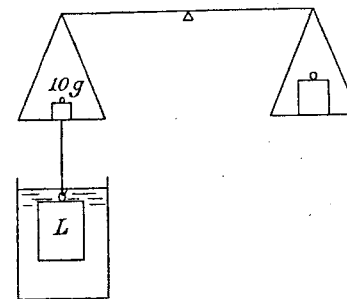


Fig. 45.

A. Bestemmelse af et fast Stofs Massefylde.

1. Opdriftsmetoden. Eksempel: Granit.

Man hænger et Granitstykke op i en tynd Traad og vejer det først i Luft og derefter nedsænket i destilleret Vand. Af de fundne Resultater kan Gennemsnitsmassefylden for det benyttede Granitstykke beregnes, idet det fortrængte Vands Masse udtrykt i g er lig Vandets — og dermed Granitstykkets — Rumfang udtrykt i cm^3 .

Da en Sytraad vilde virke som Væge, foretrækker man en Ophængningstraad af Metal, f. Eks. Kobber. Ved nøjagtige Maalinger maa man aftarere Traaden og korrigere for Opdriften paa det neddykkede Traadstykke. Traadsløjfen skal være helt under Vandoverfladen, da Overfladespændingen ellers kan forstyrre Maalingen.

2. Pyknometermetoden. Eksempel: Sand.

Et Pyknometer aftareres og fyldes delvis med tørt Sand; Vejning (m_0 g). Pyknometret efterfyldes derpaa med destilleret Vand; Vejning (m_1 g). Til sidst tømmes Pyknometret og fyldes med destilleret Vand; Vejning (m_2 g).

Af de fundne Resultater kan Sandets Rumfang beregnes. Det Vand, der fylder Resten af Pyknometret, har Massen $m_1 - m_0$, og det Vand, Sandet har fortrængt, har følgelig Massen $m_2 - (m_1 - m_0)$. Det fundne Tal angiver ogsaa Sandets Rumfang udtrykt i cm^3 , og Massefylden er altsaa:

$$d = \frac{m_0}{m_2 - (m_1 - m_0)} \text{ g/cm}^3.$$

Hvis det faste Stof reagerer med Vand, maa man anvende en anden Vædske. Ved Bestemmelse af Natriums Massefylde kan man f. Eks. bruge Petroleum. Den fortrængte Væskemængdes Masse bestemmes paa samme Maade som før, og af Massen beregnes Rumfanget ved Division med Petroleums Massefylde d_t ved Forsøgstemperaturen t . (Petroleums Massefylde varierer stærkt med Temperaturen).

B. Bestemmelse af en Vædskes Massefylde.

1. Pyknometermetoden. Eksempel: Sprit og Brændevin.

Et Pyknometer aftareres og fyldes med Sprit. Efter at Sprittens Masse er bestemt (m g), hældes den over i et Bægerglas, da den skal bruges senere. Pyknometret fyldes derefter med Vand, og efter at dets Masse er bestemt (q g), hældes det i samme Bægerglas som Spritten. Af de fundne Resultater udregnes Sprits Massefylde:

$$d = \frac{m}{q} \text{ g/cm}^3.$$

I Bægerglasset er der hældt $q \text{ cm}^3$ Sprit og $q \text{ cm}^3$ Vand. Sprittens Masse er m g, og Vandets Masse er q g. Man skulde derfor tro, at Blandingens Massefylde var:

$$d_1 = \frac{m + q}{2q} \text{ g/cm}^3.$$

Bestemmer man Massen af den Del af Blandingen, der kan være i Pyknometret (m_b g), finder man imidlertid en noget større Massefylde:

$$d_2 = \frac{m_b}{q} \text{ g/cm}^3.$$

Idet Vand og Sprit blandes, sker der en Rumfangsformindskelse. 25 cm^3 Vand og 25 cm^3 Sprit giver kun ca. 48 cm^3 Brændevin. Da de 48 cm^3 Brændevin kan siges at indeholde 25 cm^3 Sprit, angives Spritprocenten at være $100 \cdot 25 : 48$ (regnet efter Rumfang).

2. Opdriftsmetoden. Eksempel: Sprit.

I Praxis bestemmes en Vædskes Massefylde med *Westphals Vægt* (Fig. 46). En Svømmer hænger i en Vægtstangs ene Arm, og den anden Arm er dimensioneret saaledes, at der netop er Ligevægt. Til Apparatet hører et System af Ryttere, hvis Tyngde er

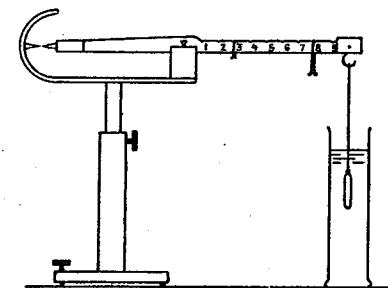


Fig. 46.

$$Q, \quad \frac{Q}{10}, \quad \frac{Q}{100},$$

idet Q er Opdriften paa Svømmeren, naar denne nedsænkes i Vand. Vægtstangsarmen fra Omdrejningsaksen til Svømmerens Ophængningspunkt er 10-delt, og vi vil altid tænke os Ryttere, der ophænges i Delingspunkterne, „flyttet ud“ til Svømmerens Afstand.

Eksempel.

Kraften Q med Armen $0, x_1 =$ Kraften $0, x_1 \cdot Q$ med Armen 1.

— $\frac{Q}{10}$ — — $0, x_2 =$ — $0, 0 x_2 \cdot Q$ med Armen 1.

— $\frac{Q}{100}$ — — $0, x_3 =$ — $0, 00 x_3 \cdot Q$ med Armen 1.

Hvis disse Ryttere ophæver Opdriften paa Svømmeren, naar denne nedsænkes i Sprit, er Tyngden af den fortrængte Sprit:

$$P = 0, x_1 \cdot Q + 0, 0 x_2 \cdot Q + 0, 00 x_3 \cdot Q = 0, x_1 x_2 x_3 \cdot Q.$$

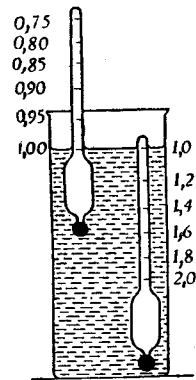


Fig. 47.

Er Massen af den fortrængte Sprit m g og Massen af det fortrængte Vand q g, har man til Bestemmelse af Sprits Massefylde (ved Stuens Temperatur):

$$d = \frac{m}{q} = \frac{P}{Q} = 0, x_1 x_2 x_3 \text{ g/cm}^3.$$

Hvor der ikke kræves stor Nøjagtighed, kan en Vædskes Massefylde bestemmes med et Aræometer (Fig. 47). Hvordan faar man Aræometrets Skala inddelt?

Nogle Stoffers Massefylde.

Aluminium	2,7	Is	0,917
Bly	11,3	Granit	2,7
Guld	19,2	Asfalt	1,4
Jern, Smedejern og Staal	7,8	Portland Cement	1,26
—, Støbejern	7,2	Træ, Egetræ	0,7
Kobber	8,9	—, Grantræ	0,5
Kviksølv	13,6	Kork	0,2
Messing, 34 % Zn ...	8,4	Petroleum, ved 18° ...	0,8
Platin	21,4	Sprit, ved 18°	0,791
Sølv	10,5	Æter, ved 18°	0,717
Tin	7,3	Havvand	ca. 1,03
Zink	7,1	Luft, ved 0° og 76 cm Hg	0,001293

Opgave. En Mand kan løfte 100 kp. Hvor mange kg kan han løfte under Havvand, naar Byrden bestaar af a) Smedejern, b) Granit, c) Asfalt?

Molekylære Kræfter.

Mellem et fast Legemes Molekyler maa der virke stærke *Sammenhængskræfter* (*Kohæsion*). Ellers kunde Molekylerne ikke holdes paa Plads, og Legemet vilde falde sammen som Støv. Sammenhængskræfterne er saa store, at de ikke kan skyldes almindelig Massetiltrækning; man mener, at de er af elektrisk Natur. Kogsaltkrystallens Bygning er omtalt i Fysik I, S. 51.

At der ogsaa er Sammenhængskræfter i Vædske, ses deraf, at de kan danne Draaber. I Luftarter mærkes Sammenhængskræfterne først, naar de sammenpresses saa stærkt, at de er nær ved at fordraabes (Fysik I, S. 18).

Der findes ikke blot Tiltrækningskræfter mellem Molekylerne i samme Legeme, men ogsaa mellem Molekylerne i forskellige Legemer. Hvis Afstanden mellem to Legemer er meget lille over en betydelig Flade, mærker man *Vedhængningskræfter* (*Adhæsion*). To Spejlglasplader, der skydes ind over hinanden, hænger godt sammen. Glaspropper kan „gro fast“. Al Sammenklæbning beror paa Vedhængning.

I Fig. 48 er en Glasplade hængt op under en Vægtskaal og afbalanceret med Tara, hvorefter en Skaal med Kviksølv er stillet saaledes, at Glaspladen i sin Helhed berører Kviksølverfladen. Den anden Vægtskaal belastes, indtil Glaspladen river sig løs. Da der intet Kviksølv følger med, maa Vedhængningen mellem Glas og Kviksølv være mindre end Sammenhængskraften i Kviksølv.

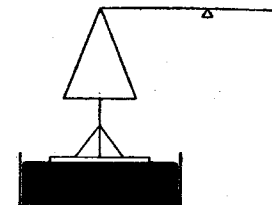


Fig. 48.

Udføres samme Forsøg med Vand, følger der noget Vand med, naar Glaspladen rives løs. Vedhængningen mellem Glas og Vand er altsaa større end Sammenhængskraften i Vand.

Vedhængningen mellem et fast Legeme og en Vædske kan ikke blot være større end Sammenhængskraften i Vædsken (som ved Glas og Vand). Den kan ogsaa være større end Sammenhængskraften i det faste Stof. Naar dette er Tilfældet, gaar det faste Stof i Opløsning. Lægges en Krystal af Kuprisulfat i et Glas Vand, kan man følge Opløsningsprocessen og iagttage, hvordan alt Vandet efterhaanden farves blaat. Vandmolekyler trænger ind i Kuprisulfatet, og Kuprisulfatmolekyler gaar ud i Vandet. Kun langsomt baner de sig Vej frem, fordi der sker meget hyppige Sammenstød, navnlig med Vandmolekylerne; men det ender med, at Kuprisulfatet fordeler sig jævnt over hele Vædsken. Det opløste Stofs Molekyler blander sig med Opløsningsmidlets Molekyler ved *Diffusion* (jfr. Fysik I, S. 17 og S. 52; i Virkeligheden er det Kuprioner og Sulfationer, der diffunderer ud i Vandet). Man kan fremskynde Kuprisulfatets Opløsning og ligelige Fordeling i Vædsken ved Omrøring; men saa blandes Molekylerne jo ikke ved ren Diffusion, men mest paa Grund af de frembragte Strømninger.

Ogsaa Vedhængningen mellem to Vædsker kan være større end Vædskernes Sammenhængskraft, og Vædskerne blandes da ved Diffusion. Hælder man forsigtigt Sprit paa Vand, er Grænsefladen til at begynde med ret skarp; men efterhaanden udviskes den, og det ender med, at Brændevinen bliver lige stærk overalt.

Luftmolekyler kan fastholdes (*adsorberes*) af faste Legemer. Adsorptionen aftager ved Opvarmning. Barometerører maa efter Paafyldningen ophedes saa stærkt, at den ved Glasset (og Kviksølvet) hæftende Luft forsvinder.

Amorft Kul har en særlig stor Adsorptionsevne og anvendes derfor i Gasmaskefiltre (*aktivt Kul*, 1 g har en Overflade paa ca. 650 m²).

Fra Kemien er det kendt, at Klorbrinte og Ammoniak særdeles let indsuges (*absorberes*) i Vand. I ringere Grad indsuges Klor og Kultveilt og i endnu ringere Grad Ilt og Kvælstof.

I Reglen uddrives den absorberede Luft ved Kogning. Mærk dog de i Kemien omtalte Forhold, f. Eks. ved Saltsyre.

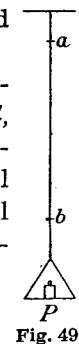
Da der ingen kendelig Sammenhængskraft er i Luftarter, blandes alle Luftarter ved Diffusion (Fysik I, S. 16).

Elasticitet.

Faste Legemers *elastiske Egenskaber* viser sig ved Strækning, Sammentrykning, Bøjning og Snoning.

En Metaltraads Forhold ved *Strækning* kan undersøges som vist i Fig. 49. Man maaler den Forlængelse Δl , som Kraften P giver Traadlængden l mellem de to Mærker a og b . Som det var at vente, er Δl proportional med l , og man finder endvidere, at Δl er proportional med P , men omvendt proportional med Traadens Tværsnitsareal a . Man har altsaa:

$$\Delta l = \frac{P \cdot l}{E \cdot a},$$



hvor E er en Konstant, der afhænger af Stoffet og de valgte Enheder. E kaldes *Elasticitetskoefficienten*.

Man plejer at maale P i kp og a i mm². l og Δl kan maales med en vilkaarlig, men fælles Enhed.

Sættes $P = 1$ og $a = 1$, finder man:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E}.$$

Heraf ses Betydningen af E . Er E f. Eks. 20000, vil Forlængelsen være $\frac{1}{20000}$ af den oprindelige Længde, naar den strækkende Kraft er 1 kp og Traadens Tværsnitsareal 1 mm².

Under Strækningen opstaar der Spændinger i Traaden, og naar Trækket hører op, antager Traaden igen sin oprindelige Længde. Dette gælder dog kun til en vis Grænse, *Elasticitetsgrænsen*. Ved større Træk faar Traaden en blivende Forlængelse, og ved endnu større Træk naas *Brudgrænsen*, hvor Traaden gaar itu.

Forlængelsen Δl og Kraften P er kun proportionale til hen imod Elasticitetsgrænsen. Ved større Belastning vil en forholdsvis lille Forøgelse af den strækkende Kraft medføre en stor Forøgelse af Længden, og samtidig forandres Stoffets elastiske Egenskaber. Et Stof kaldes *sejgt*, naar Brudgrænsen ligger langt over Elasticitetsgrænsen.

Elastiske Konstanter.

	Elasticitetskoefficient	Brudgrænse
Staal.....	20000—24000 kp/mm ²	80—250 kp/mm ²
Støbejern.....	7500—13000 —	12—23 —
Kobber.....	10000—13000 —	20—40 —
Messing.....	8000—10000 —	20—30 —
Bly.....	1500—1700 —	2 —
Glas.....	5000—8200 —	3—9 —
Træ.....	100—1200 —	5—12 —

For *Sammentrykning* af en cylindrisk Stang (i Stangens Længderetning) gælder en lignende Lov som for Strækning; men den Kraftpaavirkning, hvorved Legemerne knuses, er ofte meget forskellig fra den, der kan sønderrive dem.

Strækning medfører en Formindskelse af Tværsnitsarealet, og Sammentrykning en Forøgelse. Man ser det tydeligt ved en Gummiprop; ved en Korkprop ændres Tværsnitsarealet kun lidt. En Korkprop kan derfor presses ned i en Flaskehals, men en Gummiprop maa vrides ned.

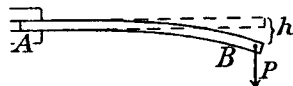


Fig. 50.

En Metalstangs *Bøjning* (*Fleksion*) kan undersøges som vist i Fig. 50. Ved A er Stangen sat fast i en Skruestik, ved B

paavirkes den af en Kraft P vinkelret paa Længderetningen. Ved Formforandringer til noget under Elasticitetsgrænsen er Bøjningspilen h proportional med Kraften P . Desuden er den naturligvis afhængig af Stoffet og af Stangens Dimensioner.

Under Bøjningen vil Stangens øverste Del strækkes, medens de nederste Lag sammentrykkes. Begge Dele fremkalder Spændinger, der modvirker Bøjningen. Stangens midterste Lag er ret uvirksomt og kan delvis fjernes, uden at Modstanden mod Bøjning formindskes kendeligt (I-formede Jernbjælker, Normalmeterens Tværsnit, udskaarne Stænger i Skaalvægte, Rørknogler, Straa).

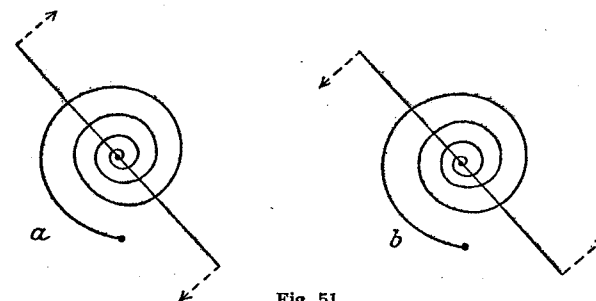


Fig. 51.

En *Spiralfjeder*s Formforandring maa henregnes under Bøjning. I Fig. 51 er Fjederens ene Ende gjort fast, medens den anden er forbundet med en drejelig Aksel, der bærer en Viser. Naar Viseren ikke paavirkes, holdes den af Spiralen i en bestemt Stilling, Nulstillingen; men paavirkes den af et Drejningsmoment, drejes den bort fra Nulstillingen, og derved bliver Spiralen enten krummet mere (a) eller rettet noget ud (b). I begge Tilfælde bliver ethvert lille Stykke af Spiralen bøjet bort fra sin naturlige Krumning, og i begge Tilfælde finder man, at Viserens Drejningsvinkel inden for vide Grænser er proportional med Drejningsmomentet. Om Drejespoleinstrumentets Skala se Fysik I (S. 64).



Fig. 52.

En Metaltraads *Snoning* (*Torsion*) kan undersøges som antydnet i Fig. 52. Man finder, at Snoningsvinklen inden for vide Grænser er proportional med Svingkraftens Drejningsmoment. Desuden er den naturligvis afhængig af Stoffet og af Traadens Dimensioner.

I den saakaldte *Snøvægt* maales et Moment ved den Vinkel, det er i Stand til at sno en Traad af passende Dimensioner. Om Spejlgalvanometret se Fysik I (S. 65).

En *Skruefjeder*s *Formforandring* er nærmest en *Snoning*. Ved *Formforandringer* til noget under Elasticitetsgrænsen finder man, at Fjederens Forlængelse er proportional med den strækende Kraft, og at dens Forkortning er proportional med den sammentrykkende Kraft. En Fjedervægts Skala har derfor ækvidistante Streger.

Overfladespænding og Haarrørvirkning.

Inde i en Vædske bliver enhver lille Vædskelele paavirket af de andre Vædskelele med lige store Kræfter fra alle Sider, og disse Kræfter har Resultanten Nul. Befinder den betragtede Vædskelele sig i Overfladen, vil Tiltrækningen fra de andre Vædskelele derimod give en Resultant, der er rettet indad mod Vædsken (Fig. 53). Overfladen kommer derved til at virke som en elastisk Hinde, saa man kan tale om en *Overfladespænding*. En Vædskelemængde, der kun er paavirket af sin egen Sammenhængskraft, maa følgelig antage Kugleform; thi derved bliver Overfladen saa lille som mulig. Ganske smaa Kviksølvdråber er næsten kugleformede; ved større Dråber frembringer Tyngden en kendelig Fladtrykning. Ogsaa Regndråber har meget nær Kugleform. En Oliedråbe, der svømmer i en Blanding af Vand og Sprit med nøjagtig samme Massefylde som Olien, er nøjagtig kugleformet.



Fig. 53.

Ved at dyppe Metaltraadsfigurer i Sæbevand kan man faa dannet smukke Hinder, og det er let at se, at de trækker sig sammen saa meget som muligt. Ogsaa Sæbebobler søger at trække sig sammen; man ser det bedst ved en lille Boble, der endnu sidder paa Piben. Lukker man for Pibespiden, holder Boblen sig, men Overfladespændingen bevirker da, at der bliver større Lufttryk inde i Boblen end udenfor.

Lægger man forsigtigt et Barberblad paa Vand, trykker det blot en Fordybning i Vandet, men det synker ikke. Det kan belastes med adskillige Tegnestifter, før det pludselig skærer igennem Vandoverfladen og gaar til Bunds.

Ved Forsøg over Archimedes' Lov maa man naturligvis tage Hensyn til Overfladespændingen. Vil man f. Eks. finde Vands Opdrift paa et Lod, maa man sørge for, at Vandet har „lukket sig“, ikke blot over Loddet, men ogsaa over Traadsløjfen (jfr. S. 39).

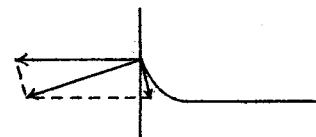


Fig. 54 a.

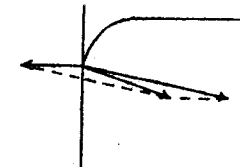


Fig. 54 b.

Befinder en lille Vædskelele sig ved en Karvæg, tiltrækkes den baade af de andre Vædskelele og af Karvæggen, og Retningen af disse Kræfters Resultant bliver bestemmende for Vædskeoverfladens Form (jfr. S. 27). Vedhængningen mellem Glas og Vand er større end Sammenhængskraften i Vand, og derfor buer Vandoverfladen opad langs Glassets Rand (Fig. 54 a). Ved Glas og Kviksølv er det lige omvendt (Fig. 54 b).

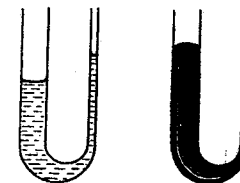


Fig. 55.

Et *Haarrør* er et Rør, der er saa snævert, at der ikke kan være nogen plan

Vædskeoverflade inde i Røret. I et Haarrør vil Overfladespændingen trække Vand opad og trykke Kviksølv nedad (Fig. 55); man siger, at der er en *Haarrørs-virkning*. Jo snævrere Rør, des større Haarrørs-virkning.

Porøse Legemer virker som en hel Samling Haarrør. Det skyldes Haarrørs-virkningen, at en Lampe-væge kan suge Sprit eller Petroleum op til Flammen. Ved Forsøg over Archimedes' Lov bør de neddykkede Legemer ikke være ophængt i Sytraade; disse vilde virke som Væger og indføre en Fejl, der vanskeligt kan kontrolleres (jfr. S. 39).

Hastighed og Acceleration.

Naar man taler om, at et Legeme bevæger sig, mener man blot, at det bevæger sig i Forhold til noget andet. En Cyklist's Fødder beskriver cirkulære Baner i Forhold til Cyklen; i Forhold til Jorden er deres Baner som vist i Fig. 56. En Sten paa Marken er i Hvile i Forhold til Jorden, men



Fig. 56.

den deltager i Jordens Rotation og i Jordens Bevægelse omkring Solen.

Tidens Inddeling beror paa, at der eksisterer periodiske Bevægelser. Fra Astronomien er det kendt, at Jordens Rotation i Forbindelse med dens Bevægelse omkring Solen danner Grundlaget for vor Tidsinddeling. De saakaldte *Normalure* kontrolleres jævnlige ved astronomiske Observationer.

Den i Fysikken hyppigst anvendte Tidsenhed er *Middelsol-sekundet (sek)*, d. v. s. $\frac{1}{86400}$ af Middelsoldøgnet. (1 Døgn = 24 Timer = 1440 Minutter = 86400 Sekunder).

For at kunne beskrive en Partikels Bevægelse (f. Eks. i Forhold til Jorden) maa man kende dens *Bane* og vide, hvordan den gen-



Fig. 57.

nemløbne Vej afhænger af *den forløbne Tid*. I Fig. 57 er *NP* Partiklens Bane. Partiklens Bevægelse begynder i *O*, og Vejen regnes positiv mod *P*, negativ mod *N*. Partiklen har først bevæget sig fra *O* til *P*, dernæst fra *P* til *N* og endelig fra *N* til *M*. Man siger da, at Vejen er *OM*. Vender Partiklen senere tilbage til *O*, er Vejen lig Nul.

Efter Banens Form skelner man mellem *retliniet* og *krumliniet* Bevægelse. Retliniede Bevægelser forekommer kun sjældent; men i mange Tilfælde afviger Banen paa et forholdsvis langt Stykke kun saa lidt fra en ret Linie, at Bevægelsen uden maaelig Fejl kan betragtes som retliniet paa dette Stykke. Som Eksempel kan nævnes et Geværprojektils Bane.

Hvis den gennemløbne Vej er proportional med den forløbne Tid, siger man, at Bevægelsen er *jævn*, og det enten Banen er retliniet eller krum. Man kan umiddelbart se, om Bevægelsen foregaar langsomt eller hurtigt; men kun ved den jævne retliniede Bevægelse er det paa Forhaand klart, hvad man skal forstaa ved Bevægelsens *Hastighed*, nemlig det konstante Forhold mellem Vejen *s* og Tiden *t*.

$$s = v \cdot t, \quad v = \frac{s}{t}.$$

Enheden for Hastighed er bestemt, naar Længdeenheden og Tidsenheden er valgt. Man kan f. Eks. angive Hastigheden i cm pr. Sekund (cm/sek) eller m pr. Sekund (m/sek). I Dagliglivet benyttes hyppigt Enheden km pr. Time (km/Time). Hastighedens „Dimension“ er en Længde divideret med en Tid (LT^{-1}). Det er derfor kun rent talmæssigt, at Hastigheden er lig den Vej, der gennemløbes i et Sekund (eller en Time). En Hastighed og en Vej er slet ikke ensbenævnte Størrelser.

Hvis Bevægelsen vel er retliniet, men ikke jævn, kan man straks definere *Middelhastigheden* i et Tidsinterval, forudsat at Bevægelsen foregaar i samme Retning i hele dette Interval. Lad Vejen være *s* til Tiden *t* og *s* + Δs til Tiden *t* + Δt . Middelhastigheden i Tidsintervallet Δt er da:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Til et mindre Δt svarer et numerisk mindre Δs og i Almindelighed et andet v_m . Hvis man kender s som Funktion af t , defineres Hastigheden i Øjeblikket t ved, at man lader Δt konvergere mod Nul:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}.$$

Ved alle praktiske Maalinger maa man naturligvis benytte saadanne Værdier for Δt , at den relative Usikkerhed ikke bliver for stor. I Fig. 58 ses et ældre Apparat til Bestemmelse af

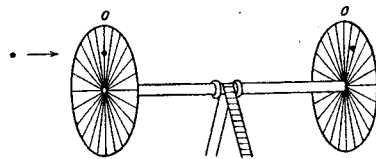


Fig. 58.

f. Eks. en Pistolkugles Hastighed. Paa en Valse er anbragt et Par tynde Papirskiver, der er forsynet med Gradinddeling. Valsen drejes rundt af et Remtræk, der staar i Forbindelse med et Urværk. Kuglen kommer fra venstre og bevæger sig parallelt med Valsens Akse. Den første Papirskive gennembøres et Sted paa den Radius, der gaar ud til O , men den anden Papirskive gennembøres ikke paa den tilsvarende Radius. Er Vinklen mellem de to ramte Radier α° , Valsens Omløbstid T sek og Afstanden mellem Papirskiverne a m, har man:

$$\Delta t = \frac{\alpha}{360} \cdot T \text{ sek}, \quad v_m = \frac{a \cdot 360}{\alpha \cdot T} \text{ m/sek}.$$

I mere moderne Maaleapparater bestemmes Δt ad elektrisk og fotografisk Vej, og man kan da benytte meget smaa Værdier, uden at den relative Usikkerhed bliver for stor.

Nedenfor er anført Resultatet af nogle Forsøg over Geværprojektilers Middelhastighed gennem de første 50 m af Banen.

Flyvetid sek	Middelhastighed m/sek	Afvigelse m/sek
0,057938	863,0	+ 3,7
0,058280	857,9	- 1,4
0,058182	859,4	+ 0,1
0,058329	857,2	- 2,1
0,058476	855,1	- 4,2
0,058304	857,6	- 1,7
0,058036	861,5	+ 2,2
0,057987	862,3	+ 3,0
0,058036	861,5	+ 2,2
0,058280	857,9	- 1,4

859,3

Foregaar Bevægelsen i en krum Bane, maa Δt altid vælges saa lille, at Δs med tilstrækkelig Nøjagtighed kan betragtes som retliniet. Middelhastigheden i Tidsintervallet Δt og Hastigheden i Øjeblikket t defineres da som ved retliniet Bevægelse.

I Dagliglivet nøjes man tit med at angive Hastighedens numeriske Værdi, men i Virkeligheden er Hastigheden en Vektor, hvis Retning er den øjeblikkelige Bevægelsesretning. Hastigheden er altsaa rettet efter Banetangenten; dens numeriske Værdi vil vi i det følgende kalde *Farten*.

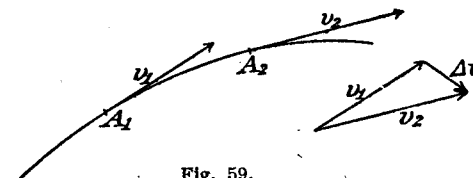
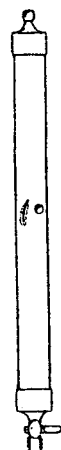


Fig. 59.

I Fig. 59 er v_1 Hastigheden i Punktet A_1 og v_2 Hastigheden i Punktet A_2 . Hastighedstilvæksten Δv er den Vektor, man skal addere til v_1 for at faa v_2 . Man finder Δv ved at parallelforskyde Vektorerne v_1 og v_2 (eller blot den ene af dem), saaledes at de faar fælles Udgangspunkt.



I Fig. 60 ses et Glasrør med en lille Fjer og et lille Stykke Bly. Naar der er Luft i Røret, falder Fjeren meget langsommere end Blyet; men naar Røret er godt udpumpet, falder de to Legemer omtrent lige hurtigt. Er Udpumpningen foretaget med de bedste Luftpumper, man har, kan der ikke mærkes nogen Forskel i Faldhastighed. Nøjagtige Forsøg har vist, at alle Legemer falder lige hurtigt i lufttomt Rum (*Galileis 1. Faldlov*).

En Metalkugles Fald gennem Luften foregaar uden kendelig Luftmodstand, naar Faldvejen og dermed den opnaaede Hastighed ikke er ret stor. Bestemmer man sammenhørende Værdier af Faldveje og Falddider (Fig. 61), finder man, at Faldvejen er proportional med Falddidens Kvadrat (*Galileis 2. Faldlov*). Idet a numerisk er lig Faldvejen i første Sekund, har man altsaa:

$$s = at^2,$$

og heraf udledes straks:

$$v = \frac{ds}{dt} = 2at.$$

Et Fald uden kendelig Luftmodstand (*frit Fald*) er altsaa et Eksempel paa en *jævnt voksende Bevægelse*, d. v. s. en retliniet Bevægelse, hvis Hastighed vokser proportionalt med Tiden. Hastighedsforøgelsen pr. Sekund kaldes *Bevægelsens Acceleration*. Den angives i cm/sek pr. Sekund (cm/sek²) eller i m/sek pr. Sekund (m/sek²). „Dimensionen“ er en Længde divideret med Kvadratet paa en Tid (LT^{-2}). Det er kun rent talmæssigt, at Accelerationen er det dobbelte af Vejen i første Sekund.

Faldaccelerationen paa Normalstedet betegnes med g_N og Faldaccelerationen paa Iagttagelsesstedet med g . Ellers betegnes Accelerationen med G .

Vi har hidtil kun beskæftiget os med en jævnt voksende Bevægelse med Begyndelseshastigheden Nul; men Acceleratio-



Fig. 61

nens Definition bliver den samme, selv om Begyndelseshastigheden er forskellig fra Nul. Ogsaa ved en *jævnt aftagende Bevægelse*, d. v. s. en retliniet Bevægelse, hvis Hastighed aftager proportionalt med Tiden, kan Accelerationen umiddelbart defineres som Hastighedsforandringen pr. Sekund. Ogsaa her betegnes Accelerationen ved G , saa G er i sig selv negativ.

Det er klart, at man straks kan finde Hastigheden og Vejen til et opgivet Tidspunkt, naar Bevægelsens Acceleration er kendt. Man finder:

for den jævnt voksende (eller jævnt aftagende) Bevægelse med Begyndelseshastigheden 0 og Accelerationen G :

$$v = Gt, \quad s = \frac{1}{2} Gt^2;$$

for den jævnt voksende (eller jævnt aftagende) Bevægelse med Begyndelseshastigheden c og Accelerationen G :

$$v = c + Gt, \quad s = ct + \frac{1}{2} Gt^2.$$

Opgave. En Motorcykel kan paa 400 m sætte Farten op fra 0 til 100 km/Time. Hvor stor er Accelerationen, naar Hastigheden antages at være jævnt voksende?

Hvis Bevægelsen vel er retliniet, men hverken jævn eller jævnt voksende eller jævnt aftagende, kan man definere *Middelaccelerationen* i et Tidsinterval, forudsat at Hastigheden varierer monotont i hele dette Interval. Lad Hastigheden være v til Tiden t og $v + \Delta v$ til Tiden $t + \Delta t$. Middelaccelerationen i Tidsintervallet Δt er da:

$$G_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

Til et mindre Δt svarer et numerisk mindre Δv og i Almindelighed et andet G_m . Hvis man kender v som Funktion af t , defineres Accelerationen til Tiden t ved, at man lader Δt konvergere mod Nul:

$$G = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}.$$

Ved alle praktiske Maalinger maa man naturligvis benytte saadanne Værdier for Δt , at den relative Usikkerhed ikke bliver for stor. Vil man maale en Bils Accelerationsevne, maa Δt i hvert Fald være nogle Sekunder.

Ved en krumliniet Bevægelse, hvor Hastigheden er v til Tiden t og $v + \Delta v$ til Tiden $t + \Delta t$ (jfr. Fig. 59), defineres Middelaccelerationen G_m i Tidsintervallet Δt ved Ligningen:

$$G_m = \frac{\Delta v}{\Delta t},$$

og heraf finder man Accelerationen G til Tiden t ved at lade Δt konvergere mod Nul.

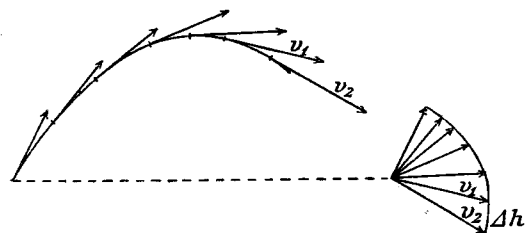


Fig. 62.

Skal man undersøge Accelerationen i en krumliniet Bevægelse, er det ofte praktisk at danne Bevægelsens *Hodograf*, d. v. s. parallelforskyde alle Hastighedsvektorer saaledes, at de faar fælles Udgangspunkt (Fig. 62). Hodografen er da det geometriske Sted for Vektorernes Endepunkter. Det ses, at Accelerationen i den oprindelige Bevægelse rent talmæssigt er lig den Hastighed v_H , hvormed Hodografen gennemløbes. Betegner Δh et Bueelement i Hodografen, har man nemlig:

$$v_H = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta h}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = G.$$

Ligesom Hastigheden er Accelerationen en Vektor. Den har samme Retning som den retningsbestemte lille Hastigheds-tilvækst. Accelerationen i den oprindelige Bevægelse har derfor ogsaa samme Retning som Hastigheden i Hodografen.

Opgave. Dan Hodografen for en jævn retliniet Bevægelse. Samme Opgave for en jævnt voksende eller jævnt aftagende Bevægelse.

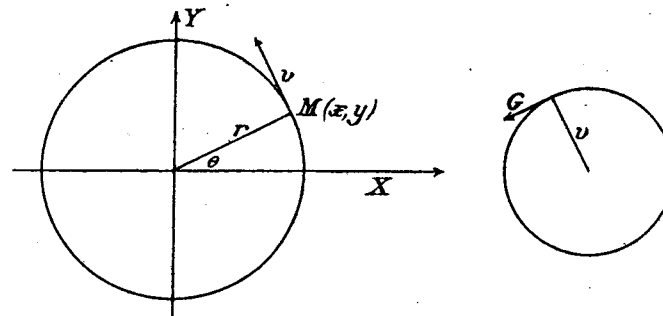


Fig. 63.

I Fig. 63 er M en Partikel, der bevæger sig med konstant Fart i en Cirkel (*jævn Cirkelbevægelse*). M har de retvinklede Koordinater (x, y) og de polære Koordinater (r, θ) . Hastigheden er:

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{r d\theta}{dt} = r \frac{d\theta}{dt}.$$

Størrelsen $\frac{d\theta}{dt}$ kaldes *Vinkelhastigheden* og betegnes ved ω .

I Virkeligheden er ω slet ingen Hastighed, idet dens „Dimension“ er et rent Tal divideret med en Tid (T^{-1}). Vinklen θ , der er lig ωt , kaldes Bevægelsens *Fase*, og Omløbstiden T er Bevægelsens *Periode*.

Maales r i cm og T i Sekunder, har man:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ sek}^{-1}, \quad v = r \cdot \frac{2\pi}{T} \text{ cm/sek.}$$

Bevægelsens Hodograf er en Cirkel med Radius $v = \omega r$ cm, og den gennemløbes med jævn Fart i Tiden T sek. Vinkelhastigheden i Hodografen er derfor den samme som i den oprindelige Bevægelse, og Hastigheden i Hodografen er følgende

$$v_H = \omega(\omega r) \text{ cm/sek.}$$

Heraf følger atter, at Accelerationen i den oprindelige Bevægelse er

$$G = \omega^2 r \text{ cm/sek}^2,$$

og det ses, at den er rettet mod Centrum.

Hastigheden er rettet efter Tangenten. $v = \omega \cdot r$, $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

Accelerationen er rettet mod Centrum. $G = \omega^2 \cdot r$, $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

Hvis man kender et Punkts Bevægelse i Forhold til et fast Legeme *I* (den relative Bevægelse) og dette Legemes Bevægelse i Forhold til et andet fast Legeme *II* (Medføringsbevægelsen), maa man kunne beregne Punktets Bevægelse i Forhold til *II* (den resulterende Bevægelse).

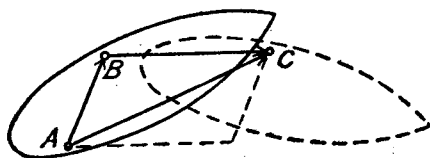


Fig. 64.

I Fig. 64 er Punktet en Mand, der gaar paa Dækket af et sejlende Skib (*I*). I en vis Tid gaar han fra *A* til *B*, men i samme Tid føres *B* paa Grund af Skibets egen Bevægelse til *C*. I Forhold til Jorden (*II*) er Manden altsaa flyttet fra *A* til *C*.

Det ses, at den resulterende Flytning *AC* er den geometriske Sum af den relative Flytning *AB* og Medføringsflytningen *BC*, men det er naturligvis ikke sikkert, at Bevægelserne følger de rette Linier, navnlig ikke i høj Søgang.

Selv om baade den relative Bevægelse og Medføringsbevægelsen følger de rette Linier, er det ikke sikkert, at den resulterende Bevægelse er retliniet. Undersøg, om den er det i følgende Tilfælde:

- 1) Den relative Bevægelse og Medføringsbevægelsen er begge jævne.

- 2) Den relative Bevægelse og Medføringsbevægelsen er begge jævnt voksende med Begyndelseshastigheden 0.
- 3) Den relative Bevægelse er jævn, men Medføringsbevægelsen er jævnt voksende med Begyndelseshastigheden 0.
- 4) Den relative Bevægelse er jævnt voksende med Begyndelseshastigheden 0, men Medføringsbevægelsen er jævn.

I en meget lille Tid Δt er baade den relative Bevægelse Δr og Medføringsbevægelsen Δm retliniede og jævne. Den resulterende Bevægelse Δs er da ogsaa retliniet og jævn, og man har (Fig. 65, stærkt forstørret):

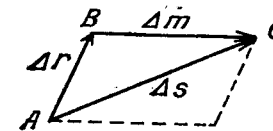


Fig. 65.

$$\Delta s = \Delta r + \Delta m,$$

hvoraf

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta r}{\Delta t} + \frac{\Delta m}{\Delta t},$$

eller

$$\bar{v} = \bar{v}_r + \bar{v}_m,$$

hvor $\bar{v}$ er den resulterende Hastighed, $\bar{v}_r$ den relative Hastighed og $\bar{v}_m$ Medføringshastigheden (Fig. 66).

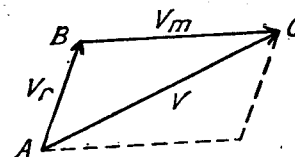


Fig. 66.

Hvis et fast Legeme bevæger sig saaledes, at alle dets Massedele har samme Hastighed, siges det at udføre en *Translation*. En Translation kan

specielt være en retliniet Bevægelse.

Et fast Legeme, der drejer sig om en fast Akse, siges at udføre en *Rotation*. De enkelte Massedele bevæger sig med samme Vinkelhastighed i Cirkler, der er vinkelret paa Aksen og har Centrum i denne.

En Gondol i en Ballongynge udfører en Translation, forudsat at Bevægelsen er saa langsom, at Gondolen ikke slynges kende- ligt ud til Siderne. De enkelte Massedele beskriver lige store Cirkler, men med forskellige Centrer (· og × i Fig. 67). En Gondols Bevægelse i Forhold til Hjulet og Hjulets Bevægelse i

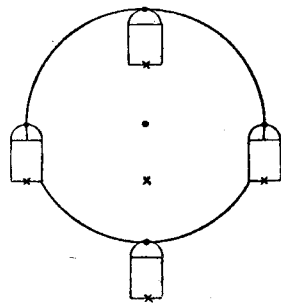


Fig. 67.

Forhold til Jorden er Rotationer, hvis Vinkelhastigheder er lige store med modsat Fortegn.

Et Vognhjuls Bevægelse i Forhold til Vognkassen er en Rotation, og Kassen Bevægelse i Forhold til Jorden er i Almindelighed en Translation. Er Hjulets Radius r , har et Punkt P af Hjulranden den relative Hastighed

$$v_r = \omega r = \frac{2\pi}{T} r,$$

hvor ω er Rotationens Vinkelhastighed og T Omløbstiden. Mens Hjulet gaar een Gang rundt, flyttes Vognen Stykket $2\pi r$, og Medføringshastigheden er derfor

$$v_m = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi}{T} r = \omega r.$$

Den relative Hastighed og Medføringshastigheden er altsaa numerisk lige store for et Punkt af Hjulranden (Fig. 68). I Hjulets nederste Punkt (det øjeblikkelige Drejningspunkt) er

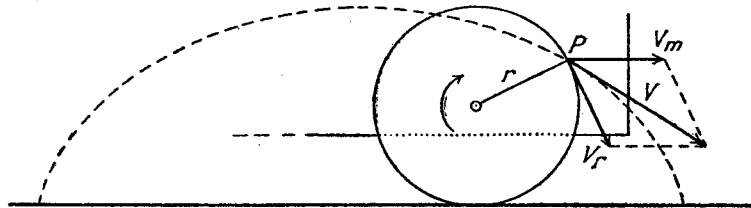


Fig. 68.

den resulterende Hastighed Nul, hvilket stemmer med, at v_r og v_m her er modsat rettede. Hjulets øverste Punkt har den resulterende Hastighed $2v_r$, eller $2v_m$.

Den Bane, Punktet P beskriver i Forhold til Jorden, kaldes en Cykloide. Den resulterende Hastighed v angiver Cykloide-tangentens Retning.

Et Punkt af en Eger beskriver en Kurve af lignende Art som „Pedalkurven“ (Fig. 56). Jo nærmere Punktet er ved Hjulranden, des mere ligner Kurven en Cykloide, og jo nærmere Punktet er ved Hjulakslen, des mere nærmer Kurven sig en ret Linie. Afstanden fra Top til Top er i alle Tilfælde lig Hjulrandens Omkreds. Mon denne Sætning ogsaa gælder for „Pedalkurven“?

Bevægelsesprincipper.

Træghedens Lov (Newtons 1. Lov).

Efter *Galilei* og *Newton* antager man, at et Legeme, der ikke paavirkes af andre Legemer, maa være enten i Hvile eller i jævn retliniet Bevægelse. Hvis en Sten eller et Projektil er i Bevægelse, og Luftmodstanden og Tyngden pludselig ophørte at virke, maatte Bevægelsen straks blive retliniet og jævn. Enhver Hastighedsforandring (i numerisk Værdi eller Retning) skyldes Paavirkning fra andre Legemer.

Et Legeme, der er i Hvile, kan ikke sætte sig selv i Bevægelse, og er det i Bevægelse, kan det ikke af sig selv forandre hverken Bevægelsens Fart eller dens Retning (*Træghedens Lov*, eller med et Fremmedord *Inertiens Lov*).

Newtons Bevægelseslov (Newtons 2. Lov).

Paavirkes et Legeme af en konstant Kraft $\bar{K}$, faar det en konstant Acceleration $\bar{G}$ i Kraftens Retning. Gøres Kraften større, bliver Accelerationen ogsaa større, og talrige Forsøg har vist, at Kraft og Acceleration er proportionale.

Efter *Newton* antager man, at Kraft og Acceleration altid er proportionale for samme Partikel. Idet μ er en for Legemet (Partiklen) karakteristisk Konstant, der kaldes Legemets (Partiklens) *træge Masse*, har man altsaa:

$$\bar{K} = \mu \cdot \bar{G} \text{ (Newtons Bevægelseslov).}$$

Det ses, at Newtons Bevægelseslov omfatter Træghedens Lov som et specielt Tilfælde ($K = 0$, $G = 0$).

Da Hastigheden ikke indgaar i Newtons Bevægelseslov, ses det endvidere, at den Acceleration, en Kraft giver et Legeme, er uafhængig af, hvilken Hastighed Legemet har i Forvejen. I

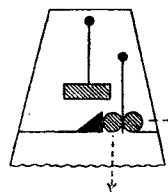


Fig. 69.

Fig. 69 er to ens Kugler anbragt saaledes, at de kan bringes til at falde samtidig. Den ene falder frit, medens den anden har en vandret Begyndelseshastighed. Kuglerne naar Gulvet lige hurtigt. Den Bevægelse, en Kraft giver et Legeme, forstyrres ikke ved, at Legemet har en anden Bevægelse samtidig.

Af Newtons Bevægelseslov i Forbindelse med Galileis 1. Faldlov udledes den mærkelige Konsekvens, at Forholdet mellem to vilkaarlige Legemers træge Masser μ_1 og μ_2 maa være lig Forholdet mellem deres tunge Masser m_1 og m_2 .

Lad os f. Eks. betragte et 2-kg Lod og et 5-kg Lod paa Normalstedet. De tunge Masser forholder sig som 2 : 5, og det følger af Dynamometrets Inddeling, at de Kræfter, hvormed Tyngden paavirker Lodderne, ogsaa forholder sig som 2 : 5. Heraf følger igen, at de træge Masser maa forholde sig som 2 : 5; thi ifølge Galileis 1. Faldlov har Lodderne samme Faldacceleration.

$$K_1 = \mu_1 \cdot g_N, \quad K_2 = \mu_2 \cdot g_N; \quad \frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{K_1}{K_2} = \frac{2}{5}.$$

Af Proportionen $\frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{m_1}{m_2}$

faas ved Ombytning af Mellemliddene:

$$\frac{\mu_1}{m_1} = \frac{\mu_2}{m_2},$$

og da de valgte Legemer var vilkaarlige, har man for et hvilket som helst Antal Legemer:

$$\frac{\mu_1}{m_1} = \frac{\mu_2}{m_2} = \frac{\mu_3}{m_3} = \dots = k,$$

hvor k er en universel Konstant.

Newtons Bevægelseslov kan altsaa udtrykkes i Ligningen:

$$\vec{K} = k \cdot m \vec{G} \quad (\text{Newtons Bevægelsesligning}).$$

I Stedet for den træge Masse, der ifølge sin Definition kun kan bestemmes, naar Legemet er i Bevægelse, indgaar nu den tunge Masse, og den kan jo bestemmes ved Vejning, endda med overordentlig stor Nøjagtighed. Om Konstanten k se Side 64—65.

Efter Newton er den Acceleration, en Kraft giver et Legeme, ikke blot uafhængig af Legemets Hastighed; den er ogsaa uafhængig af, hvilke andre Accelerationer Legemet maatte have paa Grund af andre Kræfters Paavirkning (*Uafhængighedsprincippet*).

Loven om Aktion og Reaktion (Newtons 3. Lov).

Hvad enten to Massedele er i Hvile eller Bevægelse, og hvad enten de rører ved hinanden eller ej, er de Kræfter, hvormed de paavirker hinanden, altid lige store og modsat rettede efter Forbindelseslinien. *Loven om Aktion og Reaktion* har almen Gyldighed. Hvis en Hest trækker en Sten, der er bundet i et Tov, trækker Stenen i Hesten med en lige saa stor og modsat rettet Kraft. At det alligevel er Hesten, der flytter Stenen, og ikke omvendt, kommer af, at Hesten borer sine Hove lidt ned i Jorden og trykker dem stærkt bagud. Jordens Reaktion mod disse Tryk giver en Komposant fremad, der er større end Gnidningsmodstanden mod Stenens Bevægelse.

Naar to Partier trækker Tov, trækker det tabende Parti lige saa stærkt som det vindende, men det vindende Parti sætter Fødderne bedst mod Jorden, og Sejren skyldes Jordens Reaktion.

En Sten trækker lige saa meget i Jorden, som Jorden trækker i Stenen. Naar Stenen falder, faar ogsaa Jorden en Acceleration, men denne er umærkelig, fordi Jordens Masse er uhyre stor i Forhold til Stenens.

De Bevægelsesprincipper, vi nu har omtalt, udgør sammen med Loven for den almindelige Massetiltrækning (S. 103) Grundlaget for *Newtons Mekanik*.

Principperne gælder for Bevægelsen i Forhold til et Koordinatsystem, der har Begyndelsespunktet i Solcentret og er drejningsfrit i Forhold til Fiksstjernerne, men derimod ikke for Bevægelsen i Forhold til Jorden.

E k s e m p e l. En Meteor, der befinder sig meget langt fra alle andre Himmelleger, vil ifølge Inertiens Lov være i Hvile eller i jævn retliniet Bevægelse. Men da Jorden drejer sig om sin Akse og samtidig bevæger sig omkring Solen, vil Meteorens Bevægelse i Forhold til et Koordinatsystem, der er knyttet til Jorden, blive meget indviklet.

Det er især gennem Anvendelserne paa Astronomien, at Bevægelsesprincippernes Gyldighed kan prøves, og det har vist sig, at Iagttagelserne med overordentlig Nøjagtighed stemmer med, hvad man ud fra de opstillede Principper maatte vente. Almanakkens Paalidelighed er det bedste Bevis for Princippernes Gyldighed.

Det tekniske og det absolutte Maalsystem.

Faldaccelerationen paa Normalstedet er $9,81 \text{ m/sek}^2$, eller 981 cm/sek^2 . Den er altsaa ikke udtrykt ved et rundt Tal, og følgelig kan de Enheder, vi har indført for Kraft, Masse og Acceleration, ikke give en bekvem Værdi for den universelle Konstant k i Newtons Bevægelsesligning. Maales Kraften i kp, Massen i kg og Accelerationen i m/sek^2 , har man for et Kilogramlods Fald paa Normalstedet:

$$1 = k \cdot 1 \cdot 9,81, \quad k = 1/9,81.$$

Vedtager man, at k skal have Værdien 1, kan Enhederne for Kraft, Masse og Acceleration ikke vælges uafhængig af hinanden. To af Enhederne kan vælges vilkaarligt; den tredje bestemmes ved Ligningen:

$$\bar{K} = m \bar{G}.$$

I det saakaldte *tekniske Maalsystem* angives Kraften i kp og Accelerationen i m/sek^2 , og man faar Konstanten i Newtons Bevægelsesligning til at blive 1 ved at rette paa Masseenheden. Kraften 1 kp giver Massen 1 kg Accelerationen $9,81 \text{ m/sek}^2$, men Massen $9,81 \text{ kg}$ faar kun Accelerationen 1 m/sek^2 . Man vælger derfor Massen $9,81 \text{ kg}$ som *teknisk Masseenhed* (*Tekma*). Da Kilogramloddets Masse kun er $1/9,81 \text{ Tekma}$, bliver Bevægelsesligningen for dets Fald paa Normalstedet:

$$1 = \frac{1}{9,81} \cdot 9,81.$$

I det saakaldte *absolutte Maalsystem*, ogsaa kaldet *c-g-s-Systemet* (cm, g, sek), faar man Konstanten i Newtons Bevægelsesligning til at blive 1 ved at rette paa Kraftenheden. Massen maales i g og Accelerationen i cm/sek^2 . En *absolut Kraftenhed* (*Dyn*) er da defineret som den Kraft, der giver Massen 1 g Accelerationen 1 cm/sek^2 .

Forholdet mellem Kraftenhederne kp og Dyn finder man ved at anvende det absolutte Maalsystem paa et Kilogramlods Fald paa Normalstedet:

$$1 \text{ kp} = 1000 \cdot 981 \text{ Dyn}.$$

Dynet er altsaa en meget lille Kraftenhed, kun lidt større end et Milligramlods Tyngde.

Paa vore Breddegrader er Tyngdens Acceleration $9,82 \text{ m/sek}^2$, eller 982 cm/sek^2 . Her som alle andre Steder er Massen af et Kilogramlod $1/9,81 \text{ Tekma}$, men Loddets Tyngde er:

$$\frac{1}{9,81} \cdot 9,82 \text{ kp} = 1000 \cdot 982 \text{ Dyn}.$$

Opgave 1. En Mand lader sig veje paa en Decimalvægt. Der skal benyttes følgende Lodder: 5 kg, 2 kg, 1 kg. Hvor mange Tekma udgør Mandens Masse, og hvor mange Dyn udgør hans Tyngde her i Landet?

Opgave 2. En Sten vejes paa en Skaalvægt. Hvad har man maalt? Stenen vejes dernæst paa en Fjedervægt (inddelt paa Normalstedet). Hvad maales nu?

Hvad er Forholdet mellem de to Talangivelser?
Hvis Fjedervægten var inddelt paa Stedet, hvad maaltessaa ved Anvendelsen af den?

Opgave 3. Omregn Barometerstanden fra Iagttagelsesstedet til Normalstedet.

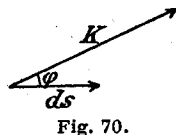
Opgave 4. Trykket 1 Bar er 10^6 Dyn/cm². Hvor mange Millibar svarer til normal Barometerstand?

Arbejde og Effekt.

Naar en Massedel under Paavirkning af en Kraft K bevæger sig Vejen ds , siger man, at Kraften udfører *Arbejdet*

$$dA = K \cdot ds \cdot \cos \varphi,$$

hvor φ er Vinklen mellem Kraftretningen og Vejens Retning (Fig. 70).



Af Definitionen følger, at Arbejdet er positivt, naar φ er spids, negativt, naar φ er stump,

og at det er Nul,

- 1) naar φ er ret,
- 2) naar ds er Nul,
- 3) naar K er Nul.

Naar Kræfter udgaaende fra et Legeme udfører et Arbejde, siger man for Kortheds Skyld, at Legemet udfører Arbejdet.

Arbejdets Definitionsligning kan skrives enten:

$$dA = K \cdot ds \cos \varphi, \quad \text{eller} \quad dA = ds \cdot K \cos \varphi.$$

Arbejdet er lig Kraften gange Vejens Projektion paa Kraftens Retning.

Arbejdet er lig Vejen gange Kraftens Projektion paa Vejens Retning.

Da Projektionen af en Resultant er lig Summen af Komposanternes Projektioner, ses det, at Resultantens Arbejde er lig Summen af Komposanternes Arbejder.

Arbejdets Definitionsligning fastlægger ogsaa Enheden for Arbejde.

I det tekniske System:

1 *Kilopondmeter* (*kpm*) er det Arbejde, der udføres, naar Kraften er 1 kp og Vejen 1 m i Kraftens Retning. Almindeligvis anvendes Betegnelsen *Kilogrammeter* (*kgm*), jfr. Side 10.

I det absolutte System:

1 *Dyncm*, eller 1 *Erg*, er det Arbejde, der udføres, naar Kraften er 1 Dyn og Vejen 1 cm i Kraftens Retning.

Arbejdet 1 Erg er ikke ret stort. Man benytter derfor tit den afledede Enhed *Joule*.

$$1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ Erg}.$$

$$1 \text{ kpm} = 981000 \cdot 100 \text{ Erg} = 9,81 \text{ Joule}.$$

Ved *Arbejdshastighed* eller *Effekt* forstaas Arbejdet pr. Sekund.

I det tekniske System er Enheden *kpm/sek*, men ofte benyttes den afledede Enhed *Hestekraft* (*HK*).

$$1 \text{ HK} = 75 \text{ kpm/sek}.$$

I det absolutte System er Enheden *Erg/sek*, men ofte benyttes den afledede Enhed *Watt*.

$$1 \text{ Watt} = 1 \text{ Joule/sek}.$$

$$1 \text{ Kilowatt} = 1000 \text{ Watt}.$$

$$1 \text{ HK} = 75 \cdot 9,81 \text{ Watt} = 736 \text{ Watt}.$$

Af Newtons Bevægelsesligning findes Kraftens „Dimension“. Den er Produktet af en Masse og en Acceleration, d. v. s. Produktet af en Masse og en Vej divideret med Kvadratet paa en Tid (MLT^{-2}). Heraf udledes „Dimensionerne“ for Arbejde (ML^2T^{-2}) og Effekt (ML^2T^{-3}). Det ses, at Betegnelsen Heste-

kraft er helt misvisende. Man burde sige Hestekraft gange Meter pr. Sekund.

Det ses endvidere, at et Arbejde har samme Dimension som et Drejningsmoment, og dog er der Tale om væsensforskellige Størrelser, der følgelig ikke kan være ensbetydende. Ved Drejningsmomenter vil vi benytte Benævnelserne *Kilopond gange Meter* ($kp \times m$) og *Dyn gange Centimeter* ($Dyn \times cm$).

$$1 kp \times m = 981000 \cdot 100 \text{ Dyn} \times cm.$$

Bevægelsesmængde og Bevægelsesenergi.

Newtons Bevægelsesligning:

$$\bar{K} = m \bar{G} = m \frac{dv}{dt}$$

kan omformes paa to væsentlig forskellige Maader.

I. Multiplikation med dt giver:

$$\bar{K} dt = m dv = d(mv).$$

$\bar{K} dt$ kaldes *Kraftens Impuls*, og mv kaldes *Massedelens Bevægelsesmængde*. I Almindelighed har $\bar{K}$ og v forskellige Retninger; men $\bar{K}$ og dv — og dermed $\bar{K} dt$ og mdv — har samme Retning.

Kraftens Impuls er lig Massedelens Tilvækst i Bevægelsesmængde.

Opgave. En Løber holder konstant Fart i en cirkulær Bane. Er hans Bevægelsesmængde konstant eller variabel?

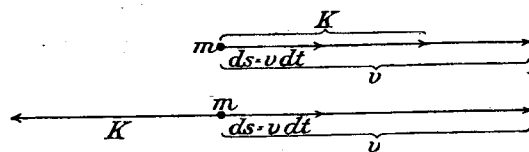


Fig. 71.

II. Hvis Kraften K og Hastigheden v er ens rettede eller modsat rettede (Fig. 71), faas ved Multiplikation med $ds = v dt$:

$$K ds = m \frac{dv}{dt} v dt = m v dv = d\left(\frac{1}{2} m v^2\right).$$

$K ds$ er det af Kraften K udførte Arbejde. Har K og v samme Retning, er Arbejdet positivt, og Massedelens Fart øges. Har K og v modsatte Retninger, er Arbejdet negativt, og Massedelens Fart mindskes.

Lad Massedelen være en Kugle, der trænger ind i en Skydeskive. Derved mister den hele sin Hastighed, og man har:

$$\int K ds = \int_v^0 d\left(\frac{1}{2} m v^2\right) = -\frac{1}{2} m v^2.$$

K er den Kraft, hvormed Skydeskiven paavirker Kuglen. Den Kraft, hvormed Kuglen paavirker Skydeskiven er $\div K$, og dens udførte Arbejde er $+\frac{1}{2} m v^2$. Eksemplet viser altsaa, at en Massedel med Massen m og Hastigheden v har Evne til at udføre Arbejdet $\frac{1}{2} m v^2$. Størrelsen $\frac{1}{2} m v^2$ kaldes derfor *Massedelens Bevægelsesenergi*, idet Ordet Energi betyder Arbejdsevne.

Det ses af Fig. 72, at det fundne Udtryk for Bevægelsesenergiens Tilvækst ogsaa stemmer, selv om K og v ikke ligger paa samme Linie. Kraften K udfører nemlig samme Arbejde som Komposanten $K \cos \varphi$, der ligger paa samme Linie som v , og K giver samme Ændring i Hastighedens numeriske Værdi som denne Komposant.

Kraftens Arbejde er altsaa stedse lig Massedelens Tilvækst i Bevægelsesenergi.

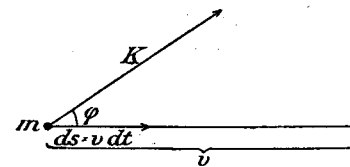


Fig. 72.

I Fig. 73 er m en Massedel, der under Tyngdens Paavirkning glider paa den meget glatte Flade AB . Den resulterende Kraft K er Resultanten af Massedelens Tyngde P og Fladens Reaktion Q , men da Q stadig er vinkelret paa den øjeblikkelige Bevægelsesretning, udfører den intet Arbejde, og Tilvæksten i Bevægelsesenergi bliver derfor lig det Arbejde, der udføres af Kraften P alene. For at finde dette Arbejde tænker vi os den beskrevne Bane inddelt i Elementer, der alle er saa smaa, at

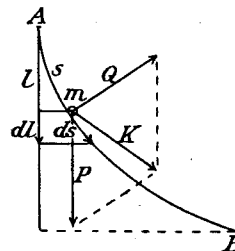


Fig. 73.

de kan betragtes som rette Liniestykker. Under Bevægelsen gennem et saadant Banelement ds udfører P et Arbejde, der er maalt ved Produktet af P og Banelementets lodrette Projektion dl . Hele det Arbejde, der udføres af P under Bevægelsen fra A til B , maa derfor være maalt ved Produktet af P og den lodrette Projektion af AB .

Opgave 1. En Massedel med Massen m og Begyndelseshastigheden Nul falder frit gennem Vejen l . Hvor stort et Arbejde har Tyngdekraften udført, og hvor stor er Tilvæksten i Bevægelsesenergi? Som Kontrol benyttes Formlen $v = \sqrt{2gl}$.

Opgave 2. En Massedel med Tyngden P glider langs den glatte Flade AB (Fig. 73) gennem en Vej, hvis lodrette Projektion er l . Hvor stort et Arbejde har Tyngdekraften udført, og hvor stor er Tilvæksten i Bevægelsesenergi?

Et fast Legemes Bevægelse.

Vi vil først betragte de Tilfælde, hvor det faste Legemes Bevægelse er en ren Translation eller en ren Rotation, og vi vil begynde med at beregne Legemets Bevægelsesenergi i de to Tilfælde.

1) Translation.

Da alle Legemets Massedele ($m_1, m_2, \dots$) har samme øjeblikkelige Hastighed v , har hele Massen M den øjeblikkelige Bevægelsesenergi:

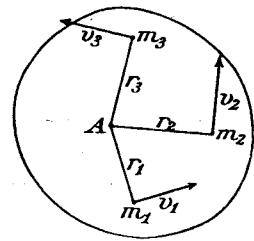


Fig. 74.

$$E_{trans} = \sum \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} v^2 \sum m = \frac{1}{2} M v^2.$$

2) Rotation.

Er den øjeblikkelige Vinkelhastighed ω , har Massedelen m_1 i Afstanden r_1 fra Aksen den øjeblikkelige Hastighed ωr_1

(Fig. 74) og den øjeblikkelige Bevægelsesenergi $\frac{1}{2} m_1 \omega^2 r_1^2$. Hele det roterende Legemes Bevægelsesenergi er altsaa:

$$E_{rot} = \sum \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 = \frac{1}{2} \omega^2 \sum m r^2.$$

Størrelsen $\sum m r^2$ kaldes Legemets *Inertimoment med Hensyn til den givne Rotationsakse*.

$$I = \sum m r^2, \quad E_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2.$$

Beregning af et Legemes Inertimoment.

Eks. 1. Inertimomentet af en homogen Stang m. H. t. en Akse gennem Midtpunktet og vinkelret paa Stangen er

$$I_0 = m \cdot \frac{l^2}{3},$$

idet m er Stangens Masse og l dens halve Længde.

Massen pr. Længdeenhed $= \mu$; $dm = \mu \cdot dx$.

$$\begin{aligned} I_0 &= 2 \cdot \int_0^l dm \cdot x^2 = 2 \int_0^l (\mu dx) \cdot x^2 \\ &= 2 \mu \cdot \frac{l^3}{3} = \mu \cdot 2l \cdot \frac{l^2}{3} = m \cdot \frac{l^2}{3}. \end{aligned}$$

Parallelforskydes Aksen til et af Stangens Endepunkter, bliver Inertimomentet

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_0^{2l} dm \cdot x^2 = \int_0^{2l} (\mu dx) \cdot x^2 \\ &= \mu \cdot \frac{(2l)^3}{3} = \mu \cdot 2l \cdot \frac{4l^2}{3} \\ &= m \cdot \frac{4l^2}{3} = m \cdot \frac{l^2}{3} + m \cdot l^2 = I_0 + m \cdot l^2. \end{aligned}$$

Det gælder almindeligt, at Inertimomentet om en Akse er lig Inertimomentet om den dermed parallelle Akse gennem Tyngdepunktet plus Produktet af Legemets Masse og Kvadratet paa Afstanden mellem Akserne.

Eks. 2. Inertimomentet af en homogen cirkulær Skive m. H. t. en Akse gennem Centrum og vinkelret paa Skiven er

$$I_0 = m \cdot \frac{r^2}{2},$$

idet m er Skivens Masse og r dens Radius. (Samme Udtryk gælder for en homogen cirkulær Cylinders Inertimoment m. H. t. Cylinderaksen).

Massen pr. Arealenhed = μ ; $dm = \mu \cdot 2\pi x dx$.

$$\begin{aligned} I_0 &= \int_0^r dm \cdot x^2 = \int_0^r (\mu \cdot 2\pi x dx) \cdot x^2 \\ &= 2\pi\mu \cdot \frac{r^4}{4} = \mu \pi r^2 \cdot \frac{r^2}{2} = m \cdot \frac{r^2}{2}. \end{aligned}$$

Et Svinghjuls Inertimoment kan sættes lig $m r^2$, hvor m er Hjulkransens Masse og r dens Middelradius; Egernes Bidrag til Inertimomentet er nemlig forsvindende i Forhold til Kransens. Inertimomentet er altsaa dobbelt saa stort som ved en cirkulær Skive med samme Masse og samme Radius.

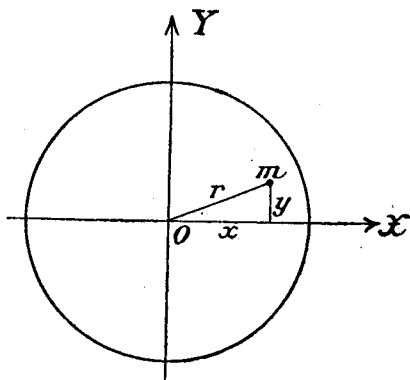


Fig. 75.

En tynd cirkulær Skives Inertimoment I_1 om en vilkaarlig Diameter er netop halvsaa stort som I_0 . Man har nemlig med Betegnelserne i Fig. 75:

$$\begin{aligned} I_1 &= \sum m x^2 = \sum m y^2; \\ 2 I_1 &= \sum m x^2 + \sum m y^2 = \\ \sum m (x^2 + y^2) &= \sum m r^2 = I_0. \end{aligned}$$

I Fig. 76 roterer et fast Legeme om Aksen A , og Rotationen er accelereret af Drejningsmomentet $K \cdot a$.

Er den øjeblikkelige Vinkelhastighed ω , udfører Kraften K i Tiden dt Arbejdet $K \cdot (a \omega dt)$, og dette Arbejde maa være lig Legemets Tilvækst i Rotationsenergi i Tiden dt . Idet I er Inertimomentet om Aksen A , har man altsaa:

$$K \cdot (a \omega dt) = d \left(\frac{1}{2} I \omega^2 \right),$$

og heraf faas:

$$K \cdot a = I \cdot \frac{d\omega}{dt}.$$

$\frac{d\omega}{dt}$ kaldes *Vinkelaccelerationen*.

Er Legemet paavirket af flere Kræfter, skal $K \cdot a$ erstattes med Kræfternes samlede Drejningsmoment D . Er D specielt lig Nul, bliver $I\omega$ konstant, idet man har:

$$I \cdot \frac{d\omega}{dt} = \frac{d(I\omega)}{dt} = 0.$$

Det ses altsaa, at naar D er Nul, maa Legemet enten være i Hvile (jfr. S. 21—22) eller rotere med konstant Vinkelhastighed.

Sætningen om, at $I\omega$ er konstant, naar D er lig Nul, gælder ogsaa for Legemer, der kan deformeres. Et mindre I giver altsaa et større ω og omvendt. Sidder en Elev paa en Drejeskammel, der gaar paa Kuglelejer, og holder han i hver Haand et tungt Lod, kan han variere sin Rotationshastighed betydeligt ved at bøje og strække Armene. En Akrobat kan snurre hurtigt rundt, naar han trækker sig sammen under et Spring. En Svømmer, der springer ud fra 10-Meter Vippen, kan ændre sin Rotationshastighed under Faldet. En Kat kommer altid ned paa Benene.

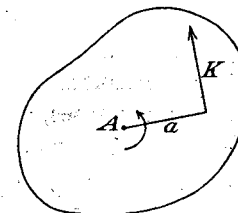


Fig. 76.

I Almindelighed er et fast Legemes Bevægelse hverken en ren Translation eller en ren Rotation. Det kan bevises, at Tyngdepunktet bevæger sig som en Partikel, der har en Masse lig Legemets Masse, og som er paavirket af Kræfter lig og parallelle med de Kræfter, der angriber Legemet. Da Sætningen ikke blot gælder for Tyngdekraftens Paavirkning, kaldes Tyngdepunktet ogsaa Legemets *Massemidtunkt*. Endvidere kan det bevises, at den øjeblikkelige Bevægelse altid kan opløses i en Translation med Tyngdepunktets øjeblikkelige Hastighed og en Rotation om en Akse gennem Tyngdepunktet. I Almindelighed vil ikke blot Vinkelhastigheden, men ogsaa Rotationsaksens Retning variere. Jorden roterer med konstant Vinkelhastighed, men Rotationsaksens Retning ændres langsomt (se Astronomien).

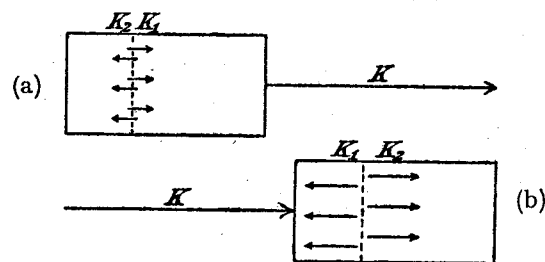


Fig. 77.

Det er tidligere omtalt (S. 15), at de elastiske Spændinger i et fast Legeme ikke bliver de samme, naar en Krafts Angrebspunkt flyttes langs Angrebslinien. Tyngdepunktets Bevægelse er bestemt ved de ydre Kræfters numeriske Værdi og Retning; de indre Kræfter i Legemet afhænger desuden af de ydre Kræfters Angrebspunkt. Som Eksempel vil vi betragte en retliniet Translation.

I Fig. 77 ses en Klods, der slæbes eller skubbes hen over et glat vandret Underlag under Paavirkning af en vandret Kraft K , hvis Angrebslinje gaar gennem Klodsens Tyngdepunkt. I det Øjeblik, K begynder at virke, accelereres Angrebspunktet, men efter forsvindende kort Tids Forløb er Klodsens strakt eller sammenpresset saaledes, at Massedelenes følges ad. Hver Massedel har da samme Acceleration som Tyngdepunktet.

Den punkterede Linie er et tænkt Snit, der afgrænser Klodsens bageste Trediedel. De numerisk lige store, men modsat rettede Kræfter, hvormed den forreste og den bageste Del af Klodsens paavirker hinanden, er antydte ved Pile. K_1 og K_2 er Resultanterne af disse Kræfter, der naturligvis skal tænkes fordelt over hele Snittet.

Er hele Klodsens Masse m , bliver Tyngdepunktets og dermed hver Massedels Acceleration G bestemt ved Ligningen:

$$K = m G.$$

Den bageste Trediedel af Klodsens er i (a) paavirket af Kraften K_1 , i (b) af Kraften $K - K_1$, og man har derfor til Bestemmelse af K_1 i de to Tilfælde:

$$\text{a) } K_1 = \frac{m}{3} G = \frac{K}{3}; \quad \text{b) } K - K_1 = \frac{m}{3} G, \quad K_1 = \frac{2K}{3}.$$

Skriv selv Bevægelsesligningen for den forreste Del af Klodsens i de to Tilfælde.

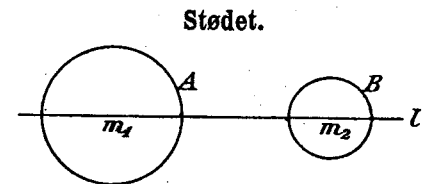


Fig. 78.

I Fig. 78 er A og B to homogene Kugler med Masserne m_1 og m_2 . Kuglerne bevæger sig uden Drejning, og saaledes at Centrene følger samme Linie l .

Hvis disse Kugler løber mod hinanden, eller hvis den ene Kugle indhenter den anden, opstaar et *centralt Stød*. Under hele Stødet maa de Kræfter, hvormed Kuglerne paavirker hinanden, være lige store og modsat rettede, og det samme maa gælde om de Kræfter, hvormed to Massedele inde i samme Kugle paavirker hinanden (Loven om Aktion og Reaktion). Betragtes begge Kuglerne under eet, er den samlede Impuls altsaa Nul under hele Stødet, og den samlede Bevægelsesmængde

forbliver derfor uforandret. Er Kuglernes Hastigheder før Stødet c_1 og c_2 og efter Stødet v_1 og v_2 , har man altsaa:

$$m_1 c_1 + m_2 c_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2.$$

Hvis Kuglerne er *fuldstændig uelastiske*, faar hele Massen en fælles Hastighed v , der er bestemt ved Ligningen:

$$m_1 c_1 + m_2 c_2 = (m_1 + m_2) v.$$

Eks. 1. $m_1 = m_2 = m$ (to lige store Lerkugler). Specielt kan man tillige have $c_1 = -c_2$.

Eks. 2. $m_1 = 0,01 m_2$, $c_1 = -100 c_2$.

Eks. 3. $m_1 = m$, $m_2 = \infty$, $c_1 = c$, $c_2 = 0$.
(en Lerkugle og Jorden).

Den samlede Bevægelsesenergi før og efter Stødet er henholdsvis:

$$\frac{1}{2} m_1 c_1^2 + \frac{1}{2} m_2 c_2^2 \quad \text{og} \quad \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \left(\frac{m_1 c_1 + m_2 c_2}{m_1 + m_2} \right)^2,$$

og den tabte Bevægelsesenergi er altsaa:

$$\frac{(m_1 + m_2) (m_1 c_1^2 + m_2 c_2^2) - (m_1 c_1 + m_2 c_2)^2}{2 (m_1 + m_2)} = \frac{m_1 m_2 (c_1 - c_2)^2}{2 (m_1 + m_2)}.$$

Hvis Kuglerne er *fuldstændig elastiske*, tabes der ingen Bevægelsesenergi ved Stødet. Til Bestemmelse af Hastighederne v_1 og v_2 har man da foruden 1. Grads Ligningen:

$$(1) \quad m_1 c_1 + m_2 c_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

følgende 2. Grads Ligning:

$$(2) \quad \frac{1}{2} m_1 c_1^2 + \frac{1}{2} m_2 c_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2.$$

Af (1) og (2) udledes den ny 1. Grads Ligning:

$$(3) \quad c_1 - c_2 = v_2 - v_1,$$

der udtrykker, at Kuglernes relative Hastighed er den samme før og efter Stødet, dog med modsat Fortegn.

Ved Opgaveregning benyttes naturligvis de to 1. Grads Ligninger (1) og (3).

Eks. 1. $m_1 = m_2 = m$ (to lige store Elfenbenskugler eller Staalkugler). Specielt kan man tillige have $c_1 = -c_2$. Mellem hvilke Grænser varierer Bevægelsesenergien under Stødet i dette Tilfælde?

Eks. 2. $m_1 = 2$, $m_2 = 32$, $c_1 = -c_2$
(et Brintmolekyle og et Iltmolekyle).

Eks. 3. $m_1 = m$, $m_2 = \infty$, $c_1 = c$, $c_2 = 0$
(en elastisk Bold mod et elastisk Gulv).

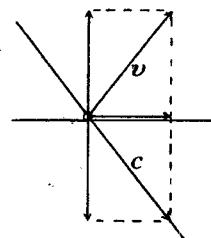


Fig. 79.

Kastes en elastisk Bold skraat ned mod et glat og elastisk Gulv, indtræffer et *skraat elastisk Stød* (Fig. 79). Den lodrette Hastighedskomponent faar modsat Retning, den vandrette forbliver uforandret. Tilbagekastningen sker altsaa efter samme Lov som ved Lyset.

Fuldstændig elastiske Legemer eksisterer ikke. Ved ethvert Stød tabes Bevægelsesenergi, og det des mere, jo mere uelastiske de stødende Legemer er. Ved ethvert Stød udvikles ogsaa Varme, og det viser sig, at den udviklede Varmemængde er proportional med den tabte Bevægelsesenergi.

Opgave 1. En Kasse er fyldt med Sand og Ler og ophængt i en Snor (Fig. 80). Kassen og dens Indhold har Massen 4,95 kg, og Snorens Masse er forsvindende.

En Kugle med Massen 50 g og Hastigheden 200 m/sek skydes vandret ind mod Midten af Kassen og bliver derinde. Hvilken Fælleshastighed faar

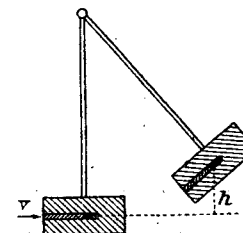


Fig. 80.

de to Legemer ved Sammenstødet? Hvor højt svinger Kassen op fra sin Ligevægtsstilling paa Grund af denne Hastighed?

- Opgave 2. Gevær 1889 har Massen 4,25 kg. Projektilet har Massen 12,7 g og forlader Geværet med Hastigheden 770 m/sek. Find Hastigheden i Geværets Tilbageslag. Hvor højt kunde et lodret Skud naa, hvis der ingen Luftmodstand var?

Energisætningen.

Som allerede nævnt betyder *Energi* Arbejdsevne, og et Legemes Energiindhold maales ved det maksimale Arbejde, det er i Stand til at udføre.

Et Legeme med Massen m g og Hastigheden v cm/sek kan alene paa Grund af sin Fart udføre Arbejdet $\frac{1}{2} m v^2$ Erg. Er Massen M Tekma og Hastigheden V m/sek, kan Legemet udføre Arbejdet $\frac{1}{2} M V^2$ kpm. Et Legeme, der er i Fart, har *Bevægelsesenergi* (jfr. S. 69).

Hvis et Legeme med Tyngden p Dyn kan sænkes l cm, er det alene paa Grund af sin høje Plads i Stand til at udføre Arbejdet $p l$ Erg. Er Tyngden P kp, og kan Legemet sænkes L m, bliver det maksimale Arbejde PL kpm. Et Legeme, der kan sænkes, har *Beliggenhedsenergi*. Det kan f. Eks. hæve et Legeme med samme Tyngde lige saa meget, som det selv sænkes (fast Trisse), eller det kan hæve et Legeme med dobbelt saa stor Tyngde halv saa stort et Stykke (løs Trisse i Forbindelse med fast Trisse).

Imens Arbejdet udføres, flyttes Beliggenhedsenergien fra ét Legeme til et andet (som ved Trisserne), eller ogsaa sker der en Overgang fra én Energiform til en anden (som ved en faldende Sten). Arbejdet er altsaa noget forbigaaende, men selve Arbejdsevnen vedbliver at bestaa; den bliver blot flyttet eller omformet.

Naar en Fjeder spændes, faar den tilført *Spændingsenergi*. Nævn Eksempler paa, at en spændt Fjeder kan udføre et Arbejde.

I Fig. 81 rammer en faldende Kugle en elastisk Skruefjeder og presser den noget sammen. Kuglen mister sin Bevægelsesenergi, men faar den igen, naar Fjederen retter sig ud. Hvis der ikke er nogen kende-
lig Luftmodstand, og hvis Skruefjederen kan regnes at være fuldstændig elastisk, vil Kuglen naa sin Udgangsstilling, og Bevægelsen gentages periodisk.



Fig. 81.

Under Faldet omdannes Beliggenhedsenergi til Bevægelsesenergi, og Summen af de to Energiformer ændres ikke. Har Legemet Tyngden p kp, og falder det l m, taber det pl kpm i Beliggenhedsenergi. Samtidig udfører Tyngden Arbejdet pl kpm, og følgelig er Tilvæksten i Bevægelsesenergi pl kpm (jfr. Opgave 1, S. 70). Mens Fjederen presses sammen, omdannes saavel Beliggenhedsenergi som Bevægelsesenergi til Spændingsenergi, og Summen af de tre Energiformer er konstant. Under Bevægelsen opad foregaar tilsvarende Energiomsætninger, blot i modsat Rækkefølge.

Hvis det faldende Legeme rammer et uelastisk Underlag og bliver liggende, ser det ud, som om Energien forsvandt sporløst. I Virkeligheden faar Molekylerne i Legemet og i Underlaget øget Hastighed ved Sammenstødet. Der udvikles Varme.

Beliggenhedsenergi og Spændingsenergi kaldes med et fælles Navn *potentiell Energi*, og Bevægelsesenergi kaldes ogsaa *kinetisk Energi*. Potentiell Energi og kinetisk Energi er begge Former for *mekanisk Energi*. Skønt *Varmeenergi* egentlig maa henregnes under mekanisk Energi, omtaler man altid Varmen som en særlig Energiform. (Varmeenergi er det samme som *Varmemængde*). Andre Energiformer er: *elektrisk Energi*, *Straalingsenergi* og *kemisk Energi*.

Ved enhver Bevægelse med Gnidningsmodstand og ved ethvert uelastisk (eller delvis uelastisk) Stød omdannes en Del mekanisk Energi til Varme. At den udviklede Varme er et Ækvivalent for den forsvundne mekaniske Energi, blev imidlertid først erkendt i Midten af det 19. Aarhundrede: (1842 af den tyske Læge Robert Mayer, 1843 af den danske stud. polyt. Colding og den engelske Brygger Joule).

Ved *Varmeenhedens mekaniske Ækvivalent* forstaas det An-

tal kpm, der svarer til 1 kcal. Det blev bestemt af Joule paa den i Fig. 82 antydede Maade. *A* er et Kalorimeter med Vand (den ydre Beholder er udeladt). *B* er en Valse, der er forsynet med et Antal Skovle, og fra Kalorimetervæggen udgaar Plader, der er udskaaet saaledes, at Skovlene netop kan

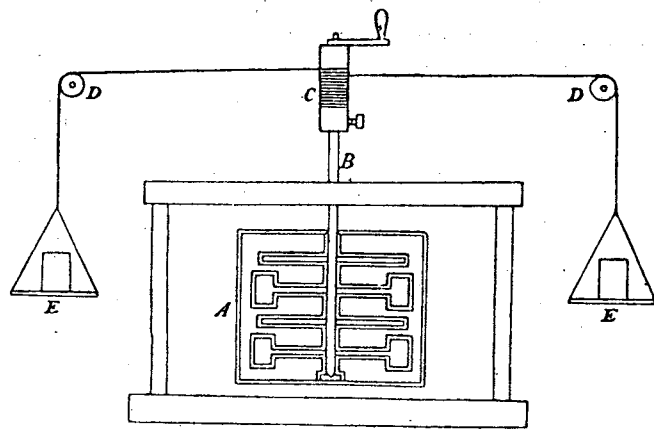


Fig. 82.

passere. Valsen bærer en Cylinder *C*, hvormed der er viklet to Snore. Hver Snor føres over en Trisse *D* og bærer en Vægt-skaal *E* med Lodder. Lodderne afpasses saaledes, at Skaalene bevæger sig saa langsomt, at man kan se bort fra Luftmodstanden samt fra de bevægede Deles kinetiske Energi. Den ved Skaalenes og Loddernes Sænkning tabte Beliggenhedsenergi vil da udelukkende omsættes til Varme i Kalorimetret. Naar Skaalene har naaet deres laveste Stilling, løsnes Cylinderen *C* fra Valsen *B*, og Lodderne hæves ved Hjælp af Haandsvinget op til deres Begyndelsesstilling. Derefter skrues Cylinderen igen fast til Valsen, og Lodderne gentager Faldet fra før. Saaledes fortsættes, indtil man faar en passende Temperaturstigning i Kalorimetret. Varmeudviklingen beregnes paa sædvanlig Maade, og Tabet i Beliggenhedsenergi faas umiddelbart af de faldende Legemers Tyngde og den samlede Faldvej. Man finder, at

$$1 \text{ kcal} = 427 \text{ kpm} = 4185 \text{ Joule.}$$

Det har vist sig, at naar Energi ændres fra én Energiform til en anden, foregaar Ændringen altid efter faste Forhold, saa der ikke kan opstaa eller forsvinde Energi af én Art, uden at der samtidig forsvinder eller opstaaer en tilsvarende Mængde Energi af en anden Art, og det har tillige vist sig, at hvis Processen gaar tilbage igen, finder den modsatte Energiomsætning Sted. Naar mekanisk Energi omsættes til Varme, giver 427 kpm altid 1 kcal, og naar Varme omsættes til mekanisk Energi, giver 1 kcal altid 427 kpm. Der gaar ingen Energi til Spilde, naar der veksles frem og tilbage.

Endvidere har det vist sig, at det er ligegyldigt, ad hvilke Veje Omsætningen foregaar. Hvis mekanisk Energi først omsættes til Hvirvelstrømme, f. Eks. derved at de faldende Lodder i Fig. 82 bringer en Kobberplade til at rotere i et Magnetfelt (se Fysik III), hvorpaa den elektriske Energi omsættes til Varme, bliver Resultatet det samme, som om man straks var gaaet fra mekanisk Energi til Varme.

Man udtrykker dette i følgende Sætning, *Energisætningen*:

Energi kan ikke opstaa og ikke forsvinde. Den samlede Energi i Verden er konstant.

Blandt Energiformerne indtager Varmen en Særstilling, idet de andre Energiformer har en Tendens til at omdannes til Varme. Ved enhver Bevægelse med Gnidningsmodstand (herunder enhver elektrisk Strøm) omdannes den ordnede Bevægelse af Massedele (herunder Elektroner) delvis til uordnede Molekylbevægelser. Der bliver mere og mere Uorden i Verden. Endvidere har Varmen en Tendens til at spredes, indtil alle Temperaturforskelle er udjævnet. Derved forsvinder Energien ganske vist ikke, men den bliver værdiløs, idet Betingelsen for, at Varmen igen kan omdannes, f. Eks. til mekanisk Energi eller til termoelektriske Strømme, jo netop er, at der eksisterer Temperaturforskelle.

Medens mekanisk Energi kan omdannes fuldstændig til Varme, kan Varme kun delvis omdannes til mekanisk Energi. Som Eksempel vil vi betragte Energiomsætningen i et Damp-

anlæg. Ved Kullenes Forbrænding omdannes kemisk Energi til Varme, og en Temperaturforskel er dermed bragt til Veje. En Del af Varmen spredes, men det meste medgaar til Opvarmning og Fordampning af Vandet i Kedlen. I Cylinderen udfører den varme Damp et Arbejde ved at bevæge Stemplet. Derved afkøles Dampen noget, idet den jo mister en Varmemængde, der er ækvivalent med den fremkomne mekaniske Energi. Fra Cylinderen gaar Dampen ind i Fortætteren, hvor den yderligere afgiver Varme og omdannes til Vand. Dette føres ved Hjælp af Fødepumpen tilbage til Kedlen, hvor det saa opvarmes og igen omdannes til Damp. Vandet (Dampen) gennemløber saaledes en *Kredsproces*, og denne kan gentages, saa tit det skal være.

Under Kredsprocessen faar Vandet (Dampen) tilført en Varmemængde Q_1 i Kedlen, men i Fortætteren afgives en betydelig Varmemængde Q_2 , der føres bort med Kølevandet. Den Varmemængde, der omdannes til mekanisk Energi, kan ikke overstige $Q_1 - Q_2$, og i Virkeligheden er den en Del mindre, fordi Varmen stadig spredes.

Ved *Dampmaskinens Nyttelvirkning* forstaar man Forholdet mellem den Varmemængde, der omdannes til mekanisk Energi, og hele den Varmemængde, der tilføres fra Kedlen. Hele *Dampanlægets Nyttelvirkning* maa være mindre end Maskinens, fordi en betydelig Del af den Varme, der udvikles ved Kullenes Forbrænding, straks gaar tabt ved Spredning (den varme Røg, Ledning og Udstraaling). I de bedste Dampanlæg udnyttes kun ca. 12 % af den kemiske Energi. I en Benzinmotor udnyttes ca. 20 % og i en Dieselmotor ca. 35 % af Brændstoffets kemiske Energi. Til Sammenligning tjener, at en Elektromotor omdanner ca. 95 % af den tilførte elektriske Energi til mekanisk Energi.

I Galvaniske Elementer omdannes kemisk Energi til elektrisk Energi, som derefter næsten uden Tab kan omdannes til mekanisk Energi ved Anvendelse af en Elektromotor. Omdannelsen af Brændslets kemiske Energi til mekanisk Energi maa derimod ske med den tabgivende Varme som Mellemed.

Ved en Energiomsætnings *Effekt* forstaas Energiomsætningen pr. Sekund (jfr. S. 67).

Opgave 1. En ved Pælenedramning anvendt Rambuk har Tyngden 2000 kp og hænger i en Højde af 5 m over Pælen. Pælen gaar ved Slaget $\frac{1}{2}$ m i Jorden. Hvor mange kcal udvikles under Nedramningen?

Opgave 2. En Mand drikker 250 cm³ Vand à 17°. Hvor mange kcal medgaar til at opvarme Vandet til Legemstemperaturen, og hvor mange kpm er det?

Manden gaar op paa Rundetaarn, hvis Højde er 30 m. Hvor stort er det udførte Arbejde, naar Mandens Tyngde er 70 kp?

Opgave 3. Forklar, at Luftens Varmefylde ved konstant Tryk maa være større end Varmefylden ved konstant Rumfang (jfr. Fysik I, S. 9).

Opgave 4. Ved Trollhättan er den samlede Faldhøjde 32 m og den mindste Vandmængde 320 m³/sek. Med denne Vandmængde producerer Kraftværket 83 000 Kilowatt. Hvor mange pCt af Faldenes Effekt udnyttes?

Den største Vandmængde er 900 m³/sek, men heraf udnyttes kun 550 m³/sek. Hvor stor er Værkets Maksimaleffekt, og hvor mange pCt af Faldenes Effekt udnyttes i dette Tilfælde?

Opgave 5. Naar 1 kg Kulstof brænder, udvikles der 8080 kcal, men almindelige Stenkul giver kun ca. 7000 kcal pr. kg. Find den kemiske Energi i 1 t Kul, udtrykt i kcal, kpm og Joule.

Opgave 6. Forklar, at den Energi, der findes i et Vandfald, i Blæsten, i Brænde, Kul eller Jordolie, oprindeligt stammer fra Solen.

Opgave 7. De Solstraaler, der i Løbet af 1 Minut passerer gennem en Flade paa 1 cm² vinkelret paa Straalernes Retning, frembringer ved Indsugning en Varmemængde paa 1,90 cal (*Solar konstanten*). Beregn Effekten af den samlede Udstraaling fra Solen udtrykt i Hestekræfter og i Kilowatt.

Ydre og indre Gnidning.

Naar et fast Legeme *glider* langs med et fast Underlag, vil der være en Modstand mod Bevægelsen, fordi de smaa Ujævnheder, der altid findes i Berøringsfladerne, griber ind i hinanden. Hertil kommer, at Vedhængningen er kendelig paa de Steder, hvor Berøringen er særlig inderlig. Den samlede Virkning kaldes *Gnidningsmodstand* eller *Friktion*.

I det daglige Liv er Gnidningsmodstanden til stor Nytte. Man bevæger sig usikkert paa en glat Isflade, og hvis der slet ingen Gnidningsmodstand var, vilde det være umuligt at gaa. Det skyldes ogsaa Gnidningsmodstanden, at man kan benytte Søm og Kiler, Bremses og Remtræk. Nævn flere Eksempler paa Gnidningsmodstandens Nytte.

Ved Aksellejer søger man at gøre Gnidningsmodstanden saa lille som muligt. Metallejer smøres med Olie, medens Træ bedst smøres med Talg eller grøn Sæbe. Ved Smøringen bliver Gnidningen mellem de faste Legemer i det væsentlige erstattet med Gnidning mellem Væskemolekyler, og den er ganske forsvindende. Aksellejer kan være cylindriske (eller koniske), men skal Gnidningen nedsættes saa stærkt som muligt, formes Lejerne saaledes, at glatte Kugleskaale med glatte og haarde Staalkugler helt omgiver Akslen (Kuglelejer). Enten den ene eller den anden Slags Lejer anvendes, sørger man altid for at holde dem vel smurt. Et godt Leje kan hurtigt ødelægges, hvis Smøring mangler.

Naar et fast Legeme *ruller* paa et fast Underlag, er der ogsaa en Smule Gnidningsmodstand. At den maa være meget mindre, end naar Legemet glider, fremgaar tydeligt af Fig. 83. Anvendes Gummiringe, nedsættes Gnidningsmodstanden yderligere; Underlagets Ujævnheder mærkes næsten ikke, fordi Ringene er i Stand til at give efter og rette sig ud igen.

Størrelsen af Gnidningsmodstanden mellem to faste Legemer kan findes som antydnet i Fig. 84. *A* er en Klods af det ene Stof, *B* et vandret Underlag af det andet Stof. *A* slæbes hen

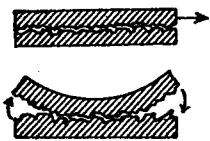


Fig. 83.

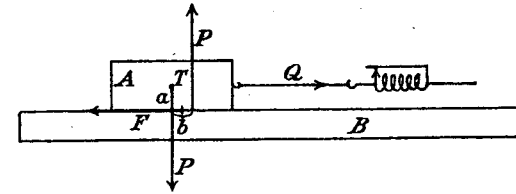


Fig. 84.

ad *B* under Paavirkning af Kraften *Q*, og vi vil for Nemheds Skyld antage, at *Q* er vandret, og at dens Angrebslinie gaar gennem Klodsens Tyngdepunkt *T*.

Der virker Gnidningskræfter langs hele Berøringsfladen. Disse Kræfters Resultant *F* parallelforskydes, saa den ogsaa gaar gennem *T*. Derved fremkommer en Svingkraft ($\div Fa$), som imidlertid ophæves af en Svingkraft (Pb) dannet af Klodsens Tyngde og Underlagets Reaktion. Den resulterende Kraft gaar altsaa gennem *T* og har Størrelsen $Q \div F$.

Klodsens Bevægelse bliver en ren Translation, og Accelerationen *G* er bestemt ved Ligningen

$$Q \div F = mG,$$

hvor *m* er Klodsens Masse. Hvis Bevægelsen er jævn, er *Q* og *F* (numerisk) lige store, og *F* kan da direkte aflæses paa Fjedervægten.

Man finder, at Gnidningsmodstanden er uafhængig af Hastigheden, vel at mærke, naar Bevægelsen først er i Gang. Lige i Starten er Gnidningsmodstanden særlig stor; der er større Adhæsion mellem *A* og *B* i Hvile end under Bevægelse.

Ved at belaste *A* kan man variere den Kraft, hvormed de gnidende Flader trykker mod hinanden. Det viser sig, at Gnidningsmodstanden er proportional med denne Kraft.

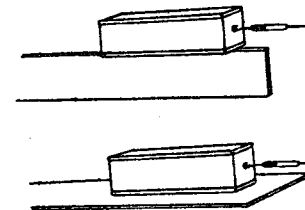


Fig. 85.

De gnidende Fladers Størrelse kan varieres som antydnet i Fig. 85. Det viser sig, at Gnidningsmodstanden er uafhængig af Fladernes Størrelse.

Gnidningsmodstanden er altsaa alene bestemt ved Overfladernes Beskaffenhed, samt ved Kraften vinkelret paa Grænsefladen, den saakaldte *Normalkraft*. I Fig. 84 er Normalkraften lig P . Den almindelige Betegnelse for Normalkraften er N ; og de fundne Resultater kan altsaa udtrykkes i Ligningen:

$$F = f \cdot N,$$

hvor f er en Konstant, der kaldes *Gnidningskoefficienten* for de to Stoffer. Da baade F og N er Kræfter, er f et ubenævnt Tal.

Man kan bestemme Gnidningskoefficienten ved at stille B saa skraat, at A netop kan glide med konstant Hastighed, efter

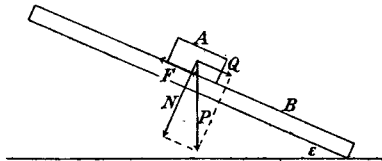


Fig. 86.

at man har givet det et Skub. Man har da med Betegnelserne i Fig. 86:

$$F = Q = P \sin \varepsilon, \quad N = P \cos \varepsilon, \quad f = \frac{F}{N} = \operatorname{tg} \varepsilon.$$

Tabel over Gnidningskoefficienter.

Smedejern paa Smedejern.....	0,44
— — Støbejern.....	0,18
Læderrem paa Støbejern med Vand.....	0,36
Metal paa Metal med Olie.....	0,06
Træ paa Metal med Talg.....	0,08
— — Træ med Talg.....	0,07
Egetræ paa Egetræ, Fibrene parallelle.....	0,48
— — Egetræ, Fibrene paa tværs.....	0,34

Opgave 1. Et Automobils Hastighed er 47,7 km/Time. Hvor stor er Modstanden mod Bevægelsen (Gnidningsmodstand + Luftmodstand), naar Motoren yder 35,5 HK? Hvor stor er Bevægelsesenergien, naar Vogn og Passagerer tilsammen har Massen 2100 kg?

Gennem en Landsby er Farten 15,9 km/Time, og Motoren yder 11,4 HK. Beregn atter Modstanden og Bevægelsesenergien.

Opgave 2. D. S. B.'s Lyntog med 4 Vogne har Massen 106 t og kan starte med en Acceleration paa 28 cm/sek². Hvor mange HK maa Motoren præstere 1 Sekund efter Starten?

Under Kørselen er Lyntogets Hastighed 120 km/Time. Find dets Bevægelsesenergi udtrykt i Joule, kpm og kcal.

Normalt bremses Lyntoget med $\div 70$ cm/sek², men ved maksimal Bremsning er Accelerationen $\div 100$ cm/sek². Find den kortest mulige Bremsstrækning for et Lyntog i fuld Fart.

Opgave 3. Et Lokomotiv accelererer en Togstamme, der bestaar af 8 ens belastede Vogne. Banen er vandret, og Lokomotivet trækker med en Kraft paa 4000 kp. Hvor stort er Trækket fremefter i hver Vogn?

Massen af en Vogn med Ladning er 30 t. Hvor stor er Accelerationen, naar Gnidningsmodstanden mod Vognenes Bevægelse er forsvindende? Kan man ogsaa se bort fra Gnidningsmodstanden mellem Lokomotivets Hjul og Skinnerne?

Hvor længe er Toget om at naa en Hastighed paa 90 km/Time, og hvor langt har det da kørt?

Gnidningen mellem to faste Legemer kaldes *ydre Gnidning* i Modsætning til den *indre Gnidning* i Vædske eller Luftarter.

Naar en Vædske eller Luft strømmer forbi et fast Legeme, vil de Vædskelede eller Luftdele, der ligger lige op ad det faste Legeme, have samme Hastighed som dette, og den indre Gnidning opstaar ved, at de forskellige Vædskeleg eller Luftlag bevæger sig med forskellig Hastighed og derved kommer til at glide i Forhold til hinanden.

I Fig. 87 ses et snævert lodret Rør, hvorigennem der strømmer ufarvet og farvet Glycerin. Før Strømningen blev sat i Gang, var Grænsefladen vandret; men under Strømningen antager den Form som Spidsen af et Projektil, fordi Vædskeledeenes Hastighed er størst i Midten af Røret.

Fig. 87.

Lovene for den indre Gnidning er helt forskellige fra Lovene for ydre Gnidning. I Fig. 88 a er *MN* et overalt lige vidt vandret Rør, hvorigennem der strømmer en Vædske, f. Eks. Vand. Røret

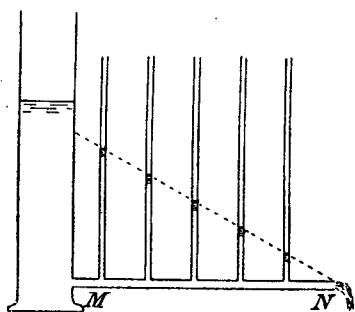


Fig. 88 a.

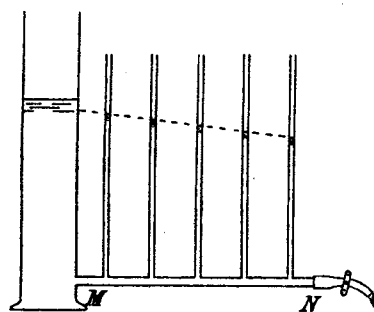


Fig. 88 b.

er forsynet med Siderør, saa man kan iagttage Trykket paa forskellige Steder i Strømrøret. Naar Tilstanden er blevet stationær, strømmer Vandet gennem Røret uden Acceleration, og Trykfaldet pr. cm kan da benyttes som et Maal for den indre Gnidning pr. cm. Da Vandoverfladen i Stigrørene stiller sig efter en ret Linie, maa Gnidningsmodstanden pr. cm være den samme, enten Trykket er stort (nær ved Beholderen) eller lille (nær ved Udløbsaabningen), og Gnidningsmodstanden maa være proportional med de gnidende Fladers Størrelse.

Ved at variere Strømhastigheden (Fig. 88 a og Fig. 88 b) kan man overbevise sig om, at Gnidningsmodstanden aftager med Hastigheden og kan gøres saa lille, det skal være.

Det ses, at Lovene for ydre og indre Gnidning er saa forskellige som vel muligt. Skal en Jernbanevogn sættes i Bevægelse, maa den paavirkes med en Kraft, hvis Størrelse ikke kan være under en vis *Tærskelværdi*. Ved Anvendelse af gode Kuglelejer kan man bringe Tærskelværdien langt ned, men den kan ikke gøres saa lille, det skal være. Ved indre Gnidning er der ingen Tærskelværdi. Vædskeledele kan bevæges i Forhold til hinanden af selv den mindste Kraft.

Linien gennem Vandoverfladerne i Stigrørene rammer et godt Stykke neden for Vandoverfladen i Beholderen (se især Fig. 84 a). Dette er forstaaeligt; thi ved Overgangen fra Beholderen til Strømrøret skal Vanddelene accelereres mod højre, og følgelig maa der paa dette Sted være en resulterende Kraft mod højre.

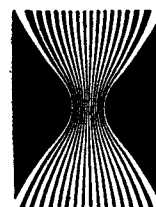


Fig. 89.

En *Strømlinie* er en Kurve, hvis Tangent i ethvert Punkt angiver Hastighedens Retning. Ved Strømning gennem et cylindrisk Rør er Strømlinierne rette Linier, forudsat at Strømningen foregaar uden Hvirveldannelse. I Fig. 89 ses Strømlinierne Forløb gennem en Indsnævring. I Indsnævringen er Hastigheden naturligvis større end i den øvrige Del af Røret. Hastigheden er størst, hvor Strømlinierne ligger tættest.

I Fig. 90 er *MN* atter et vandret Rør, hvorigennem der strømmer Vand, men denne Gang er Rørets Tværsnit variabelt. Vandstanden i Stigrørene viser, at Trykket er paafaldende lille paa de Steder, hvor Strømrøret er snævert, og paafaldende stort, hvor Strømrøret er vidt. At Trykket falder stærkt fra *b* til *c*, er let at forstaa; thi paa denne Strækning skal Vandets Bevægelse accelereres. At Trykket stiger fra *c* til

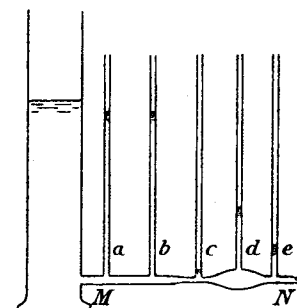


Fig. 90.

d , forklares ved, at Bevægelsen nu skal bremses. Fra d til e er der igen et stort Trykfald, idet Vanddelene paany skal accelereres.

I *Vandluftpumpen* (Fig. 91) findes en Indsnævring ved a . Vandet kommer ind ved V , og den Beholder, der skal udpumpes, forbindes med L . Ved a er Strømhastigheden meget stor og Trykket følgelig ringe. Bliver Trykket mindre end mættede Vanddampes Tryk ved den forhaandenværende Temperatur, dannes der et dampfyldt Hulrum i Vædsken. Luften i A og den dermed forbundne Beholder fortyndes, idet der trænger Luft ind i det dampfyldte Hulrum. Vandstraalen vedbliver at føre Luft med, indtil Trykket i Beholderen er lig de mættede Vanddampes Tryk (ved almindelig Stuetemperatur et Par cm Hg). — Ved Lysets Overgang fra Vand til Luft er der Mulighed for fuldstændig Tilbagekastning. Derfor kan Vandstraalen være helt mælkehvid, saa længe den medfører rigelig Luft. (Jfr. skumklædte Bølger).

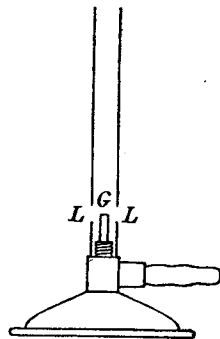


Fig. 92.

Mange mærkelige Fænomener bliver let forstaaelige, blot man gør sig klart, at Trykket altid er mindst, hvor Strømhastigheden er størst, d. v. s. hvor Strømlinierne ligger tættest. — I Fig. 93 blæses en Luftstrøm ind mellem Vingerne V_1

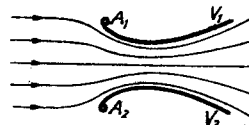


Fig. 93.

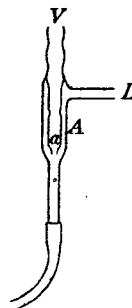


Fig. 91.

I *Bunsenbrænderen* (Fig. 92) strømmes Gassen ud gennem den snævre Aabning G . Hastighedsforøgelsen medfører, at Trykket falder til under Atmosfæretryk, og der strømmes altsaa Luft til gennem Hullerne LL . Hullerne skal have en saadan Størrelse, at der netop bliver Luft nok til Gassens fuldstændige Forbrænding. En Del Brændere er indrettet saaledes, at Lufttilførslen kan reguleres.

og V_2 , der kan drejes om de lodrette Akser A_1 og A_2 . Man kunde vente, at Vingerne blev blæst fra hinanden, men de klapper tværtimod sammen.

I Fig. 94 er 1 en Vandoverflade og 2 en Luftstrøm. Der er af en eller anden Grund opstaaet en Krusning ved a , og denne Krusning har en Tendens til at vokse. Efterhaanden kan Vinden bringe Havet i voldsomt Oprør.

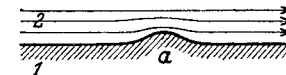


Fig. 94.

Anbringes et Bræt i strømmende Vand, stemmes Vandet op paa den Side, der vender mod Strømmen. Bag ved Brættet fremkommer der en Fordybning, og maaske dannes der *Hvirvler* (Fig. 95). Ved passende Strømhastighed kan der dannes en hel Hvirvelallé (Fig. 96). Et Flags bølgende Bevægelse beror paa, at der dannes en Hvirvelallé ved Luftens Strømning forbi Flagstangen.

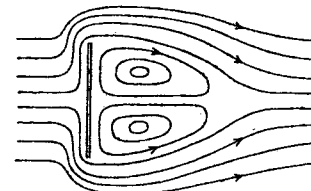


Fig. 95.

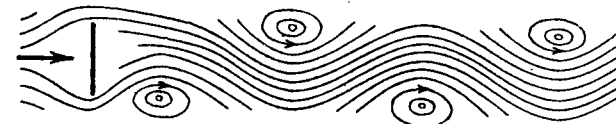


Fig. 96.

Hvis det Legeme, der anbringes i strømmende Vand eller Luft (eller som føres gennem Vand eller Luft), har den i Fig. 97 viste „Torpedoform“, dannes der ingen Hvirvler, og den Kraft, hvormed Vandet eller Luften paa-virker Legemet i Strømmens Retning, bliver ikke ret stor. Et Skibsskrog bygges saaledes, at det spidser til baade for og agter, og det er af særlig Betydning, at

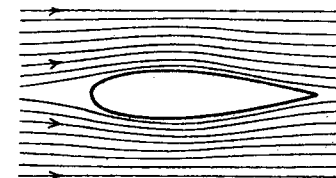


Fig. 97.

det spidser til agterud. „Strømlinieformede“ Biler spidser mest til bagud.

I Fig. 98 strømmer Vand eller Luft mod et „Bæreplan“. Trykforholdene er yderst komplicerede og afhænger i høj Grad af Strømhastigheden og Planets Vinkel med Strømretningen. Resultanten bliver imidlertid en Kraft, der er rettet skraat opad mod højre. Denne Kraft er i Fig. 99 betegnet med D . Planet er her en almindelig Legetøjsdrage, hvis Tyngde er P . Sammen med Snoretrækket S danner D og P et Kraftsystem i Ligevægt. Bemærk, at Kraften D angriber nærmere ved Dragehovedet end ved Halen, og at

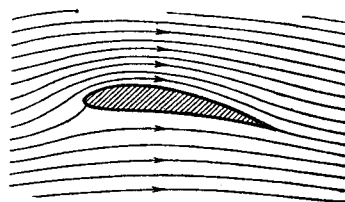


Fig. 98.

Dragen derfor er bygget saaledes, at Tyngdepunktet er rykket fremefter.

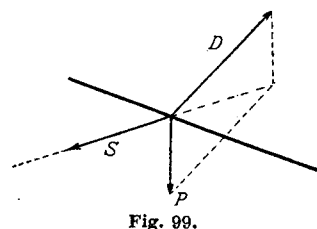


Fig. 99.

den forreste Rand, og denne Kraft danner sammen med Kortets Tyngde en Svingkraft, der drejer Kortets nederste Kant noget opad. Bevægelsen kan komme til at foregaa paa den i Fig. 100 antydede Maade („Det faldende Blad“).

Ved Hjælp af en lille Brevklemme kan man flytte Tyngdepunktet for det faldende Legeme noget hen imod den forreste (nederste) Kant. Heller ikke nu vil et skraatstillet Kort falde lodret ned, men man kan opnaa, at det bevæger sig nogenlunde efter en ret Linie (*Glideflugt*).



Fig. 100.

Ved smaa Hastigheder skyldes Modstanden mod et Legemes Bevægelse gennem Vand eller Luft udelukkende den indre Gnidning, og man har fundet, at Modstanden er proportional med Hastigheden. (Et ringe Træk kan bevæge en stor Pram, men kun langsomt). Ved større Hastigheder er det Vandets eller Luftens Modstand mod at blive sat i Bevægelse, der er det afgørende, og Modstanden bliver omtrent proportional med Hastighedens Kvadrat. (Skal et Dampskibs Hastighed sættes op til det dobbelte, skal Skibet altsaa pr. Sekund overvinde en næsten fire Gange saa stor Modstand gennem en dobbelt saa lang Vej, og Maskinerne maa derfor arbejde med omtrent otte Gange saa mange Hestekræfter som før).

Bevægelse under Paavirkning af en konstant Kraft.

Eksempel 1. Det frie Fald.

Det frie Fald (se S. 54) er en Bevægelse, der foregaar under Paavirkning af en konstant Kraft; men Accelerationen er saa stor, at det er vanskeligt at undersøge Bevægelsen. Faldaccelerationen g bestemmes langt nøjagtigere ved Pendulforsøg (se S. 118) end ved direkte Faldforsøg. For et frit Fald med Begyndelseshastigheden 0 gælder Formlerne:

$$s = \frac{1}{2} gt^2, \quad v = gt, \quad v^2 = 2gs.$$

Eksempel 2. Skraaplan og Faldrende.

Ser man bort fra Luftmodstanden, foregaar et Legemes Bevægelse paa et Skraaplan under Paavirkning af en konstant Kraft. Paa et glat Skraaplan med Elevationen α (Fig. 101) er en Massedel m paavirket af den resulterende Kraft

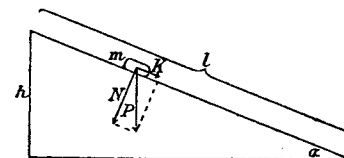


Fig. 101.

$$K = P \sin \alpha = m g \sin \alpha,$$

og Bevægelsens Acceleration bliver derfor:

$$G = \frac{K}{m} = g \sin \alpha.$$

Vi betragter det specielle Tilfælde, at Bevægelsen udgaar fra Skraaplanets øverste Punkt med Begyndelseshastigheden 0. Ligningerne for Bevægelsen er da:

$$s = \frac{1}{2} g \sin \alpha \cdot t^2, \quad v = g \sin \alpha \cdot t, \quad v^2 = 2 g \sin \alpha \cdot s.$$

I det Øjeblik, m naaer Skraaplanets nederste Punkt, er s lig Skraaplanets Længde l , og Kvadratet paa Hastigheden er følgende:

$$v_0^2 = 2 g \sin \alpha \cdot l.$$

Hvis m faldt frit gennem Skraaplanets Højde h , vilde Kvadratet paa Hastigheden blive nøjagtig lige saa stort, idet $l \sin \alpha$ er lig h . Dette Resultat kan forøvrigt straks udledes af Energisætningen. I samme Højde (samme Tab i potentiel Energi) maa der være samme Hastighedskvadrat (samme Tilvækst i kinetisk Energi).

Opgave. Find Kraftens Impuls og Massedelens Tilvækst i Bevægelsesmængde saavel ved Bevægelsen langs det glatte Skraaplan som ved det frie Fald.

Hvis Bevægelsen ikke er gnidningsfri, er den resulterende Kraft kun:

$$K = m g \sin \alpha - f m g \cos \alpha = m g (\sin \alpha - f \cos \alpha),$$

hvor f er Gnidningskoefficienten. Bevægelsens Acceleration bliver følgende:

$$G = \frac{K}{m} = g (\sin \alpha - f \cos \alpha).$$

Opgave 1. Skriv Ligningerne for Bevægelsen ned ad et ru Skraaplan, naar Begyndelseshastigheden er lig Nul.

Find Forholdet mellem de Hastighedskvadrater, der naas ved Faldet gennem Længden l og ved et frit Fald gennem Højden h , naar $\alpha = 30^\circ$ og $f = 0,2$.

Opgave 2. Skriv Ligningerne for Bevægelsen op og ned ad et ru Skraaplan, naar Begyndelseshastigheden v_0 er opgivet. Specielt: $\alpha = 30^\circ$, $f = 0,2$, $v_0 = 20$ m/sek. g sættes til 10 m/sek².

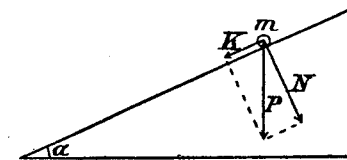


Fig. 102.

Paa et fuldstændig glat Skraaplan (Fig. 102) kan en homogen Kugle ikke give sig til at rulle, men maa nøjes med at glide. Resultanten af de Kræfter, der virker paa Kuglen, gaar nemlig gennem Kuglens Tyngdepunkt, og følgelig er $I\omega$ konstant (jfr. S. 73—74).

I Praksis vil man altid iagttage, at en homogen Kugle giver sig til at rulle, naar den lægges paa et selv nok saa glat Skraaplan; der er nemlig altid nogen Gnidningsmodstand. Gnidningsmodstanden ved Rulningen kan være meget lille (jfr. S. 84), og dog ændrer den fuldstændig Bevægelsens Karakter: I Stedet for en Translation fremkommer en Bevægelse, der er sammensat af en Translation og en Rotation. Kuglecentrets Acceleration G bliver meget mindre end $g \sin \alpha$, fordi Kuglen jo ikke blot

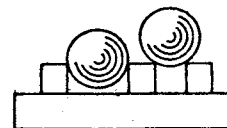


Fig. 103 a.



Fig. 103 b.

faar translatorisk Energi, men ogsaa Rotationsenergi. Hvis Kuglen ruller paa smaa Lillecirkler (Fig. 103 a og Fig. 103 b), bliver Rotationsenergien stor og Kuglecentrets Acceleration lille. G bliver dog i alle Tilfælde konstant og proportional med K .

Eksempel 3. Lodret, skraat og vandret Kast.

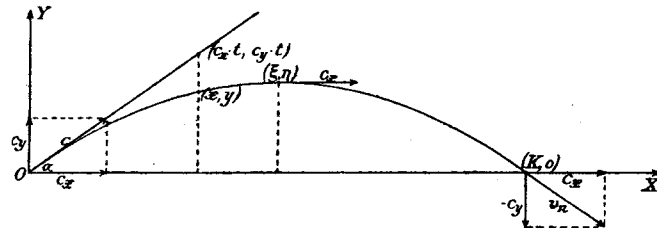


Fig. 104.

Bevægelsen henføres til et retvinklet Koordinatsystem, hvis Begyndelsespunkt er i Kastets Udgangspunkt, og hvis Y-Akse er rettet positiv opad. Begyndelseshastigheden c har Elevationen α (Fig. 104), og dens Projektioner paa Akserne er altsaa:

$$c_x = c \cos \alpha, \quad c_y = c \sin \alpha.$$

Idet der ikke tages Hensyn til Luftmodstanden, bliver Bevægelsesligningerne:

$$x = c_x t = c \cos \alpha \cdot t; \quad y = c_y t - \frac{1}{2} g t^2 = c \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2.$$

$$v_x = c_x = c \cos \alpha; \quad v_y = c_y - g t = c \sin \alpha - g t.$$

I Banens øverste Punkt er $v_y = 0$. Dette Punkt naas altsaa til Tiden $t_0 = c \sin \alpha / g$, og dets Koordinater er:

$$\xi = \frac{c^2 \sin 2\alpha}{2g}, \quad \eta = \frac{c^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$

η kaldes Stighøjden. Det ses, at den for en given Begyndelseshastighed er størst, naar Kastet er lodret.

Naar det vandrette Plan gennem Kastets Udgangspunkt igen passerer, er $y = 0$. Derved bestemmes Tidspunktet for Nedslaget t_n og Kastevidden K .

$$t_n = \frac{2 c \sin \alpha}{g} = 2 t_0, \quad K = \frac{c^2 \sin 2\alpha}{g} = 2 \xi.$$

Det ses, at Kastevidden er størst, naar Elevationen er 45° . Elevationerne $45^\circ \div \beta$ og $45^\circ + \beta$ giver samme Kastevidde, da Vinklerne $2 (45^\circ \div \beta)$ og $2 (45^\circ + \beta)$ er Supplementvinkler.

I Punktet $(K, 0)$ er $v_y = \div c_y$. Farten er altsaa den samme i $(0, 0)$ og $(K, 0)$. Dette Resultat kan forøvrigt straks udledes af Energisætningen (jfr. Side 94). Den mindste Værdi, Farten kan antage, er c_x . Denne Værdi naas i Banens øverste Punkt (størst potentiel Energi, mindst kinetisk Energi).

Af Udtrykkene for x og y faas ved Elimination af t :

$$(x - \xi)^2 = - \frac{2 c^2 \cos^2 \alpha}{g} (y - \eta).$$

Banen er altsaa en Del af en Parabel, der har Toppunktet i (ξ, η) , og hvis Akse er rettet lodret nedad.

Hvis Kastet er vandret ($\alpha = 0$), er $\xi = \eta = 0$, og Banens Ligning bliver i dette Tilfælde:

$$x^2 = - \frac{2 c^2}{g} y.$$

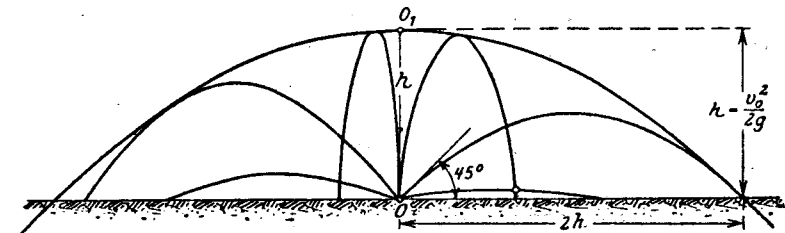


Fig. 105.

I Fig. 105 ses Banerne for en Del skraa Kast samt et lodret Kast, alle udgaaende fra O med samme Begyndelseshastighed v_0 . De Punkter, der kan naas, begrænses af en Parabel med Brændpunktet O og Toppunktet O_1 .

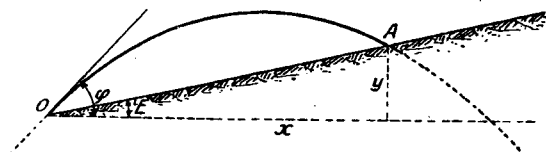


Fig. 106.

Anm. Naar man taler om Kastevidden, er det underforstået, at Terrainet er vandret. I Fig. 106 er Begyndeshastighedens Elevation φ og Terrainets Elevation E . Stykket fra Udgangspunktet O til Nedslagspunktet A (x , y) er her mindre end Kastevidden.

Den ballistiske Kurve er Projektilbanen i Luften. Den er meget forskellig fra den paraboliske Bane i lufttomt Rum.

For Gevær 1889 har man fundet, at Projektilet forlader Munden med en Hastighed paa 770 m/sek, men i

1,	2,	3,	4,	5,	6,	7	sek flyver
det kun	550,	940,	1230,	1460,	1650,	1820,	1980 m.

Set fra Siden vil Projektilbanen derfor blive krummere, end den vilde være, hvis der ingen Luftmodstand var; Skudvidden svarende til en vis Elevation bliver meget mindre (9000 m i lufttomt Rum svarer til 2000 m i Luften), og den opstigende Gren vil være mere end Halvdelen af Skudvidden.



Fig. 107.

Ved riflet Skyts er Projektilbanen en vindskæv Kurve. Paa Grund af Rotationen stræber Projektilet at bevare sin Akseretning og kommer derfor snart til at danne en Vinkel med Banetangenten (Fig. 107). Lufttrykket vil da løfte Projektilets Spids

opefter, men paa Grund af Rotationen følger Projektilet ikke Paavirkningens Retning, men viger ud til Siden. (Aksen i en Snurre, der er ved at tabe Farten, falder ikke straks ned mod Bordet, men beskriver en Kegleflade).

Centralbevægelse, specielt jævn Cirkelbevægelse.

Den Bevægelse, et Legeme udfører, naar det kun er paa-virket af en Kraft, der stedse er rettet mod et fast Punkt, kaldes en *Centralbevægelse*. Planeternes og Kometernes Banebevægelser er med stor Tilnærmelse Centralbevægelser omkring Solen.

I Fig. 108 skal Ellipsen forestille en Planetbane. S er Solen og S_0 det andet Brændpunkt. Banens Ekscentricitet er stærkt overdrevet.

I P_1 er Planeten paa Vej fra Apheliet mod Periheliet. Tiltrækningen fra Solen har en Tangentialkomponent i Bevægelsens Retning, d. v. s. Farten er voksende. I P_2 gaar Planeten fra Periheliet mod Apheliet. Solens Tiltrækningskraft

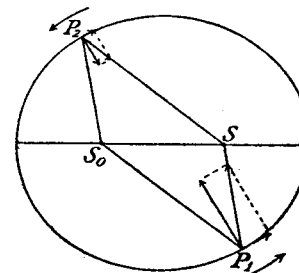


Fig. 108.

har nu en Tangentialkomponent mod Bevægelsens Retning, d. v. s. Farten er aftagende. Under hele Baneomløbet er Kraftens Normalkomponent rettet mod Banens konkave Side. Den er jo selv Aarsag til Banens Krumning.

Vi har tidligere fundet (S. 57—58), at Accelerationen ved en *jævn Cirkelbevægelse* er rettet mod Centrum og har den numeriske Værdi:

$$G = \omega^2 r = \frac{4\pi^2}{T^2} r,$$

hvor ω er Vinkelhastigheden, r Cirkelns Radius og T Omløbstiden. Skal Bevægelsen udføres af et Legeme med Massen m .

er det altsaa nødvendigt og tilstrækkeligt, at der virker en mod Centrum rettet Kraft, *Centripetalkraften*, med den numeriske Værdi:

$$K = m \omega^2 r = m \frac{4\pi^2}{T^2} r.$$

Da Banehastigheden v er lig ωr , har man ogsaa:

$$G = \frac{v^2}{r}; \quad K = m \frac{v^2}{r}.$$

Eksempel 1. Slinges en Sten rundt i en Snor, leverer Snoretrækket den til Cirkelbevægelsen nødvendige Centripetalkraft. Jo hurtigere Stenen slynges rundt, des mere strækkes Snoren, og des stærkere Træk mærker man i Haanden. Efter Loven om Aktion og Reaktion er dette Træk numerisk lig Centripetalkraften, men modsat rettet. Brister Snoren, maa Stenen ifølge Inertiens Lov fare bort efter Banetangenten. — Slibespaaner og Spaaner fra en Rundsav slynges bort paa samme Maade. — At Snavset fra Automobilhjul ikke slynges lige bagud, kommer af, at Hjulenes Bevægelse ikke er en ren Rotation, men en Rotation i Forbindelse med en Translation.

Eksempel 2. Naar en Bil kører i en Kurve, maa Gnidningen mod Gaden eller Vejen levere den til den øjeblikkelige Cirkelbevægelse nødvendige Centripetalkraft, og det kommer derfor til at afhænge af

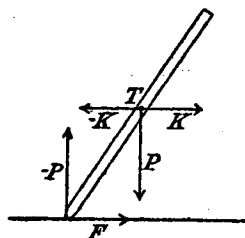


Fig. 109.

Føret, hvor skarpt et Sving man kan tage. For en Cykel er Forholdet ganske tilsvarende. I Fig. 109 kører Cyklisten ind i Papirets Plan og svinger samtidig til højre. Tyngden af Cyklen og Cyklisten er P , og vi vil for Nemheds Skyld betragte

Systemet som stift, saa der eksisterer et bestemt Tyngdepunkt T . Gnidningsmodstanden F leverer den til Cirkelbevægelsen nødvendige Centripetalkraft K . F og $\div K$ danner en Svingkraft, der ophæves af P og $\div P$. Skal et brat Sving passeres med stor Fart, maa Banen være passende skraa (Fig.

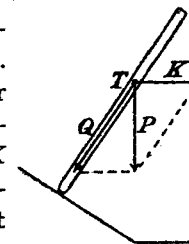


Fig. 110.

110). Tyngden P kan da selv give den nødvendige Centripetalkraft K , samt en Kraft Q vinkelret paa Banen. I Kurver paa Banestrækninger, der skal befares af hurtige Tog, lægges den yderste Skinne højere end den inderste. Hvis Højdeforskellen er afpasset efter Togets Fart og Kurvens Krumningsradius ($G = v^2/r$), kan den nødvendige Centripetalkraft opnaas, uden at Skinnerne behøver at udøve et sidelæns Tryk mod Hjulene.

Eksempel 3. To Kugler med Masserne m_1 og m_2 er forbundet ved en vægtløs uelastisk Snor, og deres Centrere kan uden Gnidning forskydes langs en Stang, der drejes i vandret Plan om en lodret Akse A (Fig. 111). Idet r_1 og r_2 er Centrernes Afstand fra Aksen og ω den ganske vilkaarlige Vinkelhastighed, er Betingelsen for, at Kuglerne holder hinanden i cirkulære Baner:

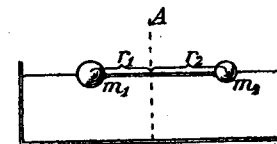


Fig. 111.

$$m_1 \omega^2 r_1 = m_2 \omega^2 r_2, \text{ eller } m_1 r_1 = m_2 r_2.$$

Betingelsen er altsaa, at Kuglernes fælles Tyngdepunkt ligger i Aksen A .

Forsøget kan illustrere Jordens og Maanens Bevægelser omkring det fælles Tyngdepunkt (hvis Afstand fra Jordcentret er ca. $\frac{3}{4}$ Jordradius). Det

ses, at Maanen kan røkke Jorden kendeligt, og heri ligger den væsentligste Aarsag til Tidevandsbølgen (*Flod og Ebbe*).

Eksempel 4. Et Rotationsbæger (en primitiv Centrifuge) er delvis fyldt med Vædske og drejes med konstant Vinkelhastighed ω om en lodret Akse X .

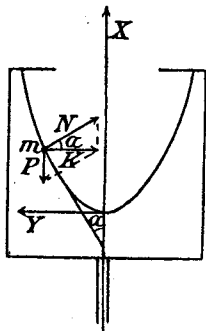


Fig. 112.

Vædsken fri Overflade maa være en Omdrejningsflade. Et Meridiansnit er vist i Fig. 112. Y -Aksen er valgt saaledes, at den tangerer dette Snit.

En lille Vædske masse m i Overfladepunktet (x, y) har Tyngden $P = mg$ og paa-virkes af de øvrige Vædske-dele af Kraften N , der er vinkelret paa Overfladen. Resultanten af P og N giver

netop den for Massedelens Cirkelbevægelse nødvendige Centripetalkraft K .

Idet α er Vinklen mellem Rotationsaksen og Meridiansnittets Tangent i Punktet (x, y) , har man:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{P}{K} = \frac{mg}{m \omega^2 y} = \frac{g}{\omega^2 y},$$

og heraf faas for Kurvens Subnormal:

$$S_n = y \operatorname{tg} \alpha = \frac{g}{\omega^2} = \text{konstant}.$$

Meridiankurven er altsaa en Parabel og Overfladen en Omdrejningsparaboloide. For $\omega = \infty$ opløses Parablen i to parallelle Linier, og Overfladen bliver en Omdrejningscylinder.

I en stillestaaende Vædske er Niveaufladerne vandrette Planer, og Opdriften er rettet lodret opad. I en roterende Vædske er „Niveaufladerne“ Omdrejningsparaboloider, og „Opdriften“

er rettet indad efter Normalen. Naar Mælk henstaar, samler Fløden sig ovenpaa; men naar Mælken centrifugeres, samler Fløden sig indefter. Hvis Centrifugen roterer hurtigt, er „Opdriften“ stor, og Fløden samler sig da langt hurtigere end ved Henstand.

Ophænges en Lodsnoer i en Flyvemaskines Kabine, peger Loddet mod „Gulvet“, ogsaa naar Flyveren tager en Kurve. En Iagttager i Maskinen vil mene, at det er Jordoverfladen, der staar skraat.

Den almindelige Tiltrækning.

Efter *Newton* antager man, at alle Masser tiltrækker hinanden. Det er denne *almindelige Tiltrækning (Gravitation)*, der bringer et Æble til at falde til Jorden, og det er ogsaa den, der holder Himmellegemerne i deres Baner.

Mellem to Massedele m_1 og m_2 i Afstanden a er Tiltrækningen:

$$K = f \cdot \frac{m_1 m_2}{a^2},$$

hvor f er en Konstant (*Gravitationskonstanten*).

Det kan bevises, at en tynd homogen Kugleskal ikke udøver nogen Tiltrækning paa en Partikel inden for Skallen, og at Tiltrækningen paa en Partikel uden for er den samme, som om hele Skallens Masse var samlet i Kuglens Centrum.

Opgave. Hvis en Kugle er homogen, er Tiltrækningen paa en Partikel P , der tænkes anbragt i Kuglens Indre eller paa dens Overflade, proportional med Partiklens Afstand fra Centrum. Bevis dette. (Kuglen deles i tynde koncentriske Skaller, og Skallerne uden for og inden for P betragtes hver for sig).

Ved Jordens Overflade er Faldaccelerationen ca. 980 cm/sek². I Afstanden 2 Jordradier fra Jordcentret er Tiltrækningen pr. Masseenhed 4 Gange mindre end ved Jordoverfladen, og følgelig

er Faldaccelerationen ogsaa 4 Gange mindre. I Maanens Afstand, der er ca. 60 Jordradier, er Faldaccelerationen ca. 3600 Gange mindre end ved Jordens Overflade, altsaa ca. 0,27 cm/sek². Vi vil undersøge, om Maanens Fald mod Jorden netop foregaar med denne Acceleration.

Betragtes Maanens Bevægelse omkring Jorden som en jævn Cirkelbevægelse, er Accelerationen:

$$G = \frac{4\pi^2}{T_0^2} \cdot a_0,$$

hvor T_0 er Maanens sideriske Omløbstid (27,32 Døgn) og a_0 dens Afstand fra Jorden (ca. 380000 km). Udtrykkes T_0 i Sekunder og a_0 i cm, finder man ved Udregning den ventede Værdi for G , 0,27 cm/sek².

Tolegemeproblemet's Løsning er omtalt i Astronomien. Her skal kun omtales, hvorledes Forholdet mellem Solens og Jordens Masser kan bestemmes. For at undgaa matematiske Vanskeligheder regner vi med, at Banebevægelserne er jævne Cirkelbevægelser.

Den til Maanens Banebevægelse nødvendige Centripetalkraft er lig Tiltrækningen mellem Jordens Masse J og Maanens Masse M .

$$M \cdot \frac{4\pi^2}{T_0^2} a_0 = f \frac{JM}{a_0^2}; J = \frac{4\pi^2}{f} \cdot \frac{a_0^3}{T_0^2}.$$

Den til en Planets Banebevægelse nødvendige Centripetalkraft er lig Tiltrækningen mellem Solens Masse S og Planetens Masse P . Man har altsaa, idet T er Planetens sideriske Omløbstid og a dens Afstand fra Solen:

$$P \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} a = f \frac{SP}{a^2}; S = \frac{4\pi^2}{f} \cdot \frac{a^3}{T^2}.$$

Forholdet mellem Solens og Jordens Masser kan nu straks bestemmes, idet Gravitationskonstanten udgaar. Endvidere ses det, at Kvotienten a^3/T^2 maa antage samme Værdi for alle Planeterne (Keplers 3. Lov). En tilsvarende Sætning gælder for Maaner, der kredser om samme Planet.

Tages der Hensyn til den Acceleration, Planetens Tiltrækningskraft giver Solen, faas:

$$S + P = \frac{4\pi^2}{f} \cdot \frac{a^3}{T^2}.$$

Det ses heraf, at Keplers 3. Lov ikke er nøjagtig, idet P varierer fra Planet til Planet; men da P i alle Tilfælde er lille i Forhold til S , gælder Loven med god Tilnærmelse.

Cavendish bestemte Gravitationskonstanten ved at maale 2 store Blykuglers Tiltrækning paa 2 mindre Blykugler, der var ophængt i en Snovægt (Fig. 113). Naar Linierne MM og mm staar vinkelret paa hinanden, fremkalder Tiltrækningen intet Drejningsmoment, men naar MM drejes hen imod mm , gør Snovægten et Udslag. Dette iagttages ved Spejlaflæsning, og da Snovægten er justeret i Forvejen,

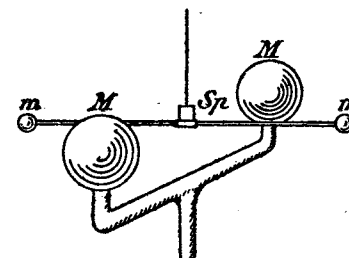


Fig. 113.

kan man af Udslagets Størrelse beregne Drejningsmomentet og deraf Tiltrækningen mellem M og m . Da man tillige kender Kuglernes Masser og Afstanden mellem deres Centrer, kan Gravitationskonstanten beregnes. I det absolutte Maalsystem er

$$f = 6,7 \cdot 10^{-8}.$$

- Opgave 1. Beregn Jordens Masse, dels ved at benytte Maanens Banebevægelse, og dels ved at benytte Tiltrækningen paa et Gramlod ved Jordens Overflade. Beregn derefter Jordens gennemsnitlige Massefylde.
- Opgave 2. Beregn Solens Masse og dens gennemsnitlige Massefylde samt Faldaccelerationen ved dens Overflade.
- Opgave 3. Find Jupiters Masse, naar en af dens Maaner har Middelfastanden 430000 km og Omløbstiden $42\frac{1}{2}$ Time.

Opgave 4. Et Legeme kastes lodret opad med Hastigheden c . Hvor stor skal c mindst være, naar Legemet ikke maa kunne falde ned igen? Der tages ikke Hensyn til Luftmodstanden.

Tyngden paa forskellige Steder af Jorden.

Jordens Akseomdrejning kan paavises direkte ved Fald gennem store Højder. Hvis Legemet A falder frit, vil det ikke følge Lodlinien AB , men afvige lidt mod Øst (Fig. 114), og Aarsagen hertil maa være, at A til at begynde med har haft noget større Hastighed mod Øst end det lavere beliggende Punkt B .

Ved Fald gennem mindre Højder er Afvigelsen uden Betydning.

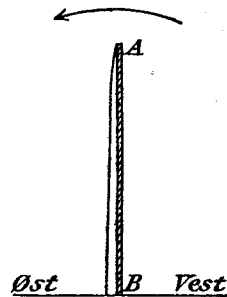


Fig. 114.

Det skyldes Jordens Akseomdrejning, at Vindene afbøjes til højre paa den nordlige Halvkugle og til venstre paa den sydlige. Luftmasser, der strømmer mod Ækvator, kommer hen over Egne, der har større Hastighed mod Øst. Jorden vil saa at sige løbe bort under Luftstrømmen mod Øst, og derved faar Luftstrømmen en tilsvarende Bevægelse fra Øst i Forhold til Jorden. I Stedet for en „Nordpassat“ og en „Sydpassat“ faar vi en Nordøstpassat og en Sydøstpassat.

Hvordan gaar det, hvis Luftmassen strømmer bort fra Ækvator?

Akseomdrejningen har medført, at Jorden er blevet fladtrykt ved Polerne. Et Meridiansnit er vist i Fig. 115, men Fladtrykningen er stærkt overdrevet. Et Lod med Massen m er ophængt i en Snor, der ikke er vist paa Tegningen. Det tiltrækkes af Jorden med Kraften K_1 , der er rettet mod Jordcentret, og paavirkes af Snoren med Træk-

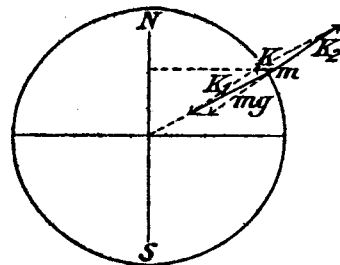


Fig. 115.

ket K_2 , der gaar i Lodliniens Retning. Den for Cirkelbevægelsen nødvendige Centripetalkraft K er Resultant af K_1 og K_2 .

Hvis Jorden var fuldkommen flydende, maatte dens Overflade antage en saadan Form, at den i ethvert Punkt var vinkelret paa Lodlinien K_2 . Dette er Tilfældet, naar Meridianen er en Ellipse med Pollinien NS som mindste Akse. Paa hvilke Steder af Jorden gaar Lodlinien gennem Jordcentret?

Naar vi vejer et Legeme paa en Fjedervægt, er det ikke Tiltrækningen K_1 , men Resultanten mg af K_1 og $\div K$, vi bestemmer. Legemets Tyngde og dermed Faldaccelerationen bliver saaledes afhængig af Breddegraden.

Ved Polerne er:

- 1) K_1 forholdsvis stor (lille Afstand fra Jordcentret) og
- 2) $\div K$ lig Nul (ingen Afstand fra Rotationsaksen).

Altsaa: mg og dermed g er forholdsvis stor.

Ved Ækvator er:

- 1) K_1 forholdsvis lille (stor Afstand fra Jordcentret) og
- 2) $\div K$ forholdsvis stor (stor Afstand fra Rotationsaksen) og rettet modsat K_1 .

Altsaa: mg og dermed g er forholdsvis lille.

Tyngden afhænger endvidere af Højden over Havoverfladen, og man har fundet, at Faldaccelerationen paa Breddegraden φ og i Højden h m over Havoverfladen er:

$$g = 978 + 5,2 \sin^2 \varphi - 0,0003 h.$$

Opgave 1. Hvor stor er Faldaccelerationen ved Havets Overflade, naar $\varphi = 0^\circ$? 45° ? 90° ?

Opgave 2. Hvor stor er Faldaccelerationen paa Toppen af Mont Blanc ($\varphi = 45,8^\circ$, $h = 4810$)?

Hvis Jorden havde konstant Massefylde, skulde Faldaccelerationen i dybe Borehuller være mindre end ved Jordoverfladen (jfr. Opgaven Side 103). De øvre Jordlags Massefylde er imidlertid saa ringe (ca. $2\frac{1}{2}$, jfr. Opgave 1 Side 105), at Faldaccelera-

tionen i de ringe Dybder, man er naaet til, vokser med Dybden. Ved større Dybder maa Faldaccelerationen aftage, og i Jordcentret maa den være Nul.

Einsteins Kasse.

Side 64 blev det nævnt, at Bevægelsesprincipperne gælder for Bevægelser henført til et Koordinatsystem, der har Begyndelsespunktet i Solcentret og er drejningsfrit i Forhold til Fiksstjernerne. Imidlertid er ethvert Koordinatsystem, der bevæger sig jævnt og retliniet i Forhold til det heliocentriske, fuldstændig ligestillet med dette; thi hverken Accelerationer eller Kræfter forandres ved Tilføjelsen af en konstant Hastighed. Man kan kort karakterisere alle disse Koordinatsystemer derved, at i dem og kun i dem har Inertiens Lov Gyldighed, og de kaldes derfor *Inertialsystemer*. Strengt taget kan Newtons Mekanik kun anvendes med et Inertialsystem som Henførelsessystem, men ved mange Anvendelser, saaledes f. Eks. ved alle Skoleforsøg, giver det ingen mærkbar Forandring, om Bevægelserne henføres til et System, der er i Hvile i Forhold til Jorden.

Da alle Inertialsystemer er lige gode, kan man ikke tale om et „absolut“ Koordinatsystem eller en „absolut“ Bevægelse. *Einstein* har vist, at dette *Relativitetsprincip* ikke blot gælder for Massedeles Bevægelser, men for alle fysiske Fænomener. Her skal kun omtales et Tankeeksperiment, der har haft Betydning ved Relativitetsteoriens Almindeliggørelse.

Vi tænker os, at en Kasse, der befinder sig langt fra alle andre Masser, bevæger sig med konstant Acceleration G i Forhold til et Inertialsystem (Fig. 116). Et frit Legeme vil i Forhold til Inertialsystemet være i Hvile eller jævn retliniet Bevægelse. I Forhold til Kassen har det da Accelerationen $\div G$. Manden i Kassen siger, at Legemet falder, og han vil finde, at Faldaccelerationen er den samme for alle Legemer.

For at Manden kan følge med Kassen, maa Gulvet trykke mod hans Skosåler med en Kraft, der kan give ham Accelerationen G i Forhold til

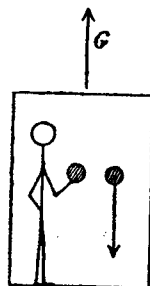


Fig. 116.

Inertialsystemet. Er hans Masse m , bliver Kraften $P = m G$. Staar han paa en Fjedervægt, viser denne, at hans „Tyngde“ er P . Forholdene er altsaa ganske, som om der i Kassen var et Tyngdefelt med Faldaccelerationen $\div G$. Man kan tale om op og ned; der er Opdrift i Vædske og Luftarter o. s. v. Disse Forhold kan anskueliggøres ved simple Forsøg.

Fig. 117 viser en Lygte, der accelereres mod højre. I Lygten er der da et Tyngdefelt med Kraftretning mod venstre, foruden det sædvanlige Tyngdefelt hidrørende fra Jorden. Det resulterende Tyngdefelt er rettet skraat nedad til venstre, og Flammen er derfor rettet skraat opad til højre.

Lader man Lygten falde, gaar Flammen ud. Det resulterende Tyngdefelt i Lygten er nemlig forsvindende og Opdriften følgelig

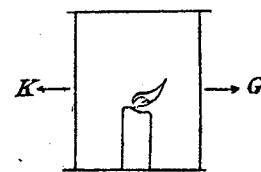


Fig. 117.

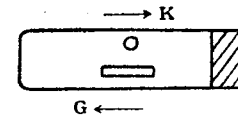


Fig. 118.

saa ringe, at den ikke kan tilføre Flammen en tilstrækkelig Mængde frisk Luft (*Prytz' Lygteforsøg*).

Fig. 118 forestiller et tilproppet Glas fyldt med Vand. Glaset ligger paa Bordet og er set fra oven. I Glaset findes en paraffineret Korkprop og et Messinglod. Ved Slag med en Hammer accelereres hele Systemet mod venstre. I Glaset er der følgelig et Tyngdefelt med Kraftretning mod højre. Messingloddet „gaar til Bunds“ mod højre, og Korkproppen „stiger til Vejrs“ mod venstre.

Lygten og det vandfyldte Glas kan ogsaa bekvemt accelereres ved, at de fastspændes paa en Skive, som sættes i Rotation. Flammen peger indad mod Centrum, Messingloddet bevæger sig udad og Korkproppen indad (jfr. S. 102—103).

Er Accelerationen for Einsteins Kasse numerisk lig Tyngdens Acceleration indenfor et bestemt lille Omraade her paa Jorden, forløber de mekaniske Fænomener paa nøjagtig samme Maade i Kassen og i dette lille Omraade af Jordens Tyngdefelt. Relativitetsteorien forudsætter, at dette *Ækvivalensprincip* gælder for alle fysiske Fænomener.

Gaar en Lysstraale fra Kassens ene Væg over til den anden, er Lysets Bane jo ret i Forhold til Inertialsystemet. I Forhold til Kassen er Lysets Bane derimod krum (Fig. 119). Hvis Kassen ikke var accelereret, vilde Straalen gaa efter den punkterede Linie,

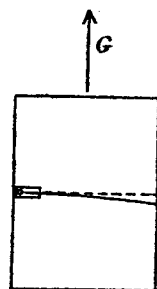


Fig. 119.

men Kassens Acceleration medfører, at Straalen kommer til at følge den optrukne Parabelbue. En Lysstraale maa følgelig krummes i et Tyngdefelt; Lyset har Masse. Observationer under totale Solformørkelser har vist, at dette er rigtigt. En Stjerne, der staar saadan, at Sigtelinien til den tangerer Solranden, ses forskudt 1,7" fra sin normale Plads.

Man kan sige, at der i Einsteins Kasse er et Felt af Træghedskræfter. Ækvivalensprincippet udsiger, at Træghedsvirkning og Gravitation ikke kan skelnes fra hinanden.

Manden i Kassen kan efter Behag sige, at han er i Hvile i et Gravitationsfelt, eller at han er accelereret i Forhold til et Inertialsystem. Ifølge Relativitetsteorien er saavel Træghed som Gravitation Virkninger mellem Materiens Dele. Vi har tidligere fundet, at træg Masse og tung Masse er proportionale; men dette bemærkelsesværdige Faktum er Newtons Mekanik slet ikke i Stand til at give nogen Forklaring paa. Efter Relativitetsteorien, der lader Træghed og Gravitation gaa op i en højere Enhed, er træg Masse og tung Masse simpelt hen det samme.

Ligetidige Svingninger.

Projektionen af en jævn Cirkelbevægelse paa en ret Linie i Cirkelns Plan kaldes en *harmonisk Svingning*. I de harmoniske Svingninger, der udføres af Projektionerne M_1 og M_2 (Fig. 120), er Vejen, Hastigheden, og Accelerationen bestemt ved Ligningerne:

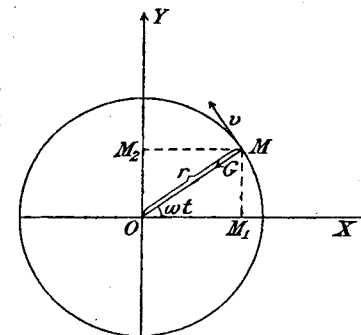


Fig. 120.

$$x = r \cos(\omega t), v_x = \frac{dx}{dt} = -\omega r \sin(\omega t), G_x = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 r \cos(\omega t).$$

$$y = r \sin(\omega t), v_y = \frac{dy}{dt} = \omega r \cos(\omega t), G_y = \frac{d^2y}{dt^2} = -\omega^2 r \sin(\omega t).$$

Det ses, at Vejen, Hastigheden og Accelerationen i de harmoniske Svingninger er Projektionerne af r , v og G i Cirkelbevægelsen. Accelerationen er proportional med Afstanden fra Begyndelsespunktet O og stedse rettet hen imod O .

$$G_x = -\omega^2 x, \quad G_y = -\omega^2 y.$$

Begreberne *Fase* og *Periode* kan direkte overføres fra Cirkelbevægelsen (se S. 57). Periodens Varighed T kaldes *Svingningstiden*. Det største Udsving r kaldes *Amplituden*.

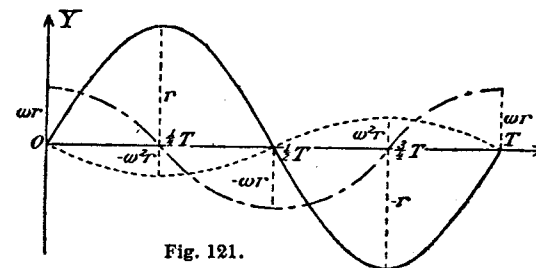


Fig. 121.

I Fig. 121 er Vejen, Hastigheden og Accelerationen ved en „Sinussvingning“ afbildet som Funktioner af Tiden. Tegn selv den tilsvarende Figur for en „Cosinussvingning“.

Foruden Omløbstiden ved en jævn Cirkelbevægelse og Svingningstiden ved harmoniske Svingninger kan man indføre *Omløbstallet* og *Svingningstallet*, d. v. s. henholdsvis Antallet af Omløb og Svingninger pr. Sekund. Svingningstallet kaldes ogsaa *Frekvensen* og udtrykkes i *Hertz (Hz)*. Hvis Svingningstiden er $\frac{1}{5}$ Sekund, er Frekvensen 5 Hz. Rent talmæssigt er Frekvensen den reciprokke Værdi af Svingningstiden, naar denne maales i Sekunder. I det følgende betegnes Frekvensen ved ν .

$$T = \frac{1}{\nu} \text{ sek}, \quad \nu = \frac{1}{T} \text{ sek}^{-1}.$$

Eksempel 1. Elastiske Svingninger.

I Fig. 122 er et Lod med Massen m hængt op i en Skruefjeder, hvis Masse er forsvindende. I *I* er Loddet i Ligevægtsstillingen, og i *II* og *III* er det henholdsvis x cm under og x cm over Ligevægtsstillingen. Skruefjederen er strakt i alle 3 Stillinger, mest i *II* og mindst i *III*. I *I* er dens Træk i Loddet numerisk lig dets Tyngde mg , i *II* er det større og i *III* mindre, og saavel Forøgelsen som Formindskelsen er proportional med x (jfr. S. 48). Den resulterende Kraft K er saaledes altid rettet mod Ligevægtsstillingen og proportional med Afstanden fra denne. Dette kan udtrykkes i Ligningen

$$K = -kx,$$

hvor k er en Konstant, der afhænger af Fjederen.

Da Accelerationen ved en harmonisk Svingning ogsaa er rettet mod Ligevægtsstillingen og proportional med Afstanden fra denne, ses det, at Loddet netop maa udføre harmoniske Svingninger om Ligevægtsstillingen, og man har til Bestemmelse af Svingningstiden T :

$$K = mG; \quad G = -\omega^2 x;$$

$$-kx = -m\omega^2 x = -m \frac{4\pi^2}{T^2} x;$$

$$k = m \frac{4\pi^2}{T^2}; \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Som det var at vente, afhænger Svingningstiden af Massen og af Fjederen, men den er *uafhængig af Amplituden*.

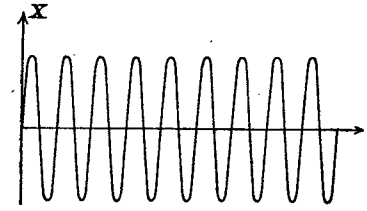


Fig. 123 a.

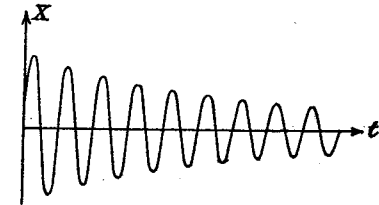


Fig. 123 b.

Under Svingningen sker der en stadig Omsætning mellem potentiel Energi og kinetisk Energi. Beliggenhedsenergien er størst i den øverste Stilling og Spændingsenergien i den nederste, men Bevægelsesenergien er størst i Nulstillingen. Hvis Fjederen var fuldstændig elastisk, og hvis der ingen Luftmodstand var, vilde den mekaniske Energi ikke ændres, og Amplituden vilde da ogsaa forblive konstant (se Fig. 123 a, *udæmpede Svingninger*). Imidlertid er Fjederen ikke helt elastisk, og der er ogsaa en kendelig Luftmodstand. Følgelig omsættes den mekaniske Energi til Varme, Amplituden bliver mindre og mindre, og til sidst hører Bevægelsen op (se Fig. 123 b, *dæmpede Svingninger*).

Anvendelser. Naar man bøjer en Strikkepind, hvis ene Ende er fastspændt i en Skruestik, vil den Kraft, hvormed Strikkepinden søger tilbage til sin naturlige Stilling, være proportional med Afbøjningen fra denne, i hvert Fald inden for visse Grænser (se S. 47), og naar man derpaa lader Strikkepinden udføre Svingninger, bliver disse ligetidige. Ligeledes vil de Svingninger, en anslaaet Stemmegaffels Grene udfører, være ligetidige.

Naar et Legeme, der er ophængt i en Metaltraad, drejes ud fra den naturlige Stilling, virker Traaden tilbage mod denne med et Moment, der er proportionalt med den Vinkel, Legemet er drejet (se S. 48), og naar man giver Slip, udfører Legemet derfor ligetidige Torsionssvingninger.

Uroen i et Lommeur er i Forbindelse med en Spiralfjeder, og da dennes Drejningsmoment er proportionalt med den Vinkel, Uroen har drejet sig regnet fra Hvilestillingen (se S. 47), bliver Svingningerne ligetidige.

Uroen benyttes ligeledes som Regulator i Skibskronometret, hvis Gang derfor er uafhængig af Breddegraden (jfr. S. 107), og naar det anbringes i cardansk Ophængning, kan det taale, at Skibet slingrer.

I Deprez-d'Arsonvals Galvanometer er det bevægelige System ogsaa i Forbindelse med en Spiralfjeder, men her indtræder ingen Svingninger, idet Hvirvelstrømmenes Dæmpning gør Bevægelsen *aperiodisk* (jfr. Fysik I, S. 64).

Eksempel 2. Det matematiske Pendul.

Et *matematisk Pendul* bestaar af et tungt Lod ophængt i en uelastisk Snor, der er uden kendelig Tyngde. Loddets Dimensioner skal være forsvindende i Forhold til Snorens Længde. Afstanden l fra Ophængningspunktet til Loddets Tyngdepunkt kaldes *Pendullængden*.

Vi fjerner Pendulet en vis Vinkel, *Fjerningsvinklen*, fra den lodrette Stilling og lader det svinge. Loddets Tyngde tænkes hele Tiden opløst efter Normalen og Tangenten (se Fig. 124), og da Normalkomposanten ophæves af Snorens Træk, bliver det udelukkende Tangentialkomposanten K , der bestemmer Bevægelsen.

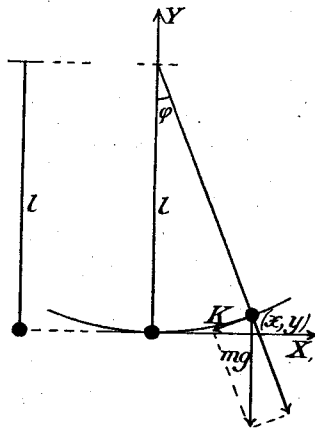


Fig. 124.

Idet φ er en lille Vinkel, er K næsten vandret, og man har med Figurens Betegnelser:

$$K = -m g \sin \varphi = -m g \frac{x}{l} = -m \frac{g}{l} x.$$

Kraften er altsaa stedse rettet mod Nulstillingen og er proportional med Afstanden fra denne. Loddets Bevægelse maa derfor blive en harmonisk Svingning (jfr. Side 112–113), og *Tiden for en Svingning* (frem og tilbage) bestemmes ved Ligningen:

$$m \frac{g}{l} = m \frac{4 \pi^2}{T^2},$$

hvoraf:

$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

I Praksis benyttes i Reglen *Tiden for en halv Svingning* (fra Yderstilling til Yderstilling). Denne er altsaa:

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Svingningstiden afhænger af Pendullængden og af Tyngdens Acceleration, men den er praktisk talt uafhængig af Udsvingenes Størrelse, forudsat at Udsvingene stedse er smaa (5° eller mindre).

Ved at anvende forskellige Lodder kan man overbevise sig om, at Svingningstiden er uafhængig af Massen. Dette er, hvad man paa Forhaand kunde vente, idet alle Legemer jo falder lige hurtigt, naar der ingen Luftmodstand er, og ved de smaa Udsving, vi benytter, opnaar Loddet aldrig ret stor Hastighed, og Dæmpningen paa Grund af Luftmodstand er derfor ringe.

Anvendelse. *Foucaults Pendulforsøg* blev udført i Pantheon, under hvis Hvælving en Messingkugle paa 28 kg blev ophængt i en 64 m lang Metaltraad. Pendulet blev ført ud til Siden ved Hjælp af en tynd Snor og satte i plane Svingninger, ved at Snoren blev brændt over. Foucault iagttog da, at Svingningsplanet drejede sig med Uret (fra Øst over Syd mod Vest).

Pendulet søger at bevare sit Svingningsplan uafhængig af Jordens Rotation. Hvis Forsøget blev udført ved Nordpolen, vilde Svingningsplanet derfor synes at gaa een Gang rundt i et Stjernerøgn (med Uret), idet Pendulet vilde lade Jorden gaa een Gang rundt under sig (mod Uret) uden selv at følge med.

Udføres Forsøget derimod ved Ækvator, iagttages ingen Drejning. Lad os for Nemheds Skyld antage, at Svingningsplanet i et bestemt Øjeblik falder sammen med Stedets Meridianplan. $\frac{1}{4}$ Stjernerøgn senere har Meridianplanet drejet sig 90° , og Stedets Horisontplan er nu parallelt med det oprindelige Svingningsplan, men paa Grund af Tyngdens Paavirkning maa Pendulets Svingningsplan vedblive at falde sammen med Stedets Meridianplan.

Det kan bevises, at Svingningsplanets tilsyneladende Drejning paa forskellige Iagttagelsessteder er proportional med sinus til den geografiske Bredde (størst ved Polerne, Nul ved Ækvator).

Eksempel 3. Det fysiske Pendul.

Ethvert Legeme, der kan dreje sig om en fast vandret Akse, som ikke gaar gennem Tyngdepunktet, kaldes et *fysisk Pendul*.

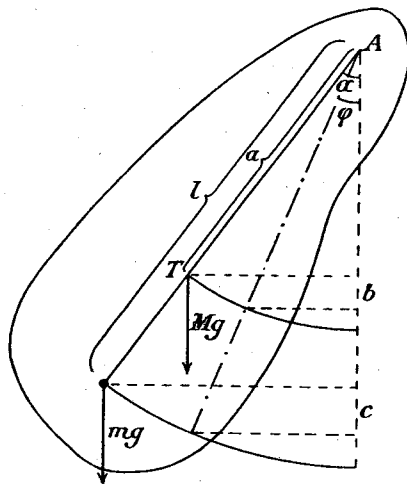


Fig. 125.

Vi tænker os et fysisk og et matematisk Pendul ophængt foran hinanden paa samme Akse *A* (Fig. 125). Massen *M* af det fysiske Pendul tænkes samlet i Tyngdepunktet *T*, hvis Afstand fra Aksen er *a*. Det matematiske Pendul har Massen *m* og Længden *l*. Vi vil bevise, at det er muligt at vælge *l* saaledes, at det matematiske Pendul og Linien *AT* i det fysiske Pendul følges ad, naar Svingningerne begynder samtidig og med samme Fjerningsvinkel α . De to Penduler skal altsaa til et hvilket som helst Tidspunkt ikke blot have drejet sig samme Vinkel, men ogsaa have samme Vinkelhastighed ω . Denne bestemmer vi ved for hvert Pendul at udtrykke, at det af Tyngden udførte Arbejde er lig Tilvæksten i Bevægelsesenergi. Idet φ er Pendulernes øjeblikkelige Vinkel med Lodlinien og *I* det fysiske Penduls Inertimoment m. H. t. Aksen *A*, finder man for det fysiske Pendul:

$$M g \cdot b = M g \cdot a (\cos \varphi - \cos \alpha) = \frac{1}{2} I \omega^2,$$

og for det matematiske:

$$m g \cdot c = m g \cdot l (\cos \varphi - \cos \alpha) = \frac{1}{2} m (l \omega)^2.$$

Af disse Ligninger udledes ved Division:

$$M a = \frac{I}{l}, \quad \text{eller} \quad l = \frac{I}{M a}.$$

De to Penduler vil altsaa da og kun da følges ad, naar *l* har den angivne Størrelse. Denne kaldes det fysiske Penduls *reducerede Pendullængde*.

De to Pendulers fælles halve Svingningstid er:

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} = \pi \sqrt{\frac{I}{Mga}}.$$

Nævneren *Mga* er lig det Drejningsmoment, hvormed Tyngden vilde paavirke det fysiske Pendul, hvis Pendulet blev drejet saa meget, at *AT* var vandret. Denne Sætning er kun en bekvem Huskeregel; thi Pendulformlerne gælder jo kun for smaa Fjerningsvinkler.

Anvendelser. Som bekendt anvendes Pendulet som Regulator i Ure. Der er her den Vanskelighed, at den reducerede Pendullængde og dermed Urets Gang varierer med Temperaturen. Man kan imidlertid ophæve, kompensere, Temperatures Indflydelse ved at bygge Pendulet af to Metaller med forskellige Udvidelseskoefficienter (*Kompensationspendulet*). Man kan f. Eks. bruge en Pendulstang af Invar (Nikkelstaal med en meget lille Udvidelseskoefficient, se Fysik I Side 21) og en Skive af Messing. Stangen føres gennem Skiven og ender

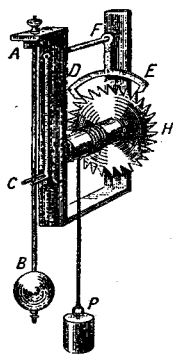


Fig. 126.

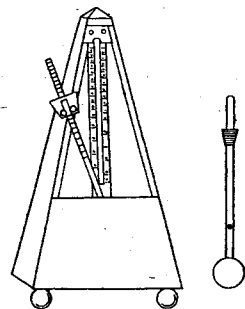


Fig. 127.

forneden i en Møtrik, og mellem denne og Skiven er der indskudt et Messingrør. Invarstangens Udvidelse vil altsaa forlænge Pendulet, medens Rørets og Skivens Udvidelse vil korte det op, og man afpasser nu Messingrørets Længde saaledes, at den reducerede Pendullængde ikke forandres.

Naar Pendulet anvendes ved videnskabelige Maalinger (astronomiske Ure, Bestemmelse af Tyngdeaccelerationen), maa man ogsaa tage Hensyn til, at Svingningstiden varierer med Luftens Opdrift, d. v. s. med Barometerstanden. Man undgaar denne Fejl ved at anbringe Uret i et lufttæt Skab.

Naar et Ur trækkes op, faar det tilført potentiel Energi, ved at et Lod hæves eller en Fjeder spændes. Pendulets eller Uroens Svingninger foregaar da med uformindsket Amplitude, idet det svingende Legeme selv styrer den nødvendige Energitilførsel

(*Tilbagekobling*). Det ses af Fig. 126, hvordan „Hemværket“ fungerer.

En *Metronom* er et fysisk Pendul, hvis Svingningstid kan ændres ved Forskydning af en Løbevægt (Fig. 127). Jo højere Løbevægten anbringes, des langsommere bliver Takten. Metronomen trækkes op, ved at en Fjeder spændes.

- Opgave 1. Find den reducerede Pendullængde for et Sekundpendul, a) ved Nordpolen, b) ved Ækvator.
- Opgave 2. En homogen Meterstok AB svinger i et lodret Plan om en Akse gennem A . Find Svingningstiden.
- Opgave 3. En homogen Plade har Form som en ligesidet Trekant. Siden er 3,46 m og Massen 103 kg. Pladen svinger i et lodret Plan om en Akse gennem en af Vinkelspidserne, og Tiden for en halv Svingning viser sig at være 2,1 Sekund. Find Pladens Inertimoment m. H. t. Omdrejningsaksen.
- Opgave 4. Hvorfor gaar et Pendulur i Staa i en faldende Elevator? Gaar et Lommeur ogsaa i Staa?

Bølgebevægelse.

Trykker man (f. Eks. med en Finger) en Fordybning i Overfladen af et elastisk Legeme, har det faaet tilført potentiel Energi. Ophører den ydre Paavirkning (Fingeren tages bort), omdannes den potentielle Energi til kinetisk Energi, idet de ved Formændringen frembragte elastiske Kræfter dels fører Delene ind mod deres Ligevægtsstillinger og dels sætter Nabodelene i Bevægelse (jfr. Fig. 139). Resultatet bliver, at en *Bølge* forplanter sig ud i det elastiske Legeme. Gennem Bølgen breder noget af den tildelte Energi sig ud til alle Sider, medens de enkelte Dele af det elastiske Legeme bliver nogenlunde paa samme Sted og blot udfører Svingninger om deres Ligevægtsstillinger.

Efterhaanden omdannes den mekaniske Energi til Varme, og Bølgebevægelsen dør hen, hvis der da ikke paa ny tilføres Energi (f. Eks. gennem rytmiske Tryk med Fingeren).

En Bølgebevægelse kan beskrives ved Hjælp af de mekaniske Grundlove ud fra Kendskabet til de elastiske Egenskaber hos det Stof, hvori Bølgen forplanter sig. Beregningerne er imidlertid saa besværlige, at de her maa forbigaaes.

Navnet Bølge stammer fra *Overfladebølger paa Vand*. Blæsten tilfører Vandet mekanisk Energi (se S. 91) og bringer det i voldsom Bevægelse. Naar Blæsten har lagt sig, bliver Bølgegangen til *Dønning*, og efterhaanden dør den hen. Den tilførte mekaniske Energi er da omdannet til Varme.

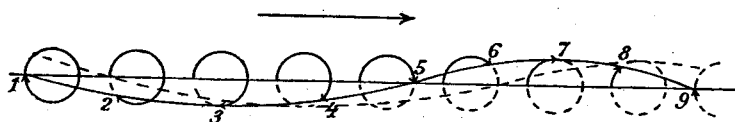


Fig. 128.

Under Dønningen bevæger Vanddelene i Overfladen sig tilnærmelsesvis i Cirkler og med konstant Fart. Fig. 128 anskueliggør, hvorledes disse Bevægelser frembringer Bølgeformens fremadskridende Bevægelse. Partiklen 1 har fuldført et Omløb, 2 har tilbagelagt $\frac{7}{8}$ af Vejen o. s. v., 9 skal lige til at begynde. Den optrukne Kurve angiver Bølgens øjeblikkelige Form. Der er *Bølgedal* fra 1 til 5, og *Bølgebjerg* fra 5 til 9 med *Bølgetop* ved 7.

Naar Partiklerne fortsætter, som de smaa Pile antyder, skrider Bølgen frem i den store Pils Retning. I Bølgedalen gaar Partiklerne *mod* Bølgen, i Bølgebjerget gaar de *med* den.

Partiklerne 1 og 9 har samme *Fase* (se S. 57). Deres Afstand, der er lig Afstanden mellem to paa hinanden følgende Bølgetoppe, kaldes *Bølgelængden* (eller *Bølgebredden*) og betegnes i det føl-

gende ved λ . *Bølgebevægelsens Svingningstid* er lig Partiklernes Omløbstid T , og *Bølgebevægelsens Frekvens* er lig Partiklernes Omløbstal ν (jfr. S. 112). I $1/\nu$ Sekund skrider Bølgen en Bølgelængde frem, i et helt Sekund altsaa ν Bølgelængder, og *Bølgebevægelsens Hastighed* er følgende:

$$v = \nu \lambda.$$

Det er selvfølgelig ikke blot Partiklerne i Overfladen, der er i Bevægelse, men Banernes Størrelse aftager stærkt ned efter, og i en Bølgelængdes Dybde er der praktisk talt Ro.

Lader man en lille Kugle rytmisk berøre en Vandoverflade, vil der fra Berøringsstedet udbrede sig en vedvarende cirkel-

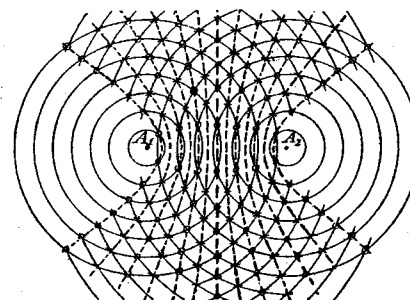


Fig. 129.

formet Bølgebevægelse. Jo større Cirklerne bliver, jo mindre bliver Amplituderne. Frembringes to saadanne Bølgebevægelser paa samme Vandoverflade, vil man kunne iagttage deres Sammenspil, *Interferens*. Resultatet af Sammenspillet er bestemt ved, at en Partikels Bevægelse er den geometriske Sum af de Bevægelser, hver af Bølgerne vilde have frembragt, hvis den havde været ene om at sætte Vandoverfladen i Bevægelse.

Berører de to Kugler Vandoverfladen samtidig, bliver Interferensbilledet som vist i Fig. 129. Visse Steder er Vandoverfladen praktisk talt i Ro, andre Steder er der stærk Be-

vægelse. Forklar dette. Vis, at der langs de punkterede Linier er stærk Bevægelse, idet Cirklerne uden om A_1 og A_2 er tegnet med en Bølgelængdes Afstand. Hvorfor er de punkterede

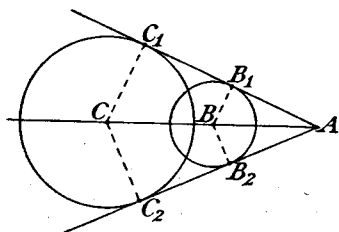


Fig. 130.

Linier Hyperbler? Hvorfor er Interferensen utydelig paa Steder, hvis Afstande fra A_1 og A_2 er meget forskellige?

Føres en Pind A hurtigt frem gennem en Vandoverflade (Fig. 130), vil der fra hvert Punkt, Pinden passerer, udgaa en ringformet Bølge. Alle disse Bølger interfererer, og Resultatet bliver den

kileformede Bølge $C_1 B_1 A B_2 C_2$. Fænomenet kendes fra Køl-vandet efter Skibe og svømmende Fugle. Bemærk, at A's Hastighed er større end Bølgebevægelsens Hastighed.

I Fig. 131 frembringes ringformede Bølger af en Række Kugler A_1, A_2, A_3 o. s. v. Interferensens Resultat er retliniede Bølger parallelle med Kuglerækken. Det ses, at f. Eks. Fronterne F_3 og F_4 , der faktisk er dannet ved Interferens mellem ringformede Bølger udgaaet fra Kuglerækken, lige saa vel kan tænkes dannet ved Interferens mellem ringformede Bølger udsendt fra Fronterne F_1 og F_2 .

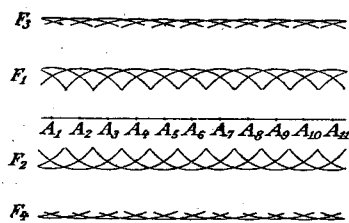


Fig. 131.

Dette er et specielt Tilfælde af *Huygens' Princip*, som siger, at ethvert Punkt, der træffes af en Bølgebevægelse, kan betragtes som Udgangspunkt for en Ringbølge. Interferensen mellem alle disse Ringbølger bestemmer Bølgebevægelsens videre Forløb.

I Fig. 132 a sendes retliniede Bølger ind mod en Dæmning med en lille Aabning A, hvorfra der saa udgaaer Ringbølger. I Fig. 132 b anvendes en Dæmning, der ender ved A. Ringbølger med Centrum i Dæmningen standses, men Ringbølger med Centrum i Dæmningens Forlængelse gaar videre og frembringer

ogsaa nogen Bølgebevægelse bag ved Dæmningen. Man iagttager altsaa paa én Gang Bøjning om Hjørner og Skyggedannelse.

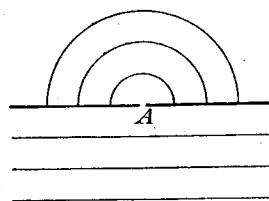


Fig. 132 a.

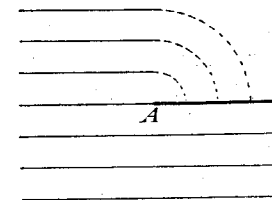


Fig. 132 b.

Benyttes Bølger med mindre Bølgelængde, bliver Bøjningsfænomenet svagere og Skyggen skarpere.

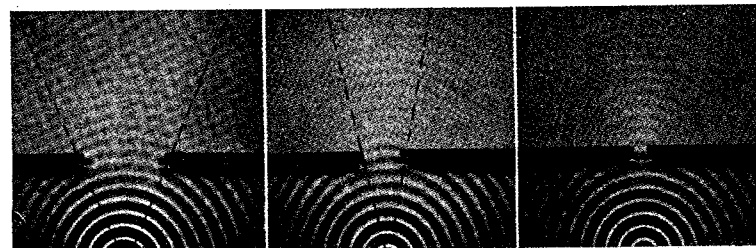


Fig. 133 a.

Fig. 133 b.

Fig. 133 c.

I Fig. 133 sendes Ringbølger gennem Aabninger med forskellig Bredde. Ved en bred Aabning dannes en skarp Grænse mellem Bølgebevægelse og Skygge (se Fig. 133 a), men dette gælder ikke mere, naar Aabningens Bredde er af samme Størrelsesorden som Bølgelængden (se Fig. 133 b og navnlig Fig. 133 c).

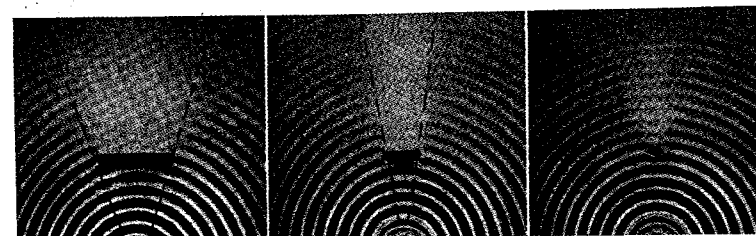


Fig. 134 a.

Fig. 134 b.

Fig. 134 c.

I Fig. 134 rammer Ringbølgerne Skærme af forskellig Bredde. En bred Skærm kaster en skarp Skygge (se Fig. 134 a), men naar Skærmens Bredde er af samme Størrelsesorden som Bølgelængden, udviskes Skyggen (se Fig. 134 b og navnlig Fig. 134 c).

Sender man Ringbølger fra A_1 ind mod Dæmningen D (Fig. 135), udgaar der Ringbølger fra Dæmningens Punkter,

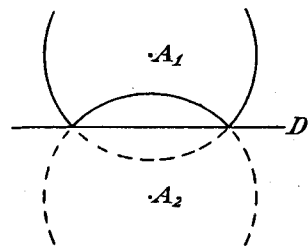


Fig. 135.

efterhaanden som de rammes. Tilbagekastningen sker altsaa, som om der samtidig med Udsendelsen af Ringbølgen fra A_1 udsendes en tilsvarende Ringbølge fra det Punkt A_2 , der ligger symmetrisk med A_1 med Hensyn til D . Da Udbredelsesretningen er vinkelret paa Bølgekammen, sker Tilbagekastningen altsaa efter samme Lov som ved Lyset. Lader man A_1 udsende et helt System af Ringbølger, dannes der „halve Hyperbler“ ved Interferens mellem de udgaende og de tilbagekastede Bølger. „Straalegangen“ ved Tilbagekastning fra et plant „Spejl“ er vist i Fig. 138 a.

I Fig. 136 udsendes Ringbølger fra en parabolisk Dæmnings Brændpunkt F . I Overensstemmelse med Tilbagekastningsloven tilbagekastes de som retliniede Bølger, hvis Kamme staar vinkelret paa Parablen's Akse. Frembringer man selv en retliniet

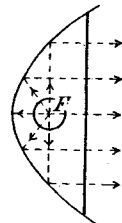


Fig. 136.

Bølge, hvis Kam er vinkelret paa Aksen, bliver der efter Tilbagekastningen stærk Bølgegang i Brændpunktet.

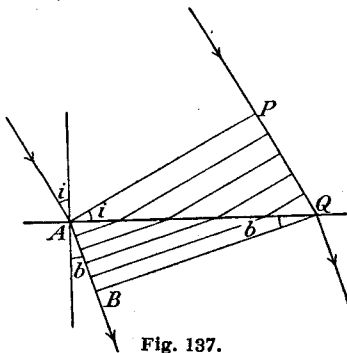


Fig. 137.

Over grundt Vand er Bølg hastigheden (og dermed Bølgelængden) mindre end over dybt Vand. I Fig. 137 gaar retliniede Bølger pludselig fra dybt Vand til grundt Vand. Der finder en

delvis Tilbagekastning Sted, men det, der interesserer os her, er *Brydningen*.

Lad v_1 og v_2 være Bølg hastigheden over henholdsvis dybt Vand og grundt Vand, og lad t være et Multiplum af Svingningstiden T , f. Eks. $t = 5 T$. Man har da med Figurens Betegnelser:

$$PQ = v_1 t, \quad AB = v_2 t.$$

$$\sin i = \frac{PQ}{AQ}, \quad \sin b = \frac{AB}{AQ}.$$

$$\frac{\sin i}{\sin b} = \frac{PQ}{AB} = \frac{v_1}{v_2} = \text{konstant}.$$

Der gælder altsaa ogsaa samme Brydningslov som ved Lyset.

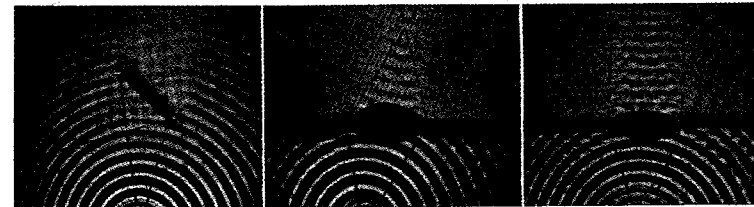


Fig. 138 a.

Fig. 138 b.

Fig. 138 c.

I Fig. 138 b og Fig. 138 c har „Fladvandet“ Form som en „Samlelinse“. I Fig. 138 c er Bølge giveren netop anbragt i Linsens ene „Brændpunkt“.

Tværsvingninger og Længdesvingninger.

I Fig. 139 er en lang elastisk Spiral udspændt mellem Punkterne A og B . Ved et Slag, f. Eks. med en Lineal, frembringes en Fordybning ved P . Paa Grund af Formændringen opstaar Spændinger, som frem-

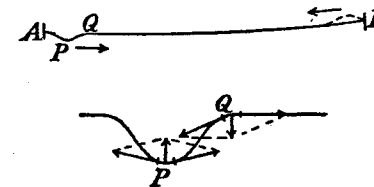


Fig. 139.

bringer en Bevægelse opad ved P og en Bevægelse nedad ved Q . P 's Bevægelse standser i Ligevægtsstillingen, idet Spændingerne modvirker en begyndende Krumning opad, saa Resultatet bliver, at en Fordybning løber hen imod B . Ved B finder en Tilbagekastning Sted, idet Fordybningen slaar over og bliver til en Forhøjning, og Forhøjningen løber saa hen imod A , hvor der igen finder Tilbagekastning Sted o. s. v. Der løber en Bølge frem og tilbage mellem A og B . Bølgen kaldes en *Transversalbølge*, fordi Massedelenes Forskydning sker vinkelret paa Bølgens Bevægelsesretning.

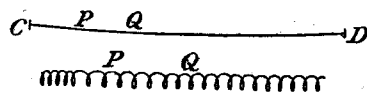


Fig. 140.

I Fig. 140 er Spiralen udspændt mellem to Elever C og D . Ved et kortvarigt Ryk med Haanden hen imod C strækkes Spiralen ved P . De derved frembragte Spændinger forårsager Bevægelser, som udjævner Forlængelsen ved P og frembringer en ny Forlængelse ved Q . Eleverne mærker en Pulseren i Spiralen. Der løber en Bølge frem og tilbage mellem dem. Bølgen kaldes en *Longitudinalbølge*, fordi Massedelenes Forskydning sker i eller mod Bølgens Bevægelsesretning.

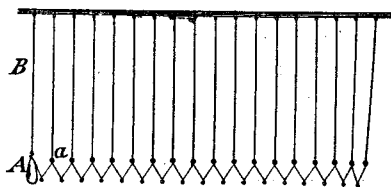


Fig. 141.

Transversalbølger (*Tværsvingninger*) og Longitudinalbølger (*Længdesvingninger*) demonstreres let med *Lings Bølgeapparat* (Fig. 141). Koblingen mellem de lette Penduler bevirker, at disse faar en kortere Svingningstid, end de vilde have, hvis de kunde svinge frit. Det tunge Pendul A er derfor afkortet af et Greb ved B . Grebet kan forskydes saaledes, at A faar samme

Svingningstid som de sammenkoblede Penduler. Nedenfor er [ved Tal i skarpe Parenteser] antydnet, hvor mange cm B bør staa lavere end Bærelisten ved hver Indstilling. Koblingen mellem A og a ændrer ikke det store Penduls Svingningstid kendeligt.

Sættes A i Svingninger, vil Energien overføres gennem Koblingerne fra Pendul til Pendul. Man kan frembringe en Række af Tværsvingninger ved at lade A svinge vinkelret paa Pendulrækkens Plan og en Række af Længdesvingninger ved at lade A svinge i Pendulrækkens Plan. Idet Svingningerne naar det sidste Pendul, sker der en Slags Tilbagekastning (se S. 131); men foreløbig vil vi kun hæfte Opmærksomheden ved de fremadskridende Bølger.

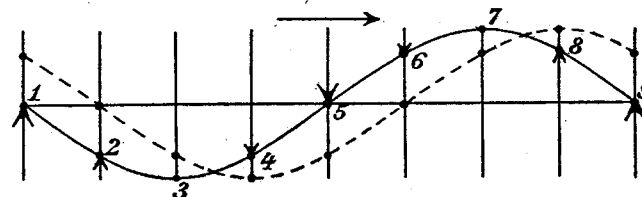


Fig. 142.

Ved Tværsvingninger er der en fremadskridende Bølgeform ligesom ved Vandbølger. I Fig. 142 har Kuglen 1 udført en hel Svingning, 2 har tilbagelagt omtrent $7/8$ af Vejen, 9 skal lige til at begynde. Større og mindre Hastigheder er antydnet ved store og smaa Pile.

Begreberne *Fase*, *Bølgelængde*, *Svingningstid*, *Frekvens* og *Hastighed* indføres paa samme Maade som ved Vandbølger, og man finder med de samme Betegnelser:

$$v = v \lambda.$$

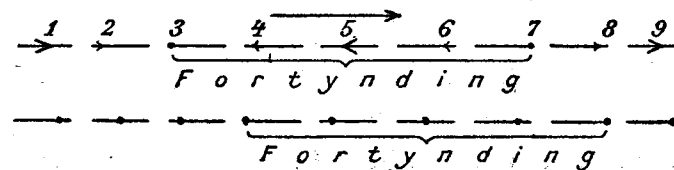


Fig. 143.

Ved Længdesvingninger er det Fortætninger og Fortyndinger, der skrider fremad, og der er saaledes ikke Tale om nogen Bølgeform. I Fig. 143 har Kuglen 1 udført en hel Svingning, 2 har tilbagelagt omtrent $\frac{7}{8}$ af Vejen, ... 9 skal lige til at begynde. Større og mindre Hastigheder er antydnet ligesom i Fig. 142.

1 og 9 har samme *Fase*; deres Afstand kaldes en *Bølgelængde*. *Svingningstid*, *Frekvens* og *Hastighed* har samme Betydning som ved Tværsvingninger, og man udleder ogsaa her Formlen:

$$v = \nu \lambda.$$

Et Øjebliksbillede af Pendulrækken er vist i Fig. 144, idet Koblingen dog er udeladt.

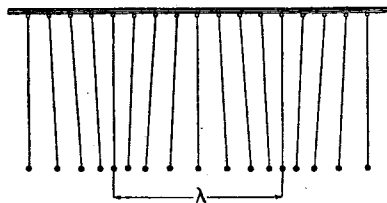


Fig. 144.

For Overskuelighedens Skyld benytter man ved Længdesvingninger en grafisk Afbildning, f. Eks. saaledes, at Udsving mod højre afsættes opad og Udsving mod venstre nedad (se Fig. 153 S. 134). Man faar da en fremadskridende Bølgeform ganske som ved Tværsvingninger, og alt, hvad der siges om Tværsvingninger, kan ved Tydning af det grafiske Billede overføres til ogsaa at gælde for Længdesvingninger.

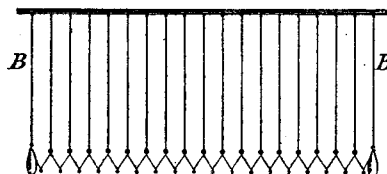


Fig. 145.

Anvendes to tunge Penduler (Fig. 145), kan man frembringe modgaaende Bølger. Er de tunge Penduler lige lange, og føres

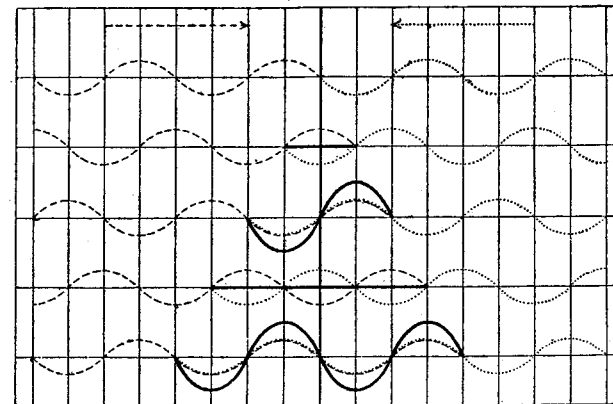


Fig. 146.

de til at begynde med lige langt ud fra deres Ligevægtsstillinger, det være sig vinkelret paa Pendulrækkens Plan eller i dette Plan, bliver de modgaaende Bølger kongruente.

Føres de tunge Penduler til modsat Side, faar de modgaaende Bølger „modsat Fase“. For Tværsvingninger [21] bliver *Interferensen* som vist i Fig. 146. For Længdesvingninger [24] giver Figuren kun en *grafisk Afbildning af Interferensen*.

Føres de tunge Penduler til samme Side, faar de modgaaende Bølger „samme Fase“. For Tværsvingninger [22] bliver *Inter-*

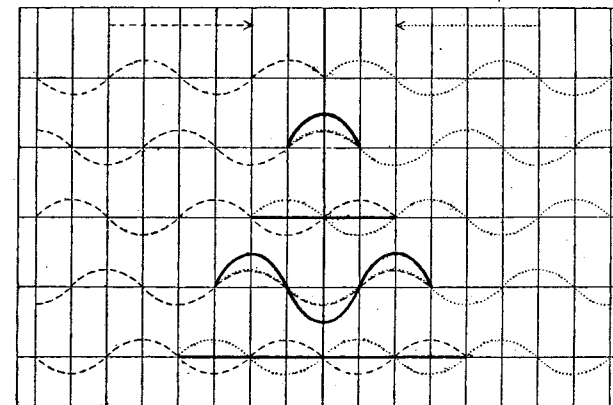


Fig. 147.

ferensen som vist i Fig. 147. For Længdesvingninger [27] giver Figuren kun en *grafisk Afbildning af Interferensen*.

Ved Interferensen opstaar *staaende Svingninger*. I visse Punkter, *Knudepunkterne*, er der altid Ro; i andre Punkter, *Svingningsbugene*, bliver Udsvingene større end ved de oprindelige Bølger. Paa det Sted, hvor Interferensen begynder, bliver der Knude, hvis de modgaaende Bølger har modsat Fase, men Bug, hvis de har samme Fase. Ved Længdesvingninger er der skiftevis „Overtryk“ og „Undertryk“ i Knudepunkterne, men „normalt Tryk“ i Bugene.

Mellem to paa hinanden følgende Knudepunkter er alle Partikler i samme Fase, med mindst Udsving nærmest Knudepunkterne. Begrebet Bølgelængde har derfor mistet sin oprindelige Betydning; men det ses, at *Knudeafstanden* er halvsaa stor som Bølgelængden ved de interfererende Bølger. For Kortheds Skyld siger man blot, at Knudeafstanden er $\frac{1}{2}$ Bølgelængde, og at Afstanden fra Knude til Bug er $\frac{1}{4}$ Bølgelængde. Man bruger ogsaa Udtrykket *staaende Bølger*.

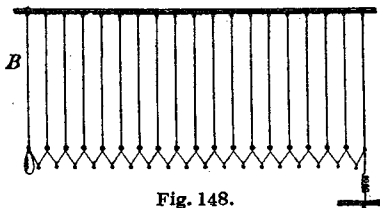


Fig. 148.

Erstattes det ene tunge Pendul med en stram Metaltraad (Fig. 148), kan man vise *Tilbagekastning ved „et fast Punkt“*. Man lader det tilbageblevne tunge Pendul frembringe Tværsvingninger [21] eller Længdesvingninger [26] og iagttager, at der fremkommer staaende Svingninger med Knude ved „det faste Punkt“ og med stor Amplitude.

For at forstaa dette vil vi tænke os Pendulrækken forlænget. De Svingninger, vi har iagttaget, kan frembringes ved, at modgaaende Bølger med modsat Fase sendes ind mod „det faste Punkt“, og de Kræfter, der paavirker de eksisterende Penduler,

er naturligvis de samme, hvad enten Punktet holdes i Ro af den stramme Traad eller ved de modgaaende Bølgers Interferens.

Altsaa: Ved „et fast Punkt“ tilbagekastes en Transversalbølge (eller en Longitudinalbølge) som en modgaaende Bølge med modsat Fase.

Fjernes Koblingen mellem den stramme Traad og det sidste Pendul, kan man vise *Tilbagekastning ved „et frit Punkt“*. Som før lader man det tilbageblevne tunge Pendul frembringe Tværsvingninger [23] eller Længdesvingninger [27]. Gennem Koblingerne føres Energien fra Pendul til Pendul. Det sidste i Rækken skal ikke lade en Del af den modtagne Energi gaa videre og gør derfor et særlig stort Udsving. Der fremkommer staaende Bølger med Bug ved „det frie Punkt“ og med stor Amplitude.

Som før vil vi tænke os Pendulrækken forlænget. De Svingninger, vi har iagttaget, kan frembringes ved, at modgaaende Bølger med samme Fase sendes ind mod „det frie Punkt“, og de Kræfter, hvormed det sidste Pendul virker tilbage paa de foregaaende, er naturligvis de samme, hvad enten dets store Udsving skyldes manglende Kobling eller modgaaende Bølgers Interferens.

Altsaa: Ved „et frit Punkt“ tilbagekastes en Transversalbølge (eller en Longitudinalbølge) som en modgaaende Bølge med samme Fase.

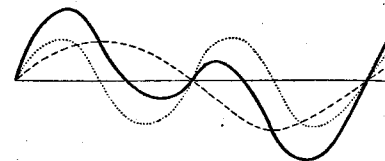


Fig. 149.

Vi har hidtil kun betragtet kongruente Bølgers Interferens. Fig. 149 viser et Eksempel paa Interferens ved ikke-kongruente Bølger. Opgave. En Transversalbølge med Amplituden 5 cm og Frekvensen 4 sek^{-1} bevæger sig med Hastigheden 1 m/sek mod „et fast Punkt“. Tegn den derved fremkomne staaende Bølge i en af Yderstillingerne.

Beregninger viser, at langs en uendelig lang (og fuldkommen bøjelig) Snor kan Bølger med enhver Frekvens forplante sig. Bølgehastigheden er uafhængig af Bølgelængden, og det vil igen sige, at Frekvensen er omvendt proportional med Bølgelængden ($v = v/\lambda$).

Fastgøres to Punkter af Snoren, er det klart, at Svingningsmulighederne for den mellemliggende *Streng* maa være begrænset (se f. Eks. Fig. 157 og Fig. 158). De mulige Frekvenser for Strengens *Egensvingninger* kaldes dens *Egenfrekvenser*. En rytmisk Paavirkning af Strengen i en af disse Takter kan bringe den i kraftige Medsvingninger (*Resonans*).

I Fig. 150 er en lang elastisk Spiral udspændt mellem et fast Punkt og en Haand. Ved smaa Bevægelser med Haanden i passende Rytmer kan man faa Spiralen sat i kraftige Svingninger.



Fig. 150.

Der er praktisk talt Knudepunkt ved Haanden, fordi dennes Udsving er smaa i Forhold til Udsvingene i de dannede Buge. Prøv først at lade Spiralen svinge med een Bug og med to Buge. Jo flere Buge, des hurtigere Rytm.

Ved ethvert Legeme, hvor der kan ske en Skiften fra potentiel til kinetisk Energi og omvendt, kan man tale om en Egenfrekvens. Skal Legemet bringes i kraftige Svingninger (uden at de ydre Paavirkninger er alt for voldsomme), maa det ske ved rytmiske Paavirkninger i Takt med Egenfrekvensen.

For et matematisk Pendul er $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$. Egenfrekvensen er da $\frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$. Holdes Pendulet som vist i Fig. 151, kan man let overbevise sig om, at meget hurtige og meget langsomme Bevægelser af Haanden næsten ikke sætter Pendulet i Svingninger; men bevæges Haanden i en bestemt Takt, svinger Pendulet kraftigt.

Brobanen i den nye Storstrømsbro er dannet af Betonblokke af forskellig Længde; derved undgaas Resonans (gennem Vognes Stød ved Sammenføjningerne).

Over mindre Broer marcherer Soldater uden Trit, idet en bestemt Marchtakt kunde medføre Resonans.



Fig. 151.

Lydlære.

Naar et „Kanonslag“ eksploderer, opstaar der pludselig et stort Lufttryk paa Eksplosionsstedet O . Den omgivende Luft presses til Side, saa der dannes en kugleformet Fortætning uden om O , og da Luftdelene er i Fart, fortsætter de saa langt, at der kommer en Fortynding i O . Luften i den kugleformede Fortætning vil da dels suges tilbage mod O , hvor der bliver en svag Fortætning, og dels fremkalde en ny kugleformet Fortætning længere ude, og Luftdelene gaar atter for langt, saa der bliver Fortynding, hvor der før var Fortætning. Fra O udgaar saaledes kugleformede Fortætninger og Fortyndinger, d. v. s. der udsendes *Longitudinalbølger* i alle Retninger. Luftdelene paa et bestemt Sted kommer i Ro efter faa Svingninger, men Bølgen udbreder sig til stedse større og større Kugleflader.

I Fig. 152 udsendes et *Bølgetog*, f. Eks. fra en Klokke, der ringer. Bemærk, at Bølgelinien ikke afbilder Luftdelenes Udsving, men derimod Overtryk og Undertryk.

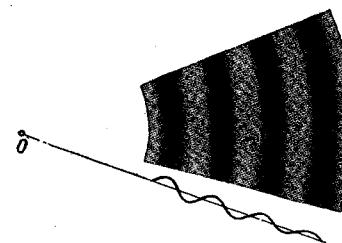


Fig. 152.

Hvis Luftbølgerne rammer vor Trommehinde, sætter de denne i Bevægelse, og vi hører en Lyd. Luftbølgerne kaldes derfor ogsaa *Lydbølger*, og det Legeme, der frembringer dem, kaldes en *Lydgiver*.

Luftbølger med særlig lav eller særlig høj Frekvens kan dog ikke høres. Unge Mennesker kan høre Bølger med Frekvenser fra ca. 20 Hertz til ca. 20 Kilohertz, men med Alderen indsnævres Hørlighedens Grænser.

I Fig. 153 ses et Øjebliksbillede af en plan Lydbølge, med Luftdelenes Udsving som Ordinater. Lydbølgen er frembragt ved rytmiske Bevægelser af en plan Væg mellem Stillingerne 1 og 2. I det betragtede Øjeblik er Væggen paa Vej fra 2 mod 1.

Den Luftsøjle, hvis normale Længde er AB , er i Øjeblikket forkortet, medens den Luftsøjle, hvis normale Længde er BC ,

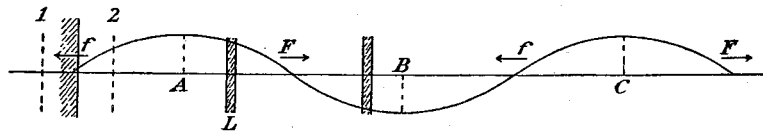


Fig. 153.

er forlænget. I Punkterne F er der Fortætning (Overtryk), og i Punkterne f er der Fortynding (Undertryk). I A , B og C er Trykket normalt.

Det skraverede Luftlag L er et Stykke til højre for Ligevægtsstillingen, og det maa være accelereret mod venstre. Ved Lagets højre Side er Trykket nemlig lidt større end ved dets venstre Side (Trykket vokser jo mod F), og Laget maa derfor være paavirket af en Kraft mod venstre. Gør selv Rede for Acceleration og Kraft i et vilkaarligt andet Lag.

At Lydgiveren afgiver Energi, indses saaledes: Under den tilbagegaaende Bevægelse (fra 2 til 1) er der Undertryk ved Væggen, men under den fremadgaaende Bevægelse (fra 1 til 2) er der Overtryk. Det positive Arbejde, som den Kraft, hvormed 1 cm^2 af Væggen paavirker Luften, faar udført under den fremadgaaende Bevægelse, er altsaa numerisk større end det negative Arbejde, som Kraften udfører under den tilbagegaaende Bevægelse.

Den Energi, der er afleveret af Lydgiveren, findes i Bølgen som potentiel og kinetisk Energi og vandrer bort fra Lydgiveren med Lydhastighed. Den omdannes dog efterhaanden til Varme.

I Almindelighed er der kun Tale om meget smaa Energi-mængder. En Million Mennesker maatte snakke i over en Time for at varme en Kop Te!

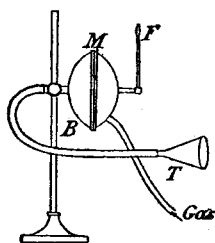


Fig. 154.

At Lydens Udbredelse skyldes Luftsvingninger og deraf følgende Fortætninger og Fortyndinger, kan vises ved Hjælp af Königs Kapsel (Fig. 154). Beholderen B er af Membranen M delt i to Rum. F er en lille Flamme, som betragtes i et roterende Spejl. Er Flammen rolig, ses et lysende Baand i Spejlet. Tales eller synges der ind i Tragten T , viser der sig Takker paa det lysende Baand.

M er blevet sat i Svingninger, og Gastrykket og dermed Flamme-højden varierer.

Man kan ogsaa anvende en *lydfølsom Flamme*. Flammen kan f. Eks. fremstilles som vist i Fig. 155. Udstømningsaabningen er rund. Gas-sen er tændt over et Traad-net og reguleres saaledes, at Flammen er nær Overgangs-stadiet mellem den lysende og den ikke-lysende Tilstand. Naar Flammen er i Orden, vil den forlænge og forkorte sig og samtidig „blegne“ og „blaa“, naar man frembringer Støj (f. Eks. ved at rasle med et Nøgleknippe).

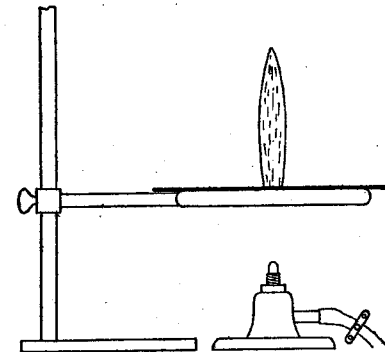


Fig. 155.



Fig. 156.

En anslaaet Stemmegaffel svinger som vist i Fig. 156. 1 og 2 er Knudepunkter. Stemmegafflens Frekvens kan bestemmes ved Sammenligning af dens Tone med Tonen fra en Sirene med Tællværk (se S. 136). Stemmegaffer med kendt Frekvens faasi Handelen. Kammertonens Frekvens er som bekendt 435 Hertz. c_1 og c_2 har Frekvenser paa henholdsvis 256 Hertz og 512 Hertz.

Interferensen mellem de Lydbølger, der udsendes fra en anslaaet Stemmegaffels to Grene, kan iagttages, naar man holder Stemmegafflen til Øret og drejer den langsomt om en Akse i Grenenes Retning.

Den musikalske Klang.

Hvis en Lydgiver svinger med konstant Frekvens, maa ogsaa Luftdelene svinge med konstant Frekvens, og man hører en *musikalsk Klang*.

Enhver periodisk Svingning kan tænkes opstaaet ved *Interferens mellem rene harmoniske Svingninger*. Et Par specielle Tilfælde er vist i Fig. 157. I Almindelighed er Svingningsformen langt mere sammensat, og der bliver da et stort Antal rene harmoniske Svingninger med forskel-

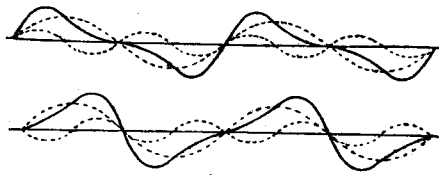


Fig. 157.

lige Frekvenser og forskellige Amplituder.

Et trænet Øre er i Stand til at opløse en Klang i den Række *Toner*, der svarer til de rene harmoniske Svingninger, hvoraf Lydgiverens Svingningsform kan tænkes sammensat. Ved elektroakustiske Maalemetoder er det muligt at foretage en meget nøjagtig *Klanganalyse*.

Lydstyrken afhænger af, hvor stor en Energimængde der naar ind i Øret i en vis Tid. Lyden bliver kraftig, hvis Udsvingene i Lydgiverens Svingninger er store. En Stemmegaffel giver en kraftig Lyd, naar den slaas haardt an. Lyden bliver ogsaa kraftigere, naar Stemmegafflen sættes mod en Bordplade, idet Skaffet sætter Bordpladen — og dermed flere Luftdele — i Bevægelse; men til Gengæld dør Lyden hurtigere hen. Paa høje Bjerge hører man daarligt, fordi der er for lidt Luft.

Tonehøjden er bestemt ved Frekvensen af Lydgiverens Svingninger. Jo større Frekvens, jo højere Tone. En Tone med kendt Frekvens kan f. Eks. frembringes ved Hjælp af en Skive, hvori der er en Kreds af Huller med lige store Mellemrum (*Hulsirene*). Skiven drejes rundt, og man lader samtidig en Luftstrøm, der kommer ud gennem et Rør, ramme Kredsen med Huller. Hver Gang et Hul passerer Rørmundingen, kommer der et Pust igennem Skiven, og Tonens Frekvens maa derfor være lig Antallet af Huller i Kredsen gange Skivens Omløbstal. Et Tælleværk indrettes saaledes, at Frekvensen straks kan aflæses.

Klangfarven er bestemt ved Svingningernes Form. Klangens *Grundtone* er den Tone, som har lavest Frekvens, nemlig Frekvensen af Lydgiverens Svingninger; dens *Overtoner* har Frekvenser, der er Multipla af Grundtonens. Idet Klangens tænkes opløst

i Toner, kan man ogsaa sige, at det er Overtonerens Antal og Styrke, der bestemmer Klangfarven.

Som Lydgiver kan vi betragte en Streng. Det er kendt, at Grundtonens Frekvens afhænger af Strengens Længde og af Stramningen: Jo kortere Strengen er, og jo mere den er spændt, des højere er Frekvensen. Desuden afhænger Frekvensen af Strengens Masse pr. cm: Jo mindre Masse, des højere Frekvens.

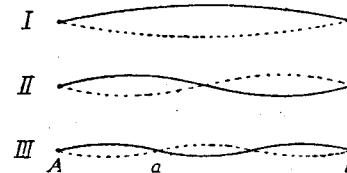


Fig. 158.

I Fig. 158 er I, II og III de Svingningsformer, der svarer til Grundtonen samt 1. og 2. Overtone. Man frembringer Grundtonen ved at knipse paa Midten af Strengen. 1. Overtone faar man frem ved at understøtte Strengen paa Midten og knipse midt paa det ene Stykke; Frekvensen er det dobbelte af Grundtonens. For at faa 2. Overtone frem maa man understøtte Strengen i Trediedelspunktet *a* og knipse paa Midten af *Aa*; Frekvensen er tre Gange saa stor som Grundtonens.

Strengens Svingningsform og dermed Klangfarven afhænger af, hvor Anslaget finder Sted. De Svingninger, der skulde have Knude paa Anslagsstedet, kan ikke optræde. Desuden spiller det en Rolle, hvordan Anslaget udføres. Der er ikke samme Svingningsform, naar der stryges med en Violinbue, som naar der knipses med en Finger. Ved Musikinstrumenter har ogsaa Sangbunden Betydning. Hvis visse Overtoner ikke kan bringe den i Medsvingninger, høres de antagelig slet ikke.

Lydens Hastighed.

Selv om man befinder sig i stor Afstand fra et musicerende Orkester, hører man alligevel Melodien i den rigtige Takt. Tonerne har altsaa udbredt sig med samme Hastighed uden Hensyn til Styrke, Højde eller Klangfarve.

Lydens Hastighed kan bestemmes ved, at en Kanon affyres, og Tiden mellem Glimtet og Knaldet bestemmes af Iagttagere i kendte Afstande og i forskellige Retninger. (Lysets Tøven be-

høver man naturligvis ikke at tage Hensyn til). Man har fundet, at Hastigheden er større med Vinden end mod Vinden. Den stiger med Temperaturen, men er uafhængig af Barometerstanden. I stille Vejr og ved Temperaturen t° er Hastigheden (udtrykt i m/sek):

$$v = 332 \sqrt{1 + \frac{t}{273}} \approx 332 \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{t}{273}\right) \approx 332 + 0,6 \cdot t.$$

Lyden kan som bekendt ogsaa gaa gennem Vædske og faste Stoffer. Direkte Maalinger har vist, at Lydens Hastighed i Vand er godt 4 Gange saa stor som i Luft, og at Lydens Hastighed i Jern og Staal er 10—15 Gange saa stor som i Luft.

Hvis Lyden udbreder sig i fri Luft, bliver den mekaniske Energi kun i meget ringe Grad omdannet til Varme, og Styrken maa da være omvendt proportional med Kvadratet paa Afstanden fra Lydgiveren. Hvis Lyden derimod skal gaa igennem løse Stoffer, som f. Eks. Tæpper og Forhæng, bliver den delvis indsuget (absorberet), idet mekanisk Energi gaar tabt paa Grund af Gnidningsmodstand.

Bløde og mere eller mindre plastiske Stoffer, som Ler, Kork og Linoleum, kan Lyden vanskeligt trænge igennem (*Lydisolering*).

Ved de Frekvenser, der anvendes i Tale og Musik, er Øret overordentlig følsomt. En Lyd kan høres, selv om Luftdelenes Udsving kun er $\frac{1}{1000000}$ mm. Hvis Ørets Følsomhed blev væsentlig større, kunde vi aldrig faa Ro, idet vi da vilde kunne høre de Brownske Bevægelser.

Skyggedannelse, Bøjning, Tilbagekastning og Brydning.

Huygens' Princip gælder lige saa vel for Luftbølger som for Vandbølger. I Fig. 159 ses en kegleformet Bølge, der er frembragt af et flyvende Projektil, som bevæger sig med en Hastighed større end Lydens. (Jfr. det kileformede Kølvan i Fig. 130).

Da Huygens' Princip vedbliver at gælde, maa alt, hvad vi har udledt ud fra dette Princip, ogsaa vedblive at gælde. Hvad

vi under Omtalen af Vandbølger har sagt om Skyggedannelse, Bøjning, Tilbagekastning og Brydning, maa kunne overføres paa Lydbølger.

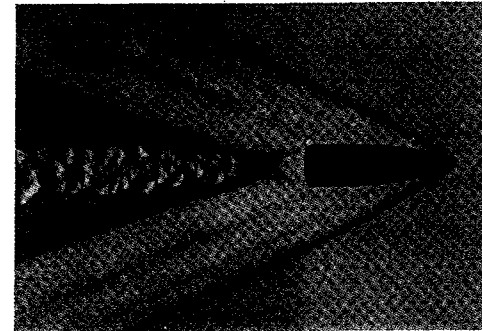


Fig. 159.

Hvis man holder et Lommeur i en saadan Afstand fra Øret, at det høres svagt, vil Lyden forsvinde, naar en Bog føres ind mellem Uret og Øret. Bogen har kastet en „Lydskygge“. At Lyden kan bøje om Hjørner, iagttager man daglig.

Ved Lydens Tilbagekastning opstaar *Ekko*. I et Værelse kastes Lyden frem og tilbage fra Væg til Væg. I en tom Stue med nøgne Vægge er Absorptionen ringe, og Lyden af en Stavelse kan vedvare, efter at den næste er udtalt. Tæpper, Portierer og polstrede Møbler giver større Absorption, og Lyden dør hurtigere hen. Disse Forhold spiller en stor Rolle ved Indretningen af Teaterrum, Koncertsale o. lign. (god eller daarlig *Akustik*).

I klare Nætter er Jordens Varmedudstråling stor, og Luften nær Jordoverfladen meget kold. En Lydbølge, der løber langs

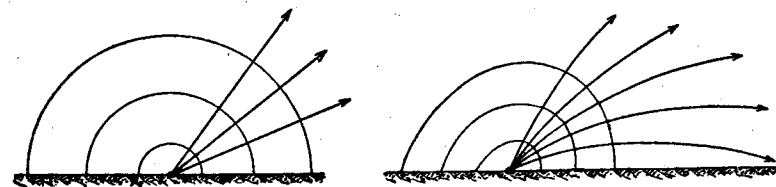


Fig. 160.

Jorden, kommer da hurtigere frem foroven end forneden, og Bølgefladerne kommer derved til at hælde forover. Og da Lyden udbreder sig i en Retning, der er vinkelret paa Bølgefladerne, brydes den ned mod Jorden og høres derfor bedre end om Dagen.

En lignende Brydning finder Sted, naar Lyden udbreder sig med Vinden (Fig. 160), idet Vinden og dermed Lyden har den mindste Hastighed ved Jordens Overflade. Naar Lyden udbreder sig mod Vinden, bliver den sinket mest foroven, saa den brydes bort fra Jorden og høres daarligt.

Staaende Lydbølger.

En Luftsøjle i et Rør kan komme i staaende Svingninger.

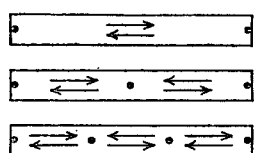


Fig. 161.

Er Røret lukket i begge Ender (jfr. Kundts Rør S. 142), er der de i Fig. 161 angivne Svingningsmuligheder, idet der maa være Knudepunkter ved Rørets Endeflader. Grundtonens Svingninger er yderligere anskueliggjort i Fig. 162, og 1. Overtones Svingninger i Fig. 163.

Er Røret lukket i den ene Ende og aabent i den anden, bliver Svingningsmulighederne som vist i Fig. 164. Ved den

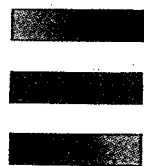


Fig. 162.

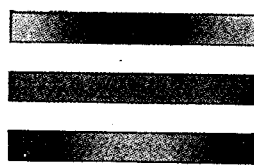


Fig. 163.

lukkede Ende er der Knudepunkt, og ved den aabne er der Bug, fordi Luftdelene her kan svinge frit.

Er Røret aabent i begge Ender, er Svingningsmulighederne som vist i Fig. 165. Her er der Bug i begge Ender.

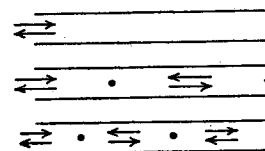


Fig. 164.

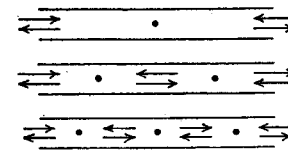


Fig. 165.

Staaende Svingninger i en „aaben Orgelpibe“ kan frembringes som vist i Fig. 166. En Gasflamme er tændt over et Kobbertraadnet og reguleret saaledes, at den frembringer en blafrende Lyd. Et Messingrør holdes hen over Flammen, og man hører da en meget kraftig Tone. Fænomenet er vanskeligt at forklare helt til Bunds, men det er i hvert Fald til Dels et Resonansfænomen. Flammen blafrer med mange forskellige Frekvenser. En af disse Frekvenser er lig Egenfrekvensen for Luftsøjlen i Røret, og denne kommer i kraftige Medsvingninger.

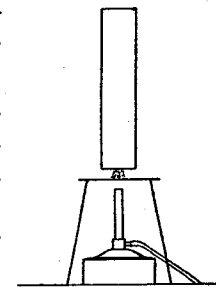


Fig. 166.



Fig. 167.

Holder man en Stemmegaffel med kendt Svingningstal hen for Munden af et Rør, hvis Længde kan varieres (Fig. 167), høres en kraftig Tone,

naar Rørlængden er $\frac{1}{2}$ Bølgelængde svarende til Stemmegafflens Frekvens. Det er her forudsat, at Lydens Hastighed i Luft er kendt; men man kan omvendt finde Lydhastigheden i Luft ved at maale den Rørlængde, der giver Resonans. Metoden er dog ikke nøjagtig, fordi Bugene ligger lidt uden for Rørets Ender. Det er bedre at anvende en „lukket Orgelpibe“ og bestemme Afstanden mellem to Knudepunkter som vist i Fig. 168. Ved at hæve eller sænke Niveau-kuglen kan man ændre Vandstanden i Røret og dermed Længden af Luftsøjlen. Forstærkes

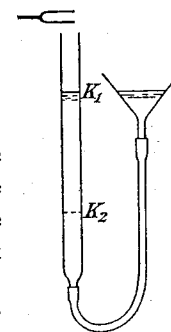


Fig. 168.

Stemmegaflens Tone første Gang, naar Vandstanden sænkes til K_1 , og anden Gang, naar Vandstanden sænkes til K_2 , er Afstanden mellem Knudepunkterne K_1 og K_2 $\frac{1}{2}$ Bølgelængde svarende til Stemmegaflens Frekvens. Der er Buge ved Rørmundingen og midt imellem K_1 og K_2 . En Maaling viser, at Afstanden fra Munden til K_1 er lidt mindre end Halvdelen af Afstanden K_1K_2 .

Naar Lydens Hastighed i Luft er kendt, kan man ved Hjælp af *Kundts Rør* (Fig. 169) bestemme Lydens Hastighed i et fast Stof, som f. Eks. Glas, eller i en Luftart, som f. Eks. Kultveilte.

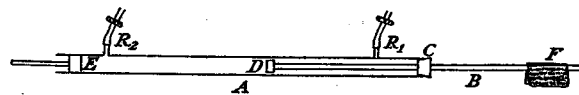


Fig. 169.

A er et vidt Glasrør og B en Stang eller et Rør af Glas. Paa Midten er B fastgjort i Gummiproppen C, og den bærer selv Korkproppen D, der ikke maa berøre A. E er en forskydelig Gummiprop og F en spritvædet Filtlap. R_1 og R_2 er Siderør, der foreløbig holdes lukket — i hvert Fald R_2 .

Efter at der er hældt en tynd Stribe Heksemel i A, sættes B i staaende Længdesvingninger ved Gnidning med F. Der høres en høj Tone, og det ses ved Betragtning af Fig. 170, at denne Tones halve Bølgelængde i Glas maa være lig Længden af B.

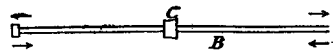


Fig. 170.

Luften i A sættes i Bevægelse af D, og ved at indstille E kan man opnaa, at Luften kommer i kraftige staaende Svingninger. Heksemelet slynges bort fra Bugene og danner Bunker ved Knuderne. Der er Knude ved begge Ender af den svingende Luftsøjle. At der ved D kan være saavel Bug for Glassets Svingninger som Knude for Luftsvingningerne, kommer af, at Glasdelenes Udsving er meget smaa i Forhold til Luftdelenes (jfr. Fig. 150, hvor der ganske vist er Tale om Tværsvingninger).

Den halve Bølgelængde i Luft er lig Afstanden mellem D og E divideret med Antallet af Knudemellemrum, og da Fre-

kvensen er den samme i Glas og i Luften, er Forholdet mellem Lydhastighederne bestemt.

$$\frac{v_{\text{Glas}}}{v_{\text{Luft}}} = \frac{\nu \cdot \lambda_{\text{Glas}}}{\nu \cdot \lambda_{\text{Luft}}} = \frac{\frac{1}{2} \lambda_{\text{Glas}}}{\frac{1}{2} \lambda_{\text{Luft}}}$$

Efter at Siderørene er aabnet, fyldes A med tør Kultveilte, hvorefter Rørene lukkes igen, og Forsøget gentages. Forholdet mellem Lydhastigheden i Kultveilte og Lydhastigheden i Luft kan beregnes direkte, uden at Lydhastigheden i Glas behøver at være kendt.

$$\frac{v_{\text{CO}_2}}{v_{\text{Luft}}} = \frac{\nu \cdot \lambda_{\text{CO}_2}}{\nu \cdot \lambda_{\text{Luft}}} = \frac{\frac{1}{2} \lambda_{\text{CO}_2}}{\frac{1}{2} \lambda_{\text{Luft}}}$$

Man kan ad teoretisk Vej vise, at Lydhastigheden i en Luftart (og i Luftblandinger) er omvendt proportional med Kvadratroden af den relative Massefylde. Det sidste Forsøgs Resultat kan derfor let kontrolleres.

$$\frac{v_{\text{CO}_2}}{v_{\text{Luft}}} = \sqrt{\frac{29}{44}} = 0,81.$$

Til sidst beregnes Frekvensen samt de absolutte Værdier for Lydhastigheden i Glas og i Kultveilte (ved Stuens Temperatur).

Opgave 1. Mellem hvilke Grænser maa Bølgelængden for en Luftbølge være beliggende, naar den skal være hørbar?

I Musik anvendes Frekvenser fra 20 til 4600 Hertz. Hvilke Bølgelængder anvendes?

Lydens Hastighed sættes til 340 m/sek.

Opgave 2. Find Brydningsforholdet ved en Lydbølges Overgang fra atmosfærisk Luft til Kultveilte.

I Fig. 171 er to ens Stemmegafler S_1 og S_2 anbragt paa Resonanskasser („lukkede Orgelpiber“). Til Systemet hører et Par Løbevægte, men disse benyttes foreløbig ikke.

I og *II* anbringes saaledes, at Mundingerne er nær ved hinanden, og baade S_1 og S_2 slaas an. Tonen høres kun svagt; der er kun ringe Energiudstraling. Fjernes *I* og *II* blot nogle cm

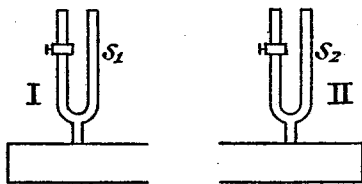


Fig. 171.

fra hinanden, høres Tonen kraftigt; der er nu en betydelig Energiudstraling.

Efter at Stemmegaflerne er bragt til Tavshed, stilles *I* og *II* med Mundingerne et Par cm fra hinanden. Stemmegaflen S_1 slaas an, og derefter fjernes hele Systemet *I*. Man hører da en ret kraftig Tone fra Systemet *II*; „Koblingen“ mellem de to „Svingningskredse“ har været saa stærk, at der er overført en betydelig Energimængde fra *I* til *II*.

Ved Hjælp af Løbevægtene kan man ændre Stemmegaflernes Frekvens. Kun naar Løbevægtene anbringes ved Knudepunkterne, ændres Frekvensen ikke.

Anbringes Løbevægtene i lidt forskellig Højde, faar Stemmegaflerne lidt forskellig Frekvens. *I* og *II* stilles med Mundingerne nogle cm fra hinanden, og baade S_1 og S_2 slaas an. Man hører da meget tydeligt, at Lydstyrken paa et bestemt Sted (Ørets

Plads) varierer i en langsom Rytme (Tonestød). Denne Rytmes Frekvens er Differensen mellem Stemmegaflernes Frekvenser. Hvis Frekvenserne f. Eks. er 270 og 300, vil Tonen skifte Styrke 30 Gange i Sekundet (se Fig. 172).

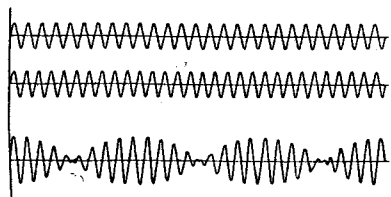


Fig. 172.