

# FYSIK FOR GYMNASIET

AF

J. K. ERIKSEN

LEKTOR VED  
METROPOLITANSKOLEN

OG

JOHS. KOFOED

LEKTOR VED  
FREDERICIA HØJERE ALMENSKE

---

## MEKANISK FYSIK

#### BILLEDERNE TEGNET AF JOHS. KOFOED

(undtagen Fig. 33, 38, 39, 63, 64, 76 b, 79, 85, 89, 90, 95, 96, 97, 98, 105,  
106, 109, 110, 114, 119).

#### FORORD

Statiken kræver ikke større matematiske Forudsætninger, end at den kan læses i I G. Derimod forudsætter Kinematiken og Dynamiken noget Kendskab til Differential- og Integralregning.

Det frie Fald forudsættes kendt fra Mellemkolen. Vi vil dog henvise til et Par Forsøg, som findes i Fysisk Tidsskrift 14. Aargang Side 41 og Side 122. Den sidste Artikel giver tillige Oplysning om den i nærværende Bog under Forsøg Nr. 17 benyttede faldende Glasplade (Fig. 63 Side 70). Den i samme Forsøg anvendte roterende Skive (Maxwells Apparat, se Phywe's Katalog Side 60, Nr. 10113) er omtalt i Fys. Tidsskr. 25. Aarg. Side 86. Forsøg Nr. 21 Side 97 skylder vi Fru Dr. Meyer Tak for. Forsøg Nr. 23 Side 102 findes ogsaa i Fys. Tidsskr. 19. Aarg. Side 220. I Svanström & Rylander: Meddelande om ny materiell (Häft 3) findes en udførlig Beskrivelse af Lings Bølgeapparat (Fig. 95 Side 109). Apparatet stilles op saaledes, at de indgraverede Tal og Bogstaver vender mod Læreren. Paa den Side, der vender mod Eleverne, males tydelige Tal og Bogstaver. Eleverne læser da Tallene fra venstre mod højre og ser de fleste Bølger skride frem i den sædvanlige positive Retning. — Ved interfererende Bølger behandles den modsatte Fase altid først.

April 1928.

*J. K. Eriksen.*

*Johs. Kofoed.*

## EMNER TIL STILSRIVNING ELLER ELEVFOREDRAG

- 1) Aristoteles' og Galileis Forklaring af Faldet.
- 2) Ældre og nyere Opfattelser af Kastebevægelsen.
- 3) Fortæl om nogle enkle Maskiner, der bruges og har været brugt fra de ældste Tider.
- 4) Ældre og nyere Luftpumper.
- 5) Luftballoner og Luftske.
- 6) Flyvemaskiner.
- 7) Vind- og Vandkraftmaskiner fra de ældste Tider og til vor Tid.
- 8) Udviklingslinien Kopernikus—Tycho Brahe—Kepler—Newton.
- 9) Fortæl om nogle Forsøg paa at bygge et perpetuum mobile og forklar, hvorfor det ikke lader sig gøre.
- 10) Ure i Fortid og Nutid.

Litteratur: Opfindelsernes Bog.  
la Cour og Appel: Historisk Fysik.  
Newtons Principia (oversat paa Svensk).

## Maaleenheder.

### Maaling af Længder, Arealer og Rumfang; Normalmeteren.

Længdeenheden 1 m blev indført i Frankrig under den store Revolution. Man stræbte efter at faa den bestemt ved et uforanderligt Naturmaal og vedtog at sætte den lig  $\frac{1}{10000000}$  af Jordkvadranten gennem Paris' Observatorium. Ved Gradmaaling fandt man Jordkvadranten udtrykt i de gamle franske Længdeenheder, hvorpaa man fremstillede en Platinstang, hvis Endeflader ved 0° C havde Afstanden 1 m. Denne Stang blev opbevaret i Republikens Arkiv og kaldes derfor Arkivmeteren.

Arkivmeteren er senere blevet afløst af den internationale Normalmeter, der opbevares i »Bureau international des Poids et Mesures« i Sèvres. Normalmeteren er dannet af en Legering, der er haardere end det rene Platin (90 % Platin og 10 % Iridium). Dens Tværsnit er som vist Fig. 1 (naturlig Størrelse), og dens Længde er noget over 1 m. To fine Streger blev afsat saaledes, at deres Afstand nøjagtig var lig Afstanden mellem Arkivmeterens Endeflader, og den internationale Meter defineredes som Afstanden mellem disse Streger ved 0° C.



Fig. 1

Efterhaanden som Maaletekniken skred frem, blev det muligt at paavise Forskel mellem den saaledes definerede Meter og Timilliontedelen af Jordkvadranten. Der var da to Muligheder:

1. Man kunde fastholde, at 1 m skulde være lig en Timilliontedel af Jordkvadranten. Normalmeteren og dermed alle andre Meterstokke maatte da ændres, og alle tidligere Maalinger omregnes i de nye Enheder.

2. Man kunde fastholde, at 1 m skulde være lig Afstanden mellem de før omtalte Streger ved 0° C. Dette vilde ikke medføre andre Ulemper, end at Jordkvadrantens Længde ikke mere blev udtrykt ved et rundt Tal.

Det er forstaaeligt, at man foretrak den sidste Mulighed. Den engang indarbejdede internationale Meter blev bibeholdt, og hvis den engang skal afløses af en anden Længdeenhed, vil man næppe benytte en Brøkdel af Jordkvadranten (Jorden trækker sig sammen paa Grund af Afkøling), men maaske et Multiplum af en bestemt Spektrallinies Bølgelængde.

Det forudsættes bekendt, hvorledes andre Længdeenheder (km — dm, cm, mm —  $\mu$  —  $\mu\mu$ ) bestemmes ud fra Meteren, og hvorledes Enhederne for Arealer og Rumfang afledes af de tilsvarende Længdeenheder.

### Maaling af Tidsrum; Middelsolsekundet.

Det er meget nærliggende at grunde Tidsenheden paa Himmellegemernes periodiske Bevægelser (Aar, Maaned, Soldøgn, Stjernerøgnet).

I Astronomien benyttes hyppigt Stjernerøgnet = Jordens Rotationstid = den Tid, der forløber mellem to paa hinanden følgende øvre Kulminationer af samme Fiksstjerne.

Soldøgnetes Længde varierer lidt med Aarstiden. Middelsoldøgnet kaldes et Middelsoldøgn. Den er bestemt ved Jordens Rotation samt ved Jordens Bevægelse omkring Solen, og man har fundet:

$$1 \text{ Aar} = 365,2422 \text{ Middelsoldøgn} = 366,2422 \text{ Stjernerøgnet}.$$

$$1 \text{ Middelsoldøgn} = \frac{366,2422}{365,2422} \text{ Stjernerøgnet}.$$

Den internationale Tidsenhed (1 Sekund) er  $\frac{1}{86400}$  af Middelsoldøgnet (1 Døgn = 24 Timer = 1440 Minutter = 86400 Sekunder).

De saakaldte »Normalure« kontrolleres jævnligt ved astronomiske Observationer.

Hvis man engang vil forlade den astronomisk definerede Tidsenhed (Jordens Akseomdrejning bremses af Tidevandene), kunde der blive Tale om at benytte et Multiplum af Svingningstiden for en bestemt Spektrallinie.

### Maaling af tunge Masser; Normalkilogrammet.

(Vejningerne tænkes foretaget i lufttomt Rum).

Vægtenheden 1 kg blev indført samtidig med Længdeenheden 1 m og defineredes som Vægten af 1 dm<sup>3</sup> destilleret Vand ved 4° C. Denne Vandmængde kan altid afmaales, men da en Vejning kan foretages med langt større Nøjagtighed end en Rumfangsbestemmelse, fremstillede man alligevel et Platinlod, der kunde erstatte Vandet paa en Skaalvægt, som antydtes i Fig. 2, og benyttede dette til Justering af andre Lodder. Platinloddet blev opbevaret sammen med Arkivmeteren og kaldes Arkivkilogrammet.

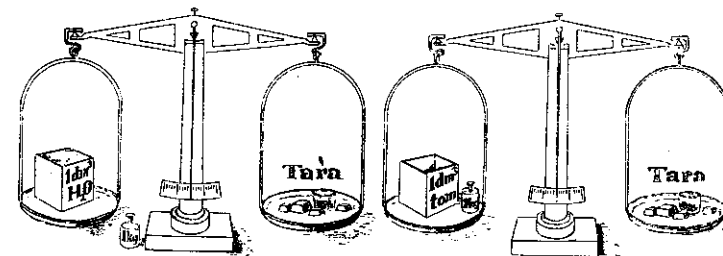


Fig. 2

Arkivkilogrammet er senere blevet afløst af det internationale Normalkilogram. Dette er, ligesom den internationale Normalmeter, dannet af Platin-Iridium og kan erstatte Arkivkilogrammet paa en Skaalvægt. Det opbevares sammen med den internationale Normalmeter i »Bureau international des Poids et Mesures«.

1 l er det Rumfang, der optages af 1 kg destilleret Vand ved 4° C. Hvis Normalkilogrammet nøjagtigt havde haft den tilsigtede Størrelse, maatte 1 l være nøjagtig lig 1 dm<sup>3</sup>, men man har fundet, at der er en lille Forskel (1 l = 1,000028 dm<sup>3</sup>). Alligevel har man fastholdt den engang indarbejdede internationale Vægtenhed. 1 dm<sup>3</sup> destilleret Vand af 4° C vejer altsaa ikke nøjagtig 1 kg.

Det forudsættes bekendt, hvorledes andre Vægtenheder (hg, dag, g, dg, cg, mg) bestemmes ud fra Kilogrammet. (Paa en Skaalvægt skal 10 hg-Lodder kunne erstatte hinanden to og to og tilsammen kunne erstatte et kg-Lod, o. s. v.).

justus (lat.) = lovmæssig, rigtig.

Vi er stiltiende gaaet ud fra, at naar to Legemer paa eet Iagttagelsessted kunde erstatte hinanden paa en Skaalvægt, kunde de gøre det overalt. Det har vist sig, at denne Forudsætning er opfyldt for alle Legemer.

Man tillægger ethvert Legeme en tung Masse. 1 kg-Lod har den tunge Masse 1 kg; 1 g-Lod har den tunge Masse 1 g; 1 kg-Lod, 2 dag-Lodder og 5 g-Lodder har tilsammen den tunge Masse 1,025 kg = 1025 g, og et Legeme, der kan erstatte disse Lodder paa en Skaalvægt, siges at have den samme tunge Masse. Et Legemes tunge Masse udtrykkes altsaa ved samme Tal som dets Vægt maalt paa en Skaalvægt.

### Maaling af Kræfter; en foreløbig Kraftenhed.

(Justeringen af Kraftmaaleren tænkes udført i Kjøbenhavn og i Højde med Havoverfladen).

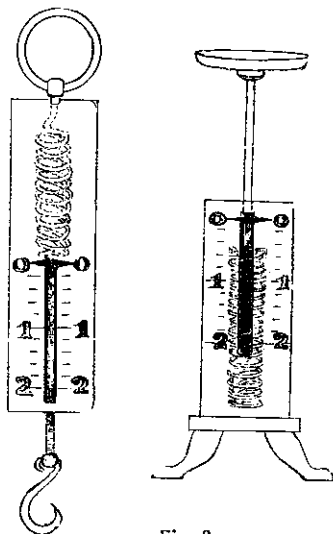


Fig. 3.

Fig. 3 viser to Fjedervægte af forskellig Konstruktion. En elastisk Spiralfjeder strækkes eller sammentrykkes ved Hjælp af Vægtlodder, og Formforandringens Størrelse angives af en Viser. Dennes Stilling, naar Vægten ikke er belastet, bestemmer o-Punktet paa en Skala.

Vi belaster nu med 1, 2, 3 .. kg-Lodder, iagttager Viserens Stillinger og afsætter de tilsvarende Tal paa Skalaen. Inddelingen kan forfines ved Anvendelse af smaa Vægtlodder (hg, dag o. s. v.).

En god Spiralfjeder, der ikke overbelastes, viser altid samme Formforandring for samme Paa-virkning (sml. Side 35). 1, 2,

3 .. kg-Lodder vil altsaa altid bringe Viseren ned til de Mærker, vi afsatte, da vi justerede Vægten.

Træk og Tryk kaldes med et fælles Navn Kræfter. Den Kraft, hvormed Tyngden paavirker et Legeme,

kaldes som bekendt Legemets Vægt, og som foreløbig Kraftenhed («Kraften 1 kg») vælger vi Vægten af et kg-Lod (i Kjøbenhavn og i Højde med Havoverfladen). Ved Hjælp af en justeret Fjedervægt kan man sammenligne vilkaarlige Træk og Tryk med Vægten af et Antal kg-Lodder. Apparatet kaldes derfor et Dynamometer.

## Ligevægtslære (Statik).

### Kræfters Sammensætning og Opløsning.

For at »afbilde«

en Kraft maa man kende tre Ting: 1) Kraftens Størrelse, 2) Kraftens Retning og 3) Kraftens Angrebspunkt. I Fig. 4 er dette anskueliggjort. Kraftens Størrelse er 70 Kilogram, det strammede Reb angiver Kraftretningen, og A er Angrebspunktet.

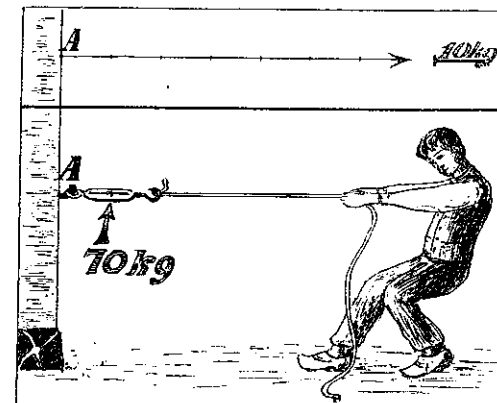


Fig. 4

Angrebspunktet kan flyttes til ethvert Punkt i Kraftretningen, dog skal det nye Angrebspunkt være i fast Forbindelse med det oprindelige. Samlingen af mulige Angrebspunkter kaldes Angrebslinien; denne Linie er altsaa en Del af Kraftretningen eller Kraftretningens Forlængelse.

En enkelt Kraft, der kan erstatte to eller flere Kræfter, kaldes disses Resultant, medens to eller flere Kræfter, der tilsammen kan erstatte en enkelt Kraft, kaldes dennes Komposanter.

To lige store Kræfter, der virker paa samme Angrebspunkt, men i modsat Ret-

dynamis (gr.) = Kraft.

statikos (gr.) = forårsagende Standsning.  
compono (lat.) = sammensætter.

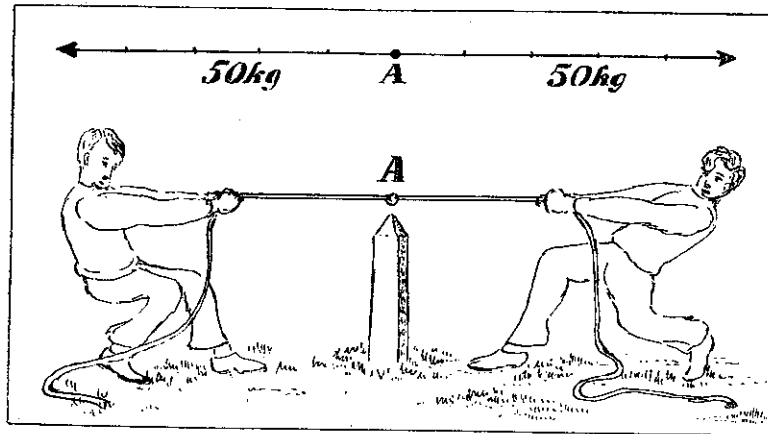


Fig. 5

ning, holder hinanden i Ligevægt (Fig. 5). Deres Resultanter lig Nul. Er de paa samme Punkt, men i modsat Retning virkende Kræfter ikke lige store, bliver Resultanten lig Kræfternes Differens.

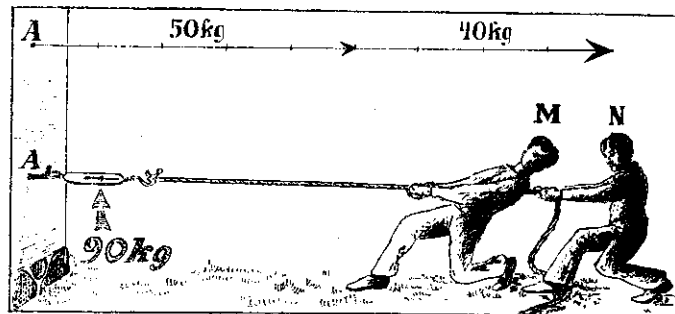


Fig. 6

I Fig. 6 trækker M alene med en Kraft paa 50 kg, N alene med 40 kg. Dynamometret viser 90 kg's Træk, naar M og N trækker paa een Gang. Resultanten af Kræfter med samme Angrebspunkt og samme Kraftretning er lig med Kræfternes Sum.

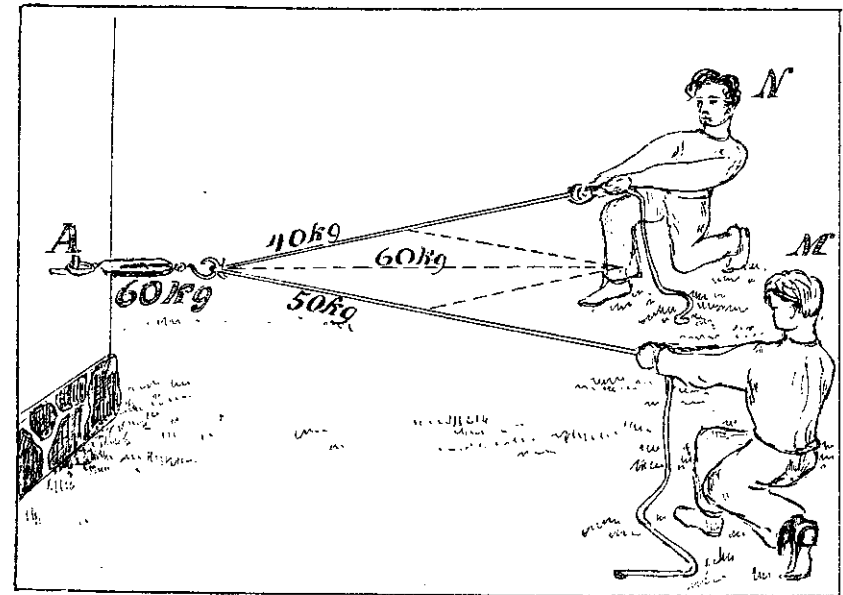


Fig. 7

I Fig. 7 trækker M alene med en Kraft paa 50 kg, N alene med 40 kg. Dynamometret viser 60 kg's Træk, naar M og N trækker paa een Gang.

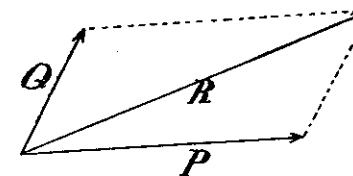


Fig. 8 a

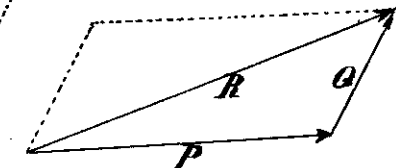


Fig. 8 b

Resultanten af Kræfter med samme Angrebspunkt, men forskellige Retninger faar Retning og Størrelse som Diagonalen i »Kræfternes Parallelogram«. Man udtrykker ogsaa dette saaledes: Resultanten af Kræfter, der virker i forskellige Retninger, men paa samme Angrebspunkt, findes ved geometrisk Addition (sammenlign Fig. 8 a og Fig. 8 b).

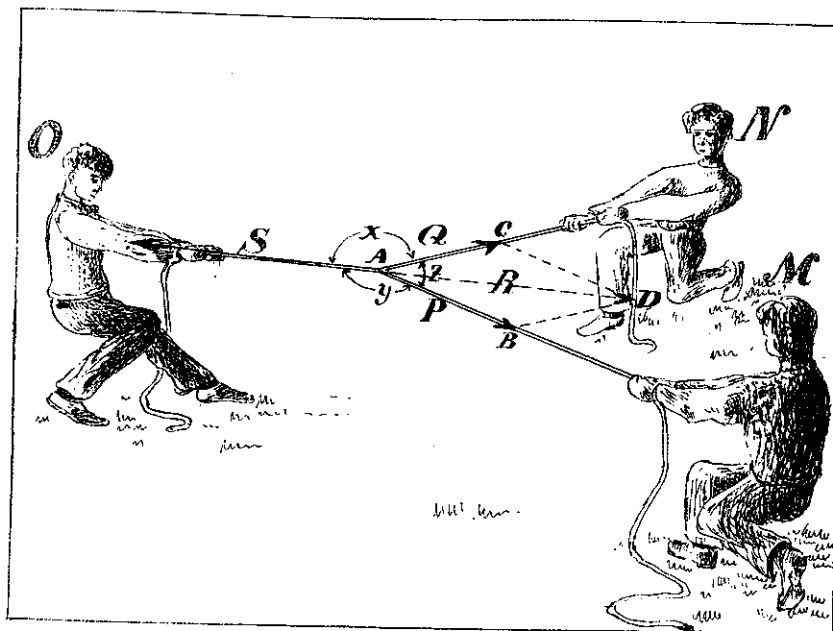


Fig. 9

I Fig. 9 holder Kraften S Ligevægt med Kræfterne P og Q. Den kaldes disse Kræfters Supplementkraft og er lig Resultanten R, men modsat rettet. Kræfterne P, Q og S ligger altsaa i samme Plan.

Vis, at man med Figurens Betegnelser har:

$$\frac{P}{\sin x} = \frac{Q}{\sin y} = \frac{S}{\sin z}.$$

(Anvend Sinusrelationerne paa  $\triangle ABD$ ).

Ved gentagen Anvendelse af Sætningen om Kræfternes Parallelogram kan et vilkaarligt Antal Kræfter med samme Angrebepunkt sammensættes til en Resultant. Er denne specielt lig Nul, danner Kræfterne et System i Ligevægt.

Resultantens Projektion paa en vilkaarlig Linie er lig Summen af de enkelte Kræfters Projektioner paa denne Linie (regnet med Fortegn). Ved et Kraftsystem i Ligevægt

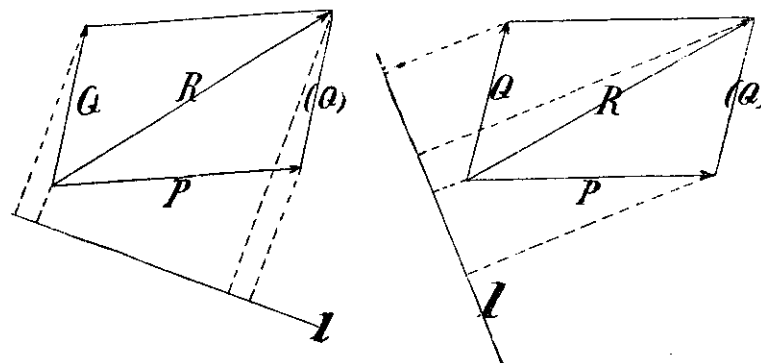


Fig. 10

er Projektionssummen paa enhver Linie lig Nul.

En Kraft kan paa uendelig mange Maader opløses i to eller flere Komposanter. I Reglen ønsker man at opløse efter to eller tre bestemte Retninger, og Opgaven faar da kun een Løsning.

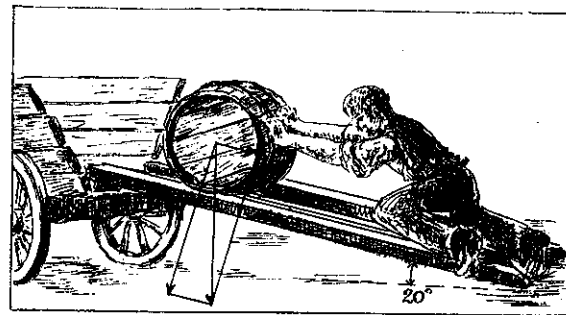


Fig. 11

Opgave 1. Tøndens Vægt er 130 kg og Skraaplanets Vinkel med den vandrette Retning er  $20^\circ$ . Beregn Størrelsen af den Kraft, med hvilken Manden skal holde igen paa Tønden, for at denne ikke skal trille ned. Find ogsaa Tøndens Tryk paa Skraaplanet.

Opgave 2. De tre Stænger er hver 3 m lange. Afstandene mellem Stængernes Fodpunkter er 2 m. Grydens Vægt med



Fig. 12

Indhold og Ophængningskæde er 21 kg. Hvor store er de i Stængernes Retninger virkende Tryk?

### Svingkræfter.

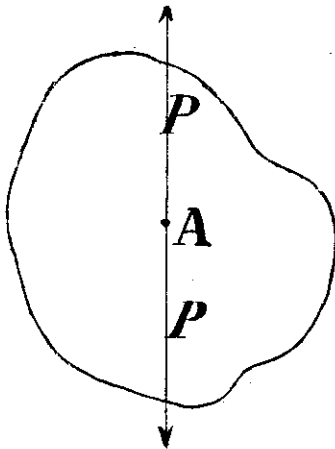


Fig. 13 a

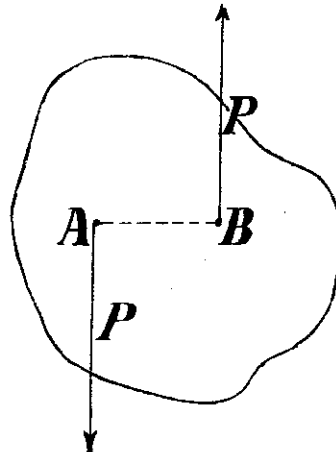


Fig. 13 b

Medens to lige store og modsat rettede Kræfter ( $P, P$ ) holder hinanden i Ligevægt, naar de virker paa samme Punkt A (Fig. 13 a), er dette ikke Tilfældet, naar Kræfterne virker paa

forskellige Punkter A og B (Fig. 13 b). To lige store og modsat rettede Kræfter  $P, P$  med Afstanden  $a$  mellem Kraftretningerne danner en Svingkraft.  $P \cdot a$  kaldes Svingkraftens Moment. Dette regnes positivt eller negativt, efter som Svingkraften drejer mod Uret eller med Uret.

Vi vil nu bevise nogle Sætninger om Svingkræfter i samme Plan. Det forudsættes stadig, at alle de Angrebepunkter, vi benytter, befinder sig i samme fuldkommen haarde Legeme, men for Nemheds Skyld udelader vi dette Legeme paa Tegningerne.

1ste Sætning. To Svingkræfter holder hinanden i Ligevægt, naar deres Momenter er lige store med modsat Fortegn.

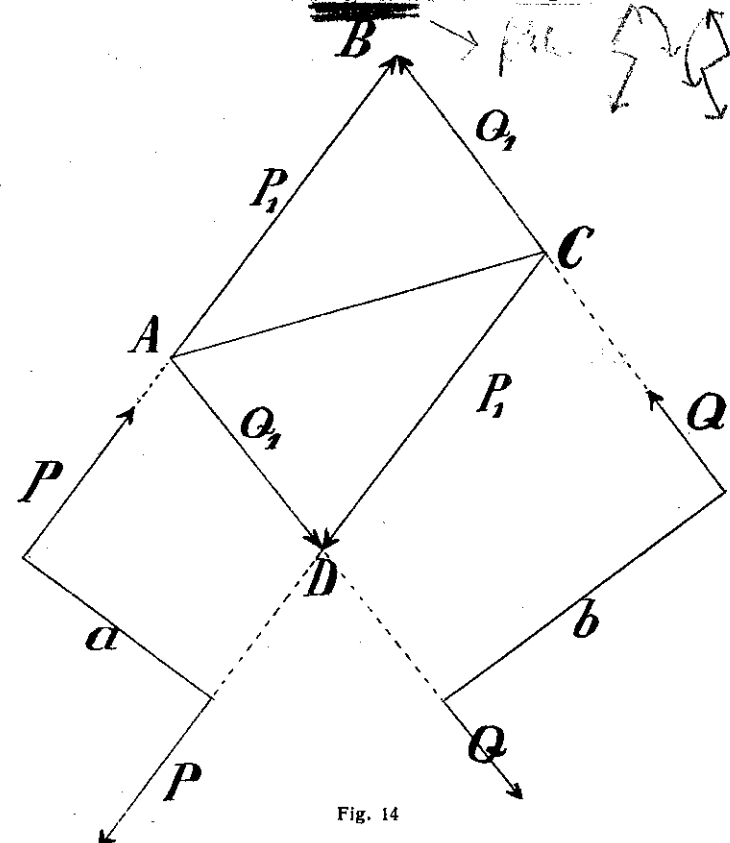


Fig. 14

momentum (lat.) = det, som frembringer Udslag.

I Fig. 14 er tegnet to Svingkræfter, der drejer til modsat Side. Det er givet, at

$$Pa = Qb, \text{ eller } \frac{Q}{P} = \frac{a}{b}.$$

Vi forlænger Kraftretningerne, saaledes at Parallelogrammet ABCD dannes. Er dettes Areal F og Siderne  $P_1$  og  $Q_1$ , har man:

$$F = P_1 a = Q_1 b, \quad \text{eller} \quad \frac{a}{b} = \frac{Q_1}{P_1} = \frac{Q}{P}.$$

Da de givne Kræfter altsaa er proportionale med Parallelogrammets Sider, kan disse anvendes som Afbildningsliniestykker for Kræfterne; Angrebepunkterne flyttes til A og C.

I AC kommer da til at ligge to lige store og modsat rettede Resultanter af  $(P_1 \text{ og } Q_1)$  og  $(P_1 \text{ og } Q_1)$ . De fire Kræfter  $P_1 P_1 Q_1 Q_1$  holder altsaa hinanden i Ligevægt.

Hvis Kraftretningerne P og Q er parallelle, dannes Parallelogrammet ABCD ikke. Fig. 15 antyder, hvorledes denne Vanskelighed kan omgaaes ( $Pa = P'a'$ , de skraverede Trekanten er ensvinklede).

2den Sætning. En Svingkraft Pa kan erstattes af en anden Svingkraft Qb, naar Momenterne Pa og Qb er lige store.

Fig. 15

Vi tilføjer Hjelpekræfterne QQ (punkterede Linier, Fig. 16) og numererer de tre Svingkræfter I, II og III.

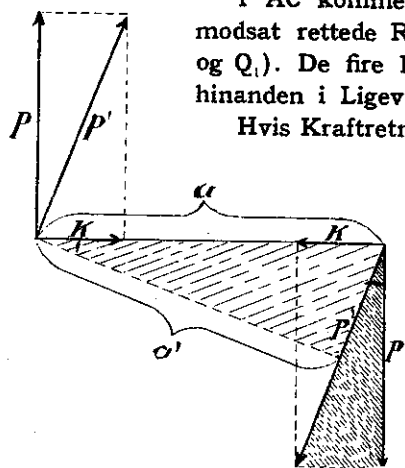
I holder Ligevægt med III (1ste Sætning.  $Pa = Qb$ ).

II — — — III.

Heraf følger, at

I og II fuldtud kan erstatte hinanden.

3die Sætning. Et vilkaarligt Antal Svingkræfter kan erstattes af een Svingkraft, hvis Moment er lig den algebraiske Sum af de givne Svingkræfters Momenter.



Paa et vilkaarligt Sted (Fig. 17) afsættes Liniestykket

$$AB = 1 \text{ cm.}$$

Svingkraften  $(P_1 a_1) \cdot 1$  erstatter da  $P_1 a_1$ .

De andre Svingkræfter omformes paa samme Maade, saaledes at de faar den fælles Arm AB, og Momenterne bliver da (se Fig. 17):

$$+ (P_1 a_1) \cdot 1, + (P_2 a_2) \cdot 1 \text{ og } + (P_3 a_3) \cdot 1.$$

Den ny Svingkraft, der saaledes fremkommer, bliver altsaa:

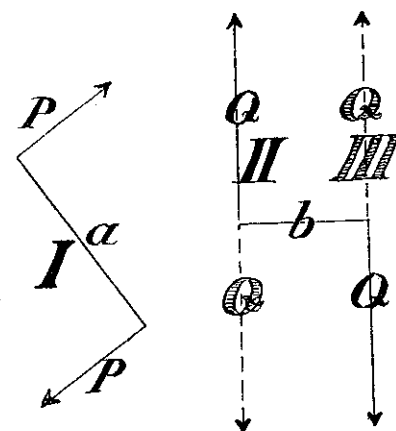


Fig. 16

$(P_1 a_1 + P_2 a_2 + P_3 a_3) \cdot 1$ .  
Ønskes denne omformet, saaledes at den faar Armen x, bliver den endelige Svingkraft

$$\frac{P_1 a_1 + P_2 a_2 + P_3 a_3}{x} \cdot x.$$

Kraft.      Arm.

For Svingkræfter i samme Plan gælder altsaa følgende Sætninger:

- 1) To Svingkræfter, hvis Momenter er lige store med modsat Fortegn, ophæver hinanden.
- 2) En Svingkraft kan flyttes i sit Plan, og dens Arm kan ændres, naar blot Momentet forbliver uforandret.
- 3) To eller flere Svingkræfter sammensættes ved algebraisk Addition af Momenterne.

Til Sammenligning anfører vi følgende Sætninger, der gælder for Kræfter med samme Angrebslinie:

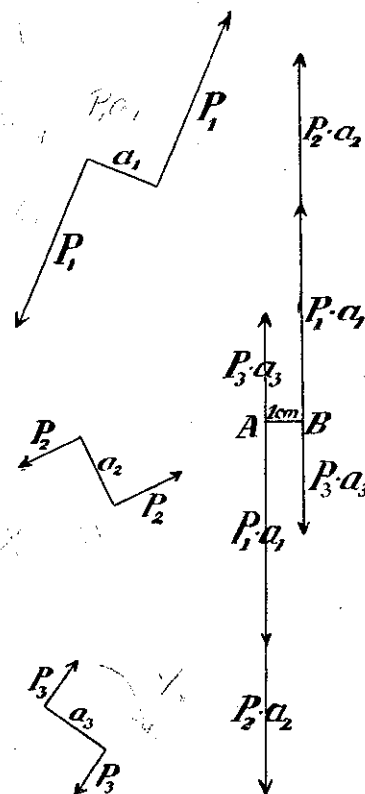


Fig. 17

- 1) To Kræfter, der er lige store, men modsat rettede, ophæver hinanden.
- 2) En Kraft kan forskydes langs sin Angrebslinie.
- 3) To eller flere Kræfter sammensættes ved algebraisk Addition.

**Ligevægtsbetingelsen for et Legeme, der kan dreje sig om en Akse.**

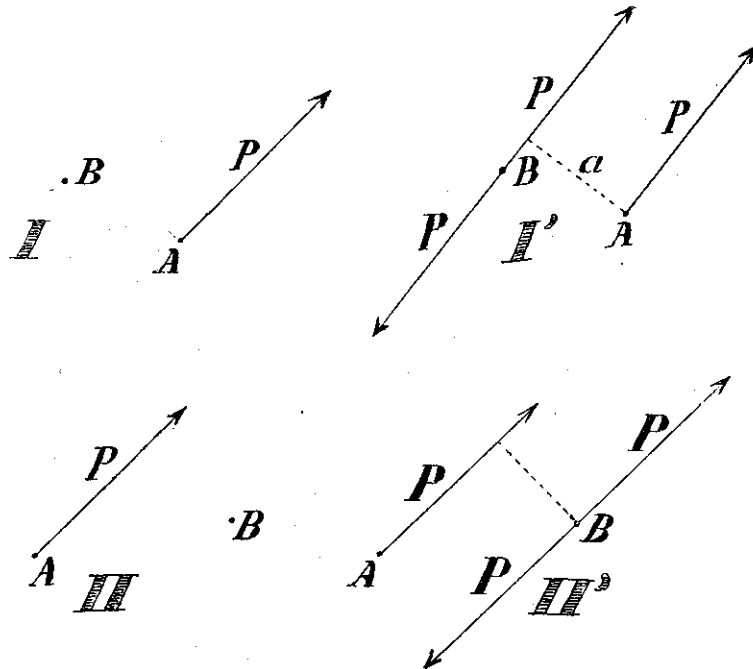


Fig. 18

Af Fig. 18 udleder man følgende Sætning:

En Kraft  $P$  kan parallelforskydes til en ny Angrebslinie i Afstanden  $a$ , naar man samtidig tilføjer en Svingkraft med Momentet  $+Pa$  eller  $-Pa$ .

Vi søger nu Ligevægtsbetingelsen for et Legeme, der kan dreje sig om en Akse, idet vi dog kun betragter det specielle Tilfælde, at alle de Kræfter, der paavirker Legemet, ligger i samme Plan vinkelret paa Aksen.

Lad  $P_1, P_2, P_3$  være givne Kræfter, og lad Kræfternes Plan skære Aksen i  $A$ . Vi parallelforskyder Kræfterne til  $A$  og faar da:

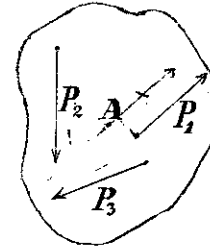


Fig. 19 a

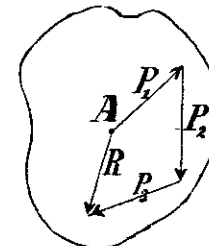


Fig. 19 b

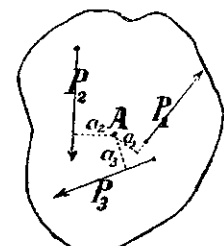


Fig. 19 c

- 1) En Enkeltkraft  $R$ , der findes ved geometrisk Addition af de givne Kræfter (sml. Fig. 19 a og Fig. 19 b).
- 2) En Svingkraft, hvis Moment  $M$  findes ved algebraisk Addition af de tilføjede Svingkræfters Momenter. Altsaa (sml. Fig. 19 a og Fig. 19 c):

$$M = P_1 a_1 + P_2 a_2 + P_3 a_3.$$

Enkeltkraften  $R$  vil ophæves af en lige saa stor, men modsat rettet Kraft hidrørende fra Aksen. Den eneste Ligevægtsbetingelse bliver derfor:

$$M = 0.$$

### Parallele Kræfter.

#### 1. Kræfterne er ens rettede.

De parallelle Kræfter  $P$  og  $Q$  med Angrebspunkterne  $A$  og  $B$  parallelforskydes til et Punkt paa Liniestykket  $AB$  (Fig. 20). Vi skal da tilføje Svingkræfterne  $+Pa_1$  og  $+Qb_1$ .

Vi vil nu sørge for, at disse Svingkræfter ophæver hinanden. Dette sker, naar

$$\frac{a}{b} = \frac{a_1}{b_1} = \frac{Q}{P} \text{ (een og kun een Løsning).}$$

$P$  og  $Q$  kan altsaa erstattes af en Resultant  $R$ , der

- 1) er parallel med de givne Kræfter,
- 2) er lig Kræfternes Sum,
- 3) deler Forbindelseslinien mellem Kræfternes Angrebspunkter

indvendigt i Stykker, der forholder sig omvendt som Kræfterne. (Resultanten er nærmest ved den største Kraft).

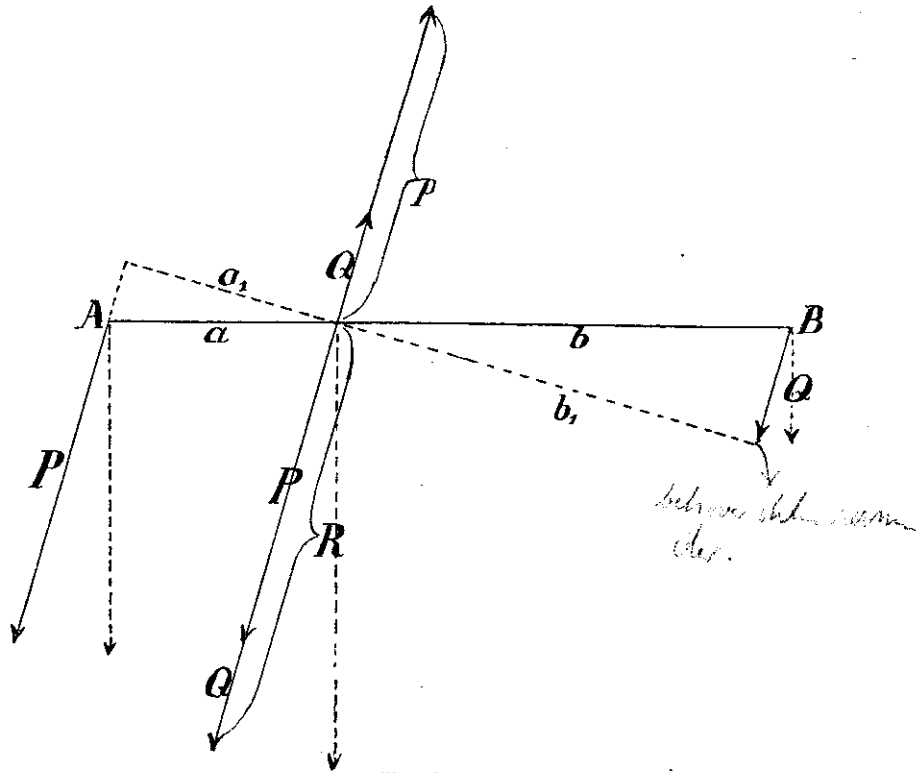


Fig. 20

Anm. Naar Resultantens Angrebepunkt vælges paa Linien AB, ligger det fast, selv om P og Q (og dermed R) skifter Retning (se Figuren).

## 2. Kræfterne er modsat rettede.

Hvis Kræfterne P og Q er lige store, danner de en Svingkraft, og en saadan kan ikke reduceres. Vi behøver derfor kun at betragte Tilfælde, hvor P og Q er ulige store, f. Eks.  $P > Q$ .

Kræfterne parallelforskydes til et Punkt paa Forlængelsen af Liniestykket AB (ud over A, Fig. 21). Vi skal da tilføje Svingkræfterne  $+Pa_1$  og  $-Qb_1$ . Disse ophæver hinanden, naar

$$\frac{a}{b} = \frac{a_1}{b_1} = \frac{Q}{P} \text{ (een og kun een Løsning).}$$

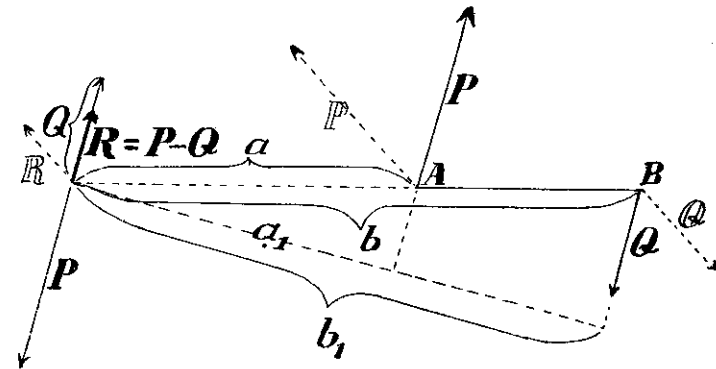


Fig. 21.

P og Q kan altsaa erstattes af en Resultant R, der

- 1) er parallel med de givne Kræfter,
- 2) er lig Kræfternes Differens,
- 3) deler Forbindelseslinien mellem Kræfternes Angrebepunkter udvendt i Stykker, der forholder sig omvendt som Kræfterne. (Resultanten er nærmest ved den største Kraft og har samme Retning som denne).

Anm. Naar Resultantens Angrebepunkt vælges paa Linien AB, ligger det fast, selv om P og Q (og dermed R) skifter Retning (se Figuren).

## Bestemmelse af et Legemes Tyngdepunkt.

I Fig. 22 er Punkterne

A, B, C, ...

Angrebepunkter for de parallelle Kræfter

$P_A, P_B, P_C, \dots$

Disse Kræfter ligger to og to i samme Plan og kan altsaa sammensættes ved gentagen Anvendelse af Reglerne Side 15 og 16.

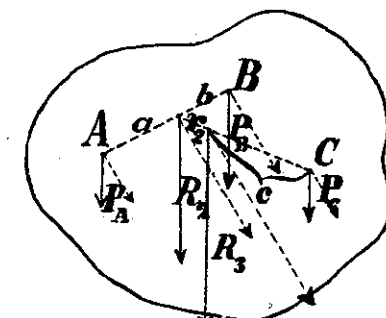


Fig. 22

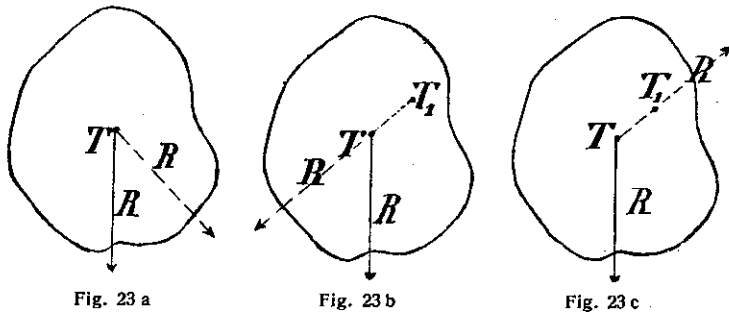
$$R_2 = P_A + P_B, \quad P_A \cdot a = P_B \cdot b;$$

$$R_3 = R_2 + P_C = P_A + P_B + P_C, \quad R_2 \cdot r_2 = P_C \cdot c;$$

Til sidst maa vi faa en samlet Resultant

$$R = P_A + P_B + P_C + \dots = \Sigma P$$

med et bestemt Angrebspunkt T, og dette bliver det samme, selv om alle Kræfterne skifter Retning (se Anmærkningen Side 16 og sammenlign Fig. 20 og Fig. 22).



Hvis Legemet understøttes i T, maa det være i Ligevægt; thi Resultanten R ophæves da af et Modtryk fra det faste Støttepunkt, og der optræder ingen Svingkræfter. Ligevægten forstyrres ikke, selv om alle Kræfterne skifter Retning (se Fig. 23 a).

Hvis Legemet derimod ikke understøttes i T, men i et vilkaarligt andet Punkt  $T_1$ , kan der ikke være Ligevægt undtagen for to specielle Retninger af Kræfterne (se Fig. 23 b og Fig. 23 c).

Vi begynder nu forfra og sammensætter Kræfterne i en anden Orden. Resultanten maa da atter blive  $R = \Sigma P$ , og vi maa finde samme Angrebspunkt T; thi kun naar dette ene Punkt understøttes, er der Ligevægt for enhver Retning af Kræfterne.

Ethvert Legeme kan tænkes delt i overordentlig smaa Dele A, B, C ..., der tiltrækkes af Jorden med de parallelle Kræfter  $P_A, P_B, P_C \dots$ . Disse kan ifølge det foregaaende sammensættes til en Resultant, der er lig Legemets Vægt og har et ganske be-

stemt Angrebspunkt (uafhængigt af Kraftretningen, d. v. s. Legemets Stilling, og tillige uafhængigt af den Orden, hvori Kræfterne sammensættes). Dette Punkt kaldes Legemets Tyngdepunkt. Hele Legemets Vægt kan tænkes samlet i dets Tyngdepunkt.

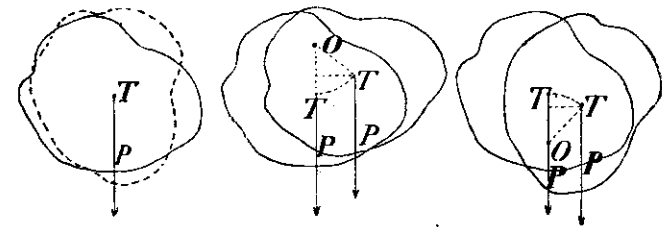


Fig. 24 a

Fig. 24 b

Fig. 24 c

Hvis et Legeme understøttes i Tyngdepunktet, er det i Ligevægt i enhver Stilling (ligegyldig Ligevægt, Fig. 24 a). Hvis det understøttes i andre Punkter, kan det være i Ligevægt i bestemte Stillinger (stadig eller ustadig Ligevægt, efter som Tyngdepunktet hæves eller sænkes, naar Legemets Stilling ændres lidt, Fig. 24 b og Fig. 24 c).

Ved homogene Legemer af en simpel geometrisk Form kan man i Reglen let finde Tyngdepunktet ved Regning.

- Eks. 1. Find Tyngdepunktet for en tynd Stang, en Cylinder, en Terning, en Kugle, en Ring.
- Eks. 2. Find Tyngdepunktet for en Trekant, og benyt Resultatet til Bestemmelse af en Firkants Tyngdepunkt.
- Eks. 3. Et firsidet, retvinklet Prisme med Kantlængderne 10 cm, 3 cm og 1 cm anbringes paa et vandret Bord. Find de mulige Ligevægtsstillinger, og gør Rede for Tyngdepunktets Bevægelse, naar Legemet føres lidt ud fra enhver af de fundne Stillinger.

Ved ikke-homogene Legemer og ved homogene Legemer, hvis Form ikke er simpel, maa man bestemme Tyngdepunktet ved Forsøg. Ophænges Legemet i et Punkt  $O_1$ , maa den lodrette Linie gennem Tyngdepunktet, Faldlinien, gaa igennem  $O_1$ . Gentages Forsøget med et nyt Ophængningspunkt  $O_2$ , kender man to Faldlinier, og disse maa skære hinanden i Tyngdepunktet.

homos (gr.) = samme, lige.

genos (gr.) = Art.

### ( Skaalvægten.

Et Legeme, der kan dreje sig om en Akse, kaldes en Vægtstang. I Tyngdepunktet virker en lodret Kraft, nemlig Legemets Vægt, og vi vil antage, at alle de øvrige Kræfter, der paa-virker Vægtstangen, ligger i samme lodrette Plan gennem Tyngdepunktet, og at Aksen er vinkelret paa dette Plan. Betingelsen for Ligevægt er da

$$M = 0, \text{ (helst)}$$

hvor M er Summen af samtlige Momenter m. H. t. Aksen (se Side 15).

Vægtstænger finder Anvendelse i Værktøj, Maskiner, Vejerredskaber o. s. v. Vi vil nøjes med at omtale det simpleste, men tillige det nøjagtigste af alle Vejerredskaber, nemlig Skaalvægten.

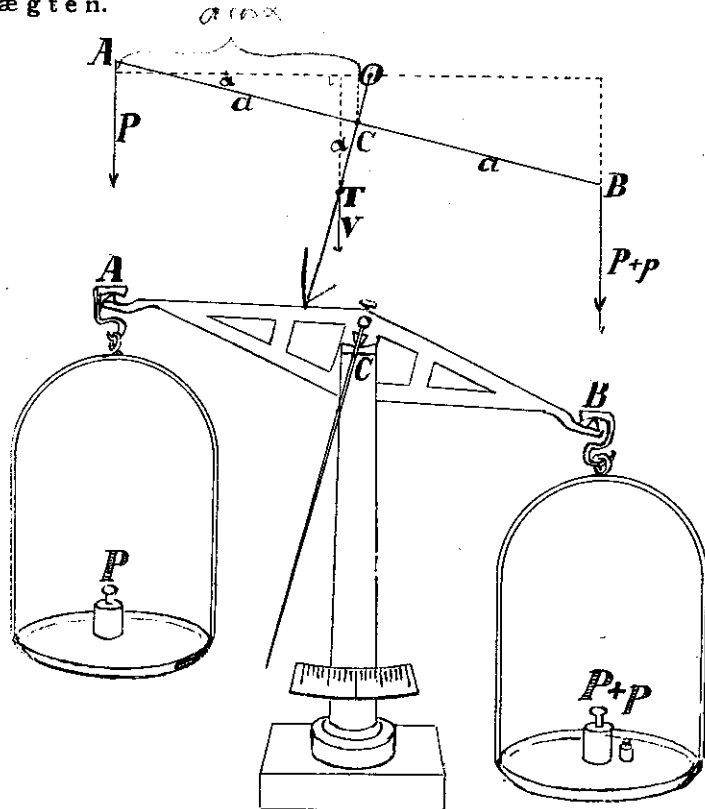


Fig. 25

Vægtstangsaksen O fremkommer ved, at et i Vægtstangen fastgjort skarpkantet Staalprisme, Kniven, vugger paa et svagt nedadbuget Leje af Halvædelsten (f. Eks. Agat). Lejet er tvedelt, idet Vægtstøtten er forsynet med en tilstrækkelig dyb og bred Fure, indenfor hvilken Vægtstangen kan dreje sig. Ved A og B findes de Knive, som Vægtskaalenes Ophængningslejer vugger paa. T er Vægtstangens Tyngdepunkt og V dens Vægt. AC og BC kaldes Vægtstangens Arme og er nøjagtig lige lange (a). Vi vil finde Udslaget (α) for en given Belastning (P) og en given Overvægt (p), eller, som man siger, bestemme Vægtens Følsomhed.

Ligevægtsbetingelsen bliver:

$$P[a \cos \alpha + OC \sin \alpha] + V \cdot OT \sin \alpha - (P + p)[a \cos \alpha - OC \sin \alpha] = 0,$$

$$\text{eller:} \quad \operatorname{tg} \alpha = P \cdot \frac{a}{(2P + p) \cdot OC + V \cdot OT}.$$

Man indretter altid Vægten saaledes, at de 3 Knivægge ligger i samme Plan ( $OC = 0$ ). Derved opnaar man, at det bliver Vægtens Konstruktion og ikke den tilfældige Belastning, der bestemmer Følsomheden ( $(2P + p) \cdot OC = 0$ ).

$$\text{Vi har nu:} \quad \operatorname{tg} \alpha = p \cdot \frac{a}{V \cdot OT}$$

og ønsker, at α skal være stor for en given Værdi af p. Vi maa altsaa have:

- 1) a stor. Paa dette Punkt renoncerer man som oftest; thi jo længere Vægtstangen er, des lettere vil den bøjes.
- 2) V lille. Ved at udskære Vægtstangen som vist i Figuren kan man formindske dens Vægt meget, uden at dens Styrke aftager kendeligt.
- 3) OT lille. Da man kan gøre OT saa lille, man selv vil, kan Følsomheden gøres saa stor, som man ønsker den. Hvorfor er det ikke heldigt at have  $OT = 0$ ?

Med stigende Følsomhed følger en voksende Svingningstid for Vægtstangen. Ved en Vejning behøver man ikke at afvente det Tidspunkt, hvor Svingningerne ophører. Man aflæser tre paa hinanden følgende Viserudsving paa Gradbuen; er disse  $n_1$ ,  $n_2$  og  $n_3$ , kan man regne, at der er Ligevægt, hvis

$$n_2 = \frac{n_1 + n_3}{2}.$$

### Vædskers Ligevægt (Hydrostatik).

En Vædskes Molekyler udmærker sig ved at være overordentlig letbevægelige. Selv under Paavirkning af den mindste Kraft kan de forskydes imellem hverandre. Denne Letbevægelighed forklarer Vædskernes nedenfor nævnte karakteristiske Egenskaber.

- 1) En Vædske antager Form efter den Beholder, hvori den befinder sig.
- 2) En Vædskes fri Overflade vil altid stille sig vinkelret paa de virkende Kræfters Resultant.
- 3) En Vædskes Tryk mod en Flade er altid vinkelret paa denne.
- 4) I en Vædske er Trykket i ethvert Punkt lige stort i alle Retninger.

Vi vil i det følgende antage, at Vædskan ikke paavirkes af

andre Kræfter end Tyngdekraften og Karvæggenes Modtryk. Den fri Overflade vil da stille sig vandret (om Haarrørvirkning se Side 46), og i den fri Overflade er Trykket Nul.

De øverste Vædskelag vil ved deres Vægt trykke paa de dybere liggende, saaledes at Trykket i Vædskan vokser med Dybden. Et vandret Fladeelement  $df$  i Dybden  $h$  vil modtage et Tryk, der er lig Vægten af den Vædskesøjle, der har  $df$  til Grundflade og  $h$  til Højde. Er Vædskens Vægtfylde  $d$ , bliver dette Tryk

$$P = df \cdot h \cdot d.$$

og Trykket pr. Fladeenhed

$$p = \frac{P}{df} = h \cdot d.$$

Vi har her betragtet Trykket nedad mod Fladeelementet  $df$ ; men Trykket opad har samme Størrelse, og selv om Fladeelementet drejes, modtager det stadig Trykket  $P$  paa hver Side.

hydor (gr.) = Vand.

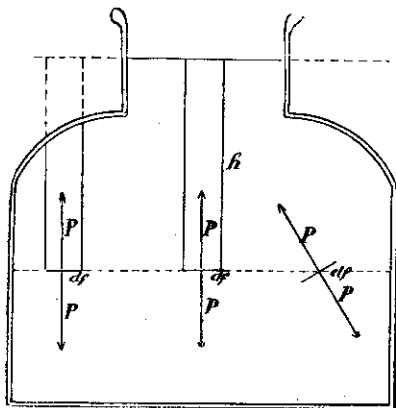


Fig. 26

Hvis Fladeelementet  $df$  forskydes vandret, maa Trykket forblive konstant, saalænge Lodlinien gennem  $df$  skærer Vædskens

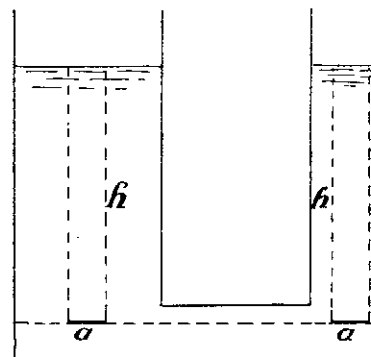


Fig. 27 a

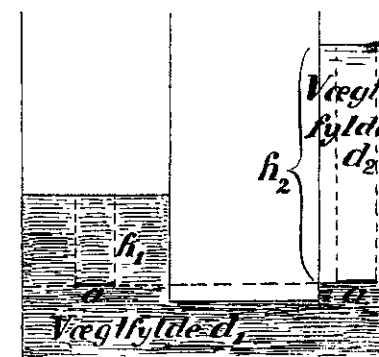


Fig. 27 b

fri Overflade, og Sætningen vedbliver at gælde, selv om dette ikke er Tilfældet, idet Karvæggen yder et Modtryk, der erstatter den »manglende« Vædskemængde.

En Flade, der gaar igennem Punkter med samme Tryk, kaldes en Niveauflade. Niveauflaterne er altsaa vandrette Planer — uden Hensyn til Karrets Form. Trykket vokser proportionalt med Afstanden fra den fri Overflade.

Er to forbundne Kar fyldt med samme Vædske, maa de fri Overflader ligge i samme vandrette Plan, men paafyldes to Vædsker, maa Højderne  $h_1$  og  $h_2$  over Grænseniveauet AA forholde sig omvendt som de to Vædskers Vægtfylde  $d_1$  og  $d_2$ .

I Fig. 28 a er vist en rektangulær Flade, der er nedsænket i en Vædske. De skraa Sider har Længden  $s$  cm, og de vandrette er  $1$  cm lange og beliggende henholdsvis  $H$  og  $h$  cm under den fri Overflade. For Nemheds Skyld antager vi, at Vædskan har Vægtfylden  $1$ . Som Fladeelement benyttes en vandret Strimmel

$$df = ds \cdot 1 = ds.$$

Trykket paa dette Fladeelement er lig det skraverede Areal i Fig. 28 b, og man ser, at det paa hele Fladen virkende Tryk  $P$  er lig Arealet af Trapezet  $AA_1B_1B$ , altsaa:

$$P = s \cdot \frac{H + h}{2}.$$

$P$ 's Angrebepunkt  $C$  kaldes Trykcentret. Dets Beliggenhed er bestemt derved, at  $P$  skal gaa igennem Tyngde-

punktet  $T_1$  for Trapezet  $AA_1B_1B$ . Det ligger altsaa dybere end Fladens Tyngdepunkt  $T$ .

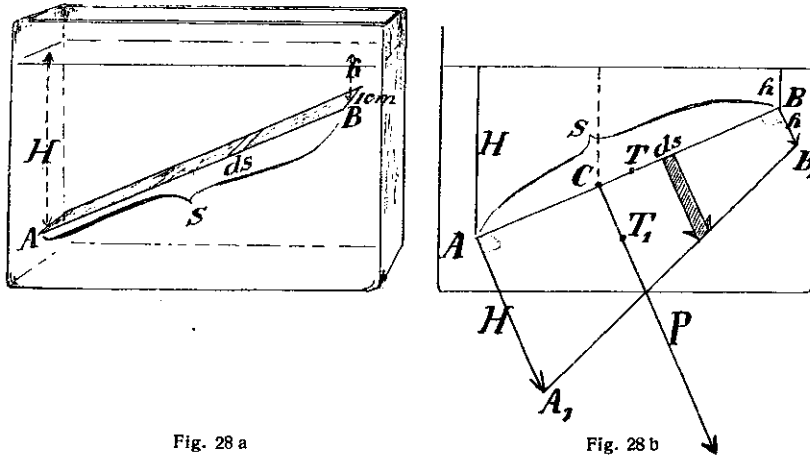


Fig. 28 a

Fig. 28 b

Hvis Fladen er dybt nedsænket i Vædsken eller stillet næsten vandret, er  $h$  omtrent 100 % af  $H$ , og Afstanden mellem Trykcentret og Fladens Tyngdepunkt bliver da meget ringe.

Vi vil nu antage, at der virker et Tryk paa Vædskens fri Overflade. Lad os betragte den før nævnte Vædske med Vægt-

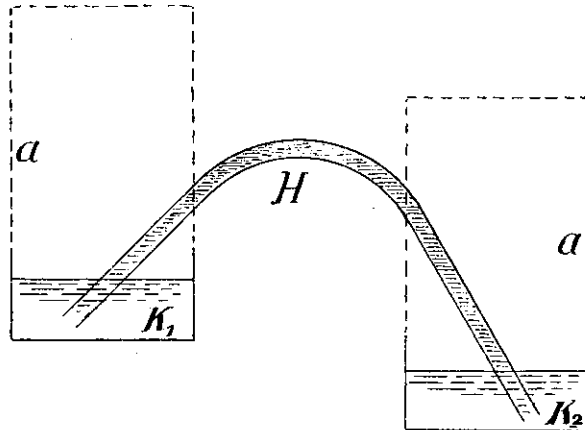


Fig. 29

fylden  $\gamma$ , og lad Trykket paa den fri Overflade have en saadan Størrelse, at det kan erstatte Trykket af en 10 m høj Vædske-

søjle. Den fri Overflade bliver da at betragte som en Niveau-flade svarende til Dybden 1000 cm. I Punkterne A og B (Fig. 28 b) hersker Tryk svarende til Dybderne  $1000 + H$  og  $1000 + h$ . De parallelle Sider i Trapezet  $AA_1B_1B$  bliver da meget lange, og Trykcentret C falder næsten sammen med Tyngdepunktet T.

Karrene  $K_1$  og  $K_2$  og den togrenede Hævert H (Fig. 29) er fyldt med samme Vædske. Paa de fri Overflader virker Atmosfærens Tryk, der er lig Trykket af en Vædskesøjle, hvis Højde er  $a$ . Kan Vædsken i H være i Ligevægt?

### Archimedes' Lov.

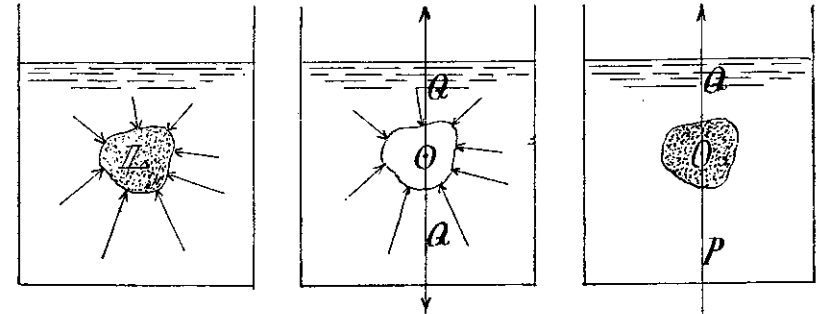


Fig. 30 a

Fig. 30 b

Fig. 30 c

I Fig. 30 a er vist et Legeme L, der er nedsænket i en Vædske. Pilene antyder de fra Vædsken hidrørende Tryk. Disse maa kunne sammensættes til en Enkeltkraft; thi tænker vi os Legemet fjernet og dets Plads udfyldt med Vædske, maa Erstatningsvædsken modtage de samme Tryk, som før virkede paa Legemet, og da Vædsken er i Ligevægt, maa der eksistere en Trykresultant, der ophæver Erstatningsvædskens Vægt (Fig. 30 b).

Erstatningsvædskens Tyngdepunkt O er det samme som Tyngdepunktet for et homogent fast Legeme, der udfylder samme Rum. I dette Punkt virker de lige store og modsat rettede Kræfter: Erstatningsvædskens Vægt og Trykresultanten.

Indsættes Legemet L igen paa sin Plads, maa Trykresultanten blive nøjagtig den samme som før. Den kaldes Vædskens Opdrift paa Legemet og er lig Vægten

af den fortrængte Vædskemængde, og hvad enten Legemet er homogent eller ikke, angriber den i Punktet O, det saakaldte Opdriftscentrum.

Legemets Vægt P virker i dets Tyngdepunkt T, der jo falder sammen med Opdriftscentret O, hvis Legemet er homogent (Fig. 30 c).

- 1)  $P = Q$ . Legemet kan svæve i Vædsken. Hvis T ikke falder sammen med O, vil Legemet dreje sig saaledes, at Linien TO bliver lodret.
- 2)  $P > Q$ . Legemet vil synke til Bunds, men kan holdes oppe af et Snoretræk af Størrelsen  $P - Q$ .
- 3)  $P < Q$ . Legemet vil stige til Vejs, men kan holdes nede af et Snoretræk af Størrelsen  $Q - P$ . Overladt til sig selv vil det derimod flyde oven paa og netop være saa dybt nedsænket i Vædsken, at dets Vægt og den fortrængte Vædskemængdes Vægt er lige store.

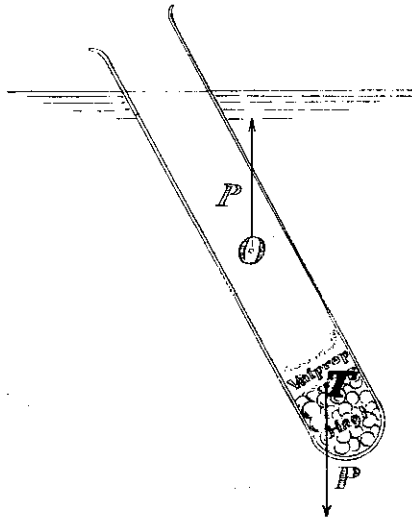


Fig. 31

Tyngdepunktet T for Skib og Ladning skal altid ligge dybere end Opdriftscentret O. Jo større Afstanden TO er, des større er Skibets Evne til at rejse sig igen, naar det er krænget over i en skraa Stilling.

### Vægtfylde.

Ved et Legemes Vægtfylde forstaas Vægten pr. Rumfangsenhed. I det følgende benyttes altid Gram og  $\text{cm}^3$  (egentlig Milliliter, se Side 3). Destilleret Vands Vægtfylde ved  $4^\circ$  er da lig 1, og et Legemes Vægtfylde kan altsaa ogsaa defineres som Forholdet mellem Legemets Vægt og Vægten af samme Rumfang destilleret Vand ved  $4^\circ$ .

Vi vil benytte følgende Betegnelser:

P..... Legemets Vægt.

V..... Legemets Rumfang ved  $t^\circ$  = Vægten af samme Rumfang destilleret Vand ved  $4^\circ$ .

Q..... Vægten af en »Hjælpevædske« med samme Rumfang (ved  $t^\circ$ ).

$d = \frac{P}{V}$ ... Legemets Vægtfylde (ved  $t^\circ$ ).

$\frac{P}{Q}$ ... Legemets Vægtfylde i Forhold til Hjælpevædsken (ved  $t^\circ$ ).

$\delta = \frac{Q}{V}$ ... Hjælpevædskens Vægtfylde (ved  $t^\circ$ ).

Man har altsaa:

$$d = \frac{P}{V} = \frac{P}{Q} \cdot \frac{Q}{V} = \frac{P}{Q} \cdot \delta.$$

Lad et fast Legeme eller en Vædske have

P Rumfanget  $V_1$  og Vægtfylden  $d_1$  ved Temperaturen  $t_1$  og  
P —  $V_2$  — —  $d_2$  — —  $t_2$  ( $t_2 \geq t_1$ ).

Man har da:

$$d_1 = \frac{P}{V_1}, \quad d_2 = \frac{P}{V_2} = \frac{P}{V_1 (1 + \beta (t_2 - t_1))} = \frac{d_1}{1 + \beta (t_2 - t_1)},$$

hvor  $\beta$  er Rumudvidelseskoefficienten (sml. Varmelæren Side 50).

Udvidelseskoefficienten kan altsaa beregnes, naar man bestemmer Vægtfylden ved to Temperaturer, f. Eks. ved Stuetemperaturen og ved  $100^\circ$ . Metoden har kun Betydning for Vædskernes Vedkommende.

I de følgende Forsøg tager vi ikke Hensyn til Vandets Udvidelse ved Opvarmning fra  $4^\circ$  til Stuetemperaturen ( $\delta_{15} = 0.99913$ ).

**Forsøg Nr. 1. Messings Vægtfylde. (E)**

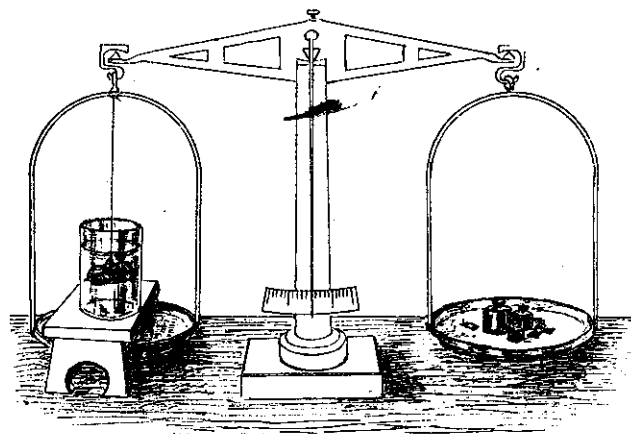


Fig. 32

Messingcylinder.  
Skydelære.  
Vægt med Lodder.  
Lille Træskammel.

Cylinderglas.  
Sytraad.  
Destilleret Vand.

Vi benytter de samme Betegnelser som paa Side 27 og skønner ved hvert Forsøg over Resultatets større eller mindre Nøjagtighed.

a) Cylinderens Højde  $h$  og dens Diameter  $2r$  udmaales, og man har:

$$d = \frac{P}{V} = \frac{P}{\pi r^2 h}.$$

b) Opdriften i Vand bestemmes som vist paa Tegningen. Man har da, idet  $\delta$  er lig 1:

$$d = \frac{P}{Q}.$$

**Forsøg Nr. 2. Sands Vægtfylde. (E)**

Glas med fint, tørt Sand. Vægt med Lodder og Tara.  
Tragt. Destilleret Vand.  
Pyknometer (med gennemboret Prop). Klud.

Pyknometret aftørres og fyldes derpaa halvt med Sand. Sandet vejes, Pyknometret efterfyldes med destilleret Vand, og ny Vejning foretages. Sand og Vand skylles ud, Pyknometret fyldes helt med destilleret Vand, og dettes Vægt bestemmes. Af Vejningsresultaterne beregnes Sandets Vægtfylde.

puknos (gr.) = tung.

(Pyknometret aftørres før hver Vejning. Vandet skal fylde Gennemboringen i Proppen, og der maa ingen Luftperler være tilbage i Pyknometret).

**Forsøg Nr. 3. Justering af et Aræometer ved Westphals Vægt. (E)**

Westphals Vægt.  
Aræometer.  
Lille Cylinderglas.  
Stort Cylinderglas.  
Destilleret Vand.  
Sprit.  
Blandinger af dest. Vand og Sprit (f.  
Eks.  $\frac{3}{4}$  Vand  $\frac{1}{4}$  Sprit,  $\frac{1}{2}$  Vand  
 $\frac{1}{2}$  Sprit,  $\frac{1}{4}$  Vand  $\frac{3}{4}$  Sprit).

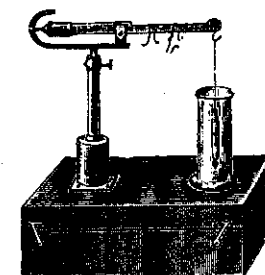


Fig. 33

Westphals Vægt består af en Svømmer, der hænger i en Vægtstangsarm og afbalanceres af en fast Modvægt. Til Vægten hører et System af Ryttere, hvis Vægt er

$$Q, \frac{Q}{10}, \frac{Q}{100}, \frac{Q}{1000},$$

idet  $Q$  er Opdriften paa Svømmeren, naar denne nedsænkes i destilleret Vand (af  $15^\circ$ ). Vægtstangsarmen fra Omdrejningsaksen til Svømmerens Ophængningspunkt er 10-delt, og vi vil altid tænke os Ryttere, der ophænges i Delingspunkterne, »flyttet ud« til Svømmerens Afstand.

Eksempel.

Vægten  $Q$  med Armen  $0,1x_1 =$  Vægten  $0,1x_1 \cdot Q$  med Armen 1.

—  $\frac{Q}{10}$  — —  $0,0x_2 =$  —  $0,0x_2 \cdot Q$  med Armen 1.

—  $\frac{Q}{100}$  — —  $0,00x_3 =$  —  $0,00x_3 \cdot Q$  med Armen 1.

—  $\frac{Q}{1000}$  — —  $0,000x_4 =$  —  $0,000x_4 \cdot Q$  med Armen 1.

Hvis disse Ryttere ophæver Opdriften paa Svømmeren, naar denne nedsænkes i Sprit, er Vægten af den fortrængte Sprit  $P = 0,1x_1 \cdot Q + 0,0x_2 \cdot Q + 0,00x_3 \cdot Q + 0,000x_4 \cdot Q = 0,1x_1x_2x_3x_4 \cdot Q$ , og Sprittens Vægtfylde (ved Stuens Temperatur) er

$$d = \frac{P}{Q} = 0,1x_1x_2x_3x_4.$$

araios (gr.) = lidet tæt, let.

Paa samme Maade bestemmer man Vædskeblandingerne Vægtfylde, og Aræometrets Inddeling kan nu kontrolleres (5 forskellige Vægtfylde).

Anm. Naar Vand og Sprit blandes, sker der en Rumfangsformindskelse. En Blanding af lige Rumfang af Vand og Sprit vil derfor have en Vægtfylde, der er større end Middeltallet af Vægtfylderne for de rene Vædske.

**Forsøg Nr. 4. Petroleums Udvidelseskoefficient bestemt ved Pyknometer. (E)**

|                              |                                        |
|------------------------------|----------------------------------------|
| Petroleum.                   | Tændstikker.                           |
| Pyknometer (med Termometer). | Emaileret Bæger, heri en lille Trefod. |
| Vægt med Lodder og Tara.     | Vand.                                  |
| Trefod.                      | Klud.                                  |
| Gaslampe.                    |                                        |

Pyknometret aftareres og fyldes med Petroleum, hvis Temperatur  $t_1$  og Vægt  $P'$  bestemmes, hvorpaa det sættes ned i Vand (paa den lille Trefod). Vandet bringes i Kog, og den højeste Temperatur  $t_2$  inde i Pyknometret samt Vægten  $P''$  af det tilbageblevne Petroleum bestemmes.

Er Pyknometrets kolde og varme Rumfang henholdsvis  $V'$  og  $V''$ , bliver Petroleums tilsvarende Vægtfylde:

$$d_1 = \frac{P'}{V'} \quad \text{og} \quad d_2 = \frac{P''}{V''} = \frac{P''}{V' (1 + \gamma (t_2 - t_1))},$$

idet  $\gamma = 0,000027$  er Glassets Rumudvidelseskoefficient, og endvidere har man (se Side 27):

$$d_2 = \frac{d_1}{1 + \beta (t_2 - t_1)},$$

hvor  $\beta$  er Udvidelseskoefficienten for Petroleum.

Man har altsaa:

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{P'}{P''} (1 + \gamma (t_2 - t_1)) = 1 + \beta (t_2 - t_1),$$

og af den sidste Ligning kan  $\beta$  beregnes.

I Varmelærens Forsøg Nr. 23 er  $\beta$  bestemt ved Dilatometer. De to Forsøgsresultater sammenlignes.

**Vægtfyldetabel.**

|                             |      |                             |          |
|-----------------------------|------|-----------------------------|----------|
| Aluminium .....             | 2,7  | Is .....                    | 0,917    |
| Bly .....                   | 11,3 | Granit .....                | 2,7      |
| Guld .....                  | 19,2 | Asfalt .....                | 1,4      |
| Jern, Smedejern og Staal .. | 7,8  | Portland Cement .....       | 1,26     |
| —, Støbejern .....          | 7,2  | Træ, Egetræ .....           | 0,7      |
| Kobber .....                | 8,6  | —, Grantræ .....            | 0,5      |
| Kvægsølv .....              | 13,6 | Kork .....                  | 0,2      |
| Messing, 34 % Zn .....      | 8,4  | Petroleum, ved 18° .....    | 0,8      |
| Platin .....                | 21,4 | Alkohol, ved 18° .....      | 0,791    |
| Sølv .....                  | 10,5 | Æter, ved 18° .....         | 0,717    |
| Tin .....                   | 7,3  | Havvand .....               | ca. 1,03 |
| Zink .....                  | 7,1  | Luftens Normalvægtfylde ... | 0,001293 |

**Luftarters Ligevegt (Aërostatik).**

Molekylerne i en Luftart er ligesom Vædskemolekylerne overordentlig letbevægelige, saa de kan forskydes mellem hverandre under Paavirkning af den mindste Kraft. En bestemt Mængde Luft kan udfylde et vilkaarlig stort Rum, men kan ogsaa presses sammen i en forholdsvis lille Beholder. En Luftart kan derfor aldrig have nogen fri Overflade, men de øvrige for Vædskerne karakteristiske Egenskaber (se Side 22) kan direkte overføres paa Luftarter.

I Varmelæren har vi gjort Rede for, hvorledes en indespærret Luftmasses Tryk afhænger af Rumfanget og Temperaturen (Mariottes Lov, Gay-Lussacs Lov, Luftarternes Tilstandsligning), og vi har tillige omtalt Luftarternes kinetiske Teori. At Luft-havet uden omkring Jorden, Atmosfæren, kan have en »fri Overflade« uden at udbrede sig over hele Verdensrummet skyldes, at selv Molekyler med stor Hastighed holdes tilbage af Jordens Tiltrækning.

Ligesom Trykket aftager opefter i en Vædske saaledes ogsaa i Luften. En Barograf, d. v. s. en selvregistrerende Lufttrykmaaler, der sendes op med en Luftballon, viser et stedse faldende Lufttryk. Der er imidlertid her en Forskel, der bør bemærkes. Medens Sammentrykkeligheden for Vædske er overordentlig ringe, gælder dette jo slet ikke for Luftarterne (Mariottes Lov), og heraf følger, at medens Vægtfylden for en Vædske ikke forandrer sig kendeligt fra Bunden og opefter, er der en stadig Af-tagen af Vægtfylden fra de lavere til de højere Lag i Atmosfæren. Da Trykket i en bestemt Højde tillige er stærkt afhængig af Lufttemperaturen (Gay-Lussacs Lov), er den nøjagtige Bereg-

aër (gr.) = Luft.

baros (gr.) = Vægt, Tyngde.

ning af Afhængigheden mellem Lufttrykket og Højden over Jordoverfladen ret besværlig.

Archimedes' Lov kan udledes for Luftarter paa samme Maade som for Vædsker. Et Legeme, der befinder sig i Luften, vejer mindre end det vilde veje i lufttomt Rum, og Forskellen er lig den fortrængte Luftmængdes Vægt. En Luftballon vil stige til en saadan Højde, at den fortrængte Luft ikke vejer mere end Ballonen (Gas, Hylster, Gondol, Instrumenter, Passagerer). Ved nøjagtige Vejninger maa man tage Hensyn til, at der kan være forskellig Opdrift paa Legemet og Vægtlodderne (Dasymetret, sml. ogsaa Side 3).

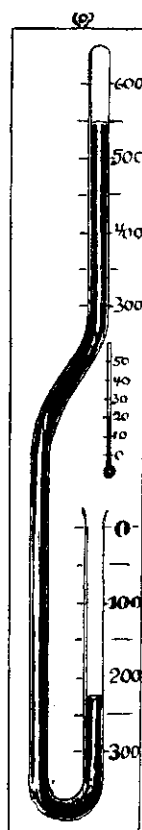


Fig. 34

### Barometret.

Nøjagtige Maalinger af Lufttryk udføres med Barometret. I Fig. 34 ses et Barometer, der ofte (med et uheldigt Navn) kaldes Hævertbarometret. Rummet over Kvægsølv i det bøjede Glasrørs lange Gren skal være lufttomt. (Naar man lader Kvægsølvet slaa mod den lukkede Ende af Røret, skal Stødet give en skarp Lyd). Barometret skal anbringes i lodret Stilling. Ved nøjagtige Maalinger maa den aflæste Kvægsølvhøjde korrigeres.

1. Korrektion for Maalestockens Udvidelse. Maalestocken regnes at være rigtig ved 0°. Har man ved  $t^\circ$  maalt, at Kvægsølvhøjden var  $b$  cm, er  $b$  for lille et Tal. Det rigtige Tal er

$$b_1 = b(1 + \alpha t),$$

idet  $\alpha$  er Maalestockens Længdeudvidelseskoefficient.

2. Korrektion for Kvægsølvs egen Udvidelse.

$b_1$  cm er Højden af en Kvægsølvssøjle, der er  $t^\circ$  varm. Ved 0° vilde det samme Tryk udøves af en Kvægsølvssøjle, der havde den noget mindre Højde

gondola (ital.) = Baad.

dasys (gr.) = tæt.

$$b_2 = b_1 \cdot \frac{d}{d_0} = \frac{b_1}{1 + \beta t},$$

idet  $\beta$  er Kvægsølvs Udvidelseskoefficient (0.000181) og  $d$  og  $d_0$  dets Vægtfylde ved henholdsvis  $t^\circ$  og  $0^\circ$  (se Side 23 og Side 27).

Korrektionerne 1) og 2) udregnes een Gang for alle og opføres under ét i Tabelform. De nedenfor anførte Værdier skal trækkes fra den aflæste Barometerstand.

| Temperatur. | Aflæst Barometerstand (i mm). |      |      |      |                |      |      |      |
|-------------|-------------------------------|------|------|------|----------------|------|------|------|
|             | 740                           | 750  | 760  | 770  | 740            | 750  | 760  | 770  |
| 5°          | 0,60                          | 0,61 | 0,62 | 0,62 | 0,64           | 0,65 | 0,66 | 0,66 |
| 10°         | 1,20                          | 1,22 | 1,23 | 1,25 | 1,28           | 1,30 | 1,31 | 1,33 |
| 15°         | 1,80                          | 1,82 | 1,85 | 1,87 | 1,92           | 1,94 | 1,97 | 1,99 |
| 20°         | 2,40                          | 2,43 | 2,46 | 2,49 | 2,56           | 2,59 | 2,62 | 2,65 |
|             | Messingmaalestock             |      |      |      | Glasmaalestock |      |      |      |

### 3. Korrektion for Kvægsølvs Damptryk.

Over Kvægsølv i den lukkede Gren er der altid mættede Kvægsølvdampe. De Korrektioner, der kan blive Tale om ved almindelige Lufttemperaturer, er dog kun smaa.

### 4. Korrektion for Haarrørsvirkningen.

Haarrørsvirkningen faar ingen Betydning, naar der er samme store Rørvidde ved begge Overfladerne (sml. Side 46 og 47).

### 5. Korrektion for Breddegraden og for Højden over Havfladen.

Tyngdekraftens Træk i en bestemt Mængde Kvægsølv afhænger af Breddegraden og af Højden over Havfladen (se Side 133). Naar alle de foranstaaende Korrektioner er udført, vil et bestemt Lufttryk  $L$  altsaa ikke give samme Barometerstand alle vegne. Man maa da udregne den Barometerstand, der svarer til Trykket  $L$  paa en bestemt Breddegrad og i en bestemt Højde (f. Eks. 45° Bredde og ved Havets Overflade).

Paa saadanne videnskabelige Ekspeditioner, hvor den mindst mulige Bagage er paakrævet (Bjergbestigninger, arktiske Ekspeditioner etc.), anvendes ofte Hypsometret, der er et lille Apparat til Bestemmelse af Vandets Kogepunkt.

hypsos (gr.) = Højde.

Det til Apparatet hørende fint inddelte Termometer er justeret saaledes, at det straks angiver Barometerstanden i mm Kvægsølv (se Varmelæren Side 35).

## Molekulære Kræfter.

Vi har i det foregaaende regnet med Legemer af ideel Beskaffenhed. Ved faste Legemer antoges Molekylerne at være saa fast bundne til hverandre, at der ikke kunde forekomme Afstandsforandringer mellem Punkter i Legemerne, selv om de ydre Paavirkninger var nok saa store, og ved Vædske og Luftarter forudsattes det, at Molekylerne kunde bevæge sig imellem hverandre uden Gnidning. Vi vil nu kort omtale, hvorledes de virkelige Legemer er beskafne.

### 1. Faste Legemer.

Naar man vil sønderrive eller knuse et Legeme, maa man overvinde dets Sammenhængskraft eller Kohæsion. Anbringes en Jernstang fastspændt i lodret Stilling, og underkastes den et Træk, der kontinuert forøges, vil der komme et Øjeblik, hvor Stangens Tværsnit kendeligt formindskes, og ved yderligere Belastning brister den. Anbringes en Cementtærning i en Presse, der kan levere et kontinuert voksende Tryk, vil Tærningen tilsidst knuses.

Et Legemes Haardhed, Sejghed og Elasticitet forandres i Reglen stærkt ved mekanisk Behandling eller ved Ophedning med paafølgende Afkøling. Visse Metaller bliver haardere ved Hamring, en Jerntraad kan blive sejgere ved passende Strækning, Staal kan hærdes ved Ophedning til Rødgldhede og derpaa følgende pludselig Afkøling o. s. v. De Kræfter, som vi sammenfatter under Navnet Kohæsion, er saaledes i høj Grad foranderlige, og Kendskab til disse Ting er stærkt paakrævet overfor Materialer, der anvendes i Haandværk og Industri (Materiallære).

Mellem Molekylerne i to forskellige Legemer kan ofte paa-vises Vedhængning eller Adhæsion. To Spejlglassplader, der skydes ind over hinanden, hænger godt sammen; Glaspropper kan »gro fast«. Al Sammenklæbning eller -kitning

cohæreo (lat.) = hænger sammen.

adhæreo (lat.) = hænger ved.

beror paa Adhæsion. Da Klæbestoffernes Kohæsion ofte er ringe, vil en Sammenklæbnings Godhed altid bero paa, hvor tyndt man kan gøre Klæbelaget.

### Forsøg Nr. 5. Elastiske Spiraler. (E)

Messingtraad ( $\frac{1}{2}$  mm).  
Spatel.  
Forsøgsstativ.  
Meterstok.  
Kasse med Vægtlodder.  
Traad.  
Saks.  
Papir.  
Tyk Schellakopløsning.

En Meter Messingtraad opvikles paa Spatelen til en Spiral. I Enderne af Spiralen bøjes Traaden til passende Kroge. Spiralen hænges op som vist paa Tegnningen og indstilles saaledes, at en paaklæbet Papirviser peger f. Eks. paa 30 cm. Derpaa belastes Spiralen, og Viserens nye Stilling aflæses. Belastningen aftages, og det undersøges, om Viseren vender tilbage til Nulpunktet (30 cm). Forsøget gentages med stedse større Belastning, indtil det med Sikkerhed konstateres, at Spiralen har faaet en blivende Forlængelse. En Tabel som vedføjede udfyldes.

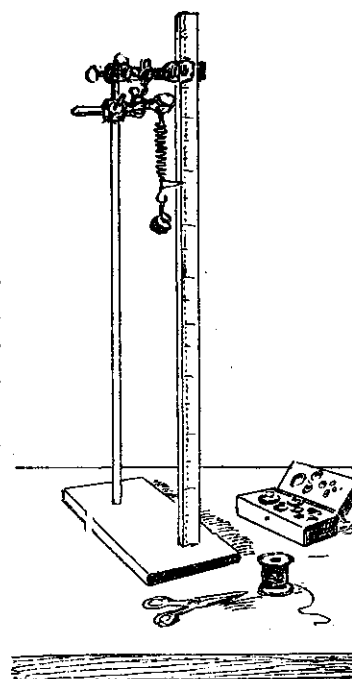


Fig. 35

| Vægt i Gram. | Viserstilling. | Spiralforlængelse. | Spiralforlængelse pr. Gram. | Har Spiralen faaet en varig Forlængelse? |
|--------------|----------------|--------------------|-----------------------------|------------------------------------------|
|              |                |                    |                             |                                          |

Foretag en grafisk Afbildning med Belastningen som Abscisse og Spiralforlængelsen som Ordinat.

### Strækning og Sammentrykning.

(Elasticitetskoefficient; Elasticitetsgrænse; Brudgrænse).

Vi belaster en Traad af det Stof, vi vil undersøge, men Belastningen maa ikke være saa stor, at der indtræder en varig Forlængelse. Den strakte Traad vil da være forlænget et Stykke  $l$ , der er proportional med Belastningen  $P$  og med den oprindelige Længde  $L$ , men omvendt proportional med Tværsnitsarealet  $A$ . Man har altsaa:

$$l = \frac{P \cdot L}{E \cdot A},$$

hvor  $E$  er en Konstant, der kaldes Elasticitetskoefficienten.

$P$  angives i kg og  $A$  i mm<sup>2</sup>.  $L$  og  $l$  kan maales med en vilkaarlig, men fælles Enhed.

Sættes  $P = 1$  og  $A = 1$ , finder man:

$$\frac{l}{L} = \frac{1}{E}.$$

Heraf ses Betydningen af  $E$ . Er  $E$  f. Eks. 20000, vil Forlængelsen være  $\frac{1}{20000}$  af den oprindelige Længde, naar Belastningen er 1 kg og Traadens Tværsnitsareal 1 mm<sup>2</sup>.

Ved Elasticitetsgrænsen forstaas den Vægt, hvormed en Traad, hvis Tværsnitsareal er 1 mm<sup>2</sup>, skal belastes, for at der skal indtræde en varig Forlængelse. Elasticitetsgrænsen er ikke skarp, og de fleste Legemer lider efter at have været udsat for Træk (eller Tryk) af »elastiske Eftervirkninger«, saaledes at den endelige Tilbagevenden til den oprindelige Form tager kortere eller længere Tid. Man har fundet, at de elastiske Eftervirkninger er særlig ringe ved Traade, der er trukket af smeltet Kvarts.

Brudgrænsen maales ved den Vægt i kg, hvormed en Traad, der er 1 mm<sup>2</sup> i Tværsnitsareal, skal belastes for at sønderrives.

Trukne Metaltraade (uglødede)

| Stof        | Elasticitetskoefficient | Elasticitetsgrænse | Brudgrænse |
|-------------|-------------------------|--------------------|------------|
| Guld.....   | 7000—9500               | 14                 | 27         |
| Sølv.....   | 6000—8000               | 11                 | 29         |
| Kobber..... | ca. 12000               | > 12               | indtil 50  |
| Staal.....  | ca. 20000               | > 50               | indtil 250 |

For Sammentrykning af en cylindrisk Stang (i Stangens Længderetning) gælder en lignende Lov som for Strækning; men det Tryk, hvorved Legemerne knuses, er ofte meget forskelligt fra det Træk, der kan sønderrive dem.

Forsøg Nr. 6. Strækning af Kobbertraad. ( $L$ )

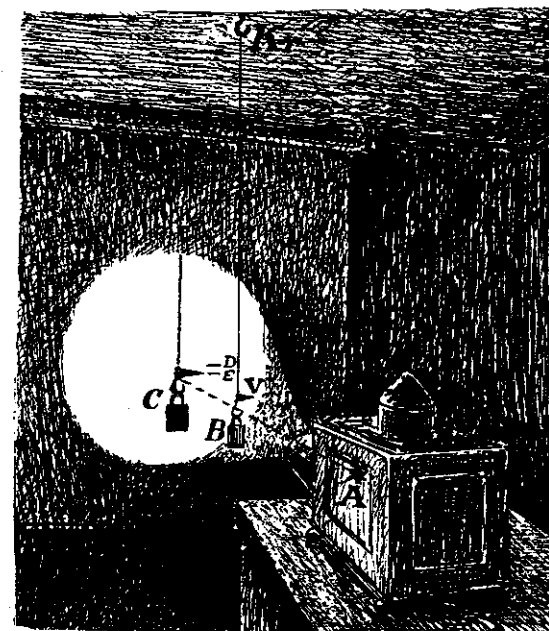


Fig. 36

|                                         |                            |
|-----------------------------------------|----------------------------|
| Kobbertraad, $\frac{1}{2}$ mm.          | Vægtlodder (indtil 10 kg). |
| Jernkrog.                               | Papir.                     |
| Krog eller Klemskrue under Loftet.      | Saks.                      |
| Lysbilledapparat (alle Linser udtaget). | Shellakopløsning.          |
| Maalebaand.                             | Trækasse med Sand.         |
| Skydelære.                              |                            |

Apparaterne stilles op som Fig. 36 viser. Afstanden Kr—V er nøjagtig 2 m. Afstandene fra den positive Kulspids A til B og C kan passende være 40 cm og 4 m. Herved opnaas, at de paa Skærmen ved C bestemte Afstande blot skal divideres med 10 for at give Traadforlængelserne.

Paa Skærmen sættes et Blyantsmærke D for »Skyggeviserens« Nulstilling. Krogen belastes med en passende Vægt, Vise-rens nye Stilling mærkes (Figurens E), og Afstanden DE maales med Skydelære. Man kan nu af Formlen

$$l = \frac{P \cdot L}{E \cdot A} \quad \text{eller} \quad E = \frac{P \cdot L}{A \cdot l}$$

beregne Elasticitetskoefficienten.

Dernæst findes den Vægt, der skal ophænges paa Krogen for at give en varig Forlængelse (Elasticitetsgrænsen skal netop overskrides), samt den Vægt, der bringer Traaden til at briste. Før denne sidste Del af Forsøget stilles Kassen med Sand under Loddet, for at dette kan afslutte sit Fald paa en lempelig Maade.

### Bøjning og Snoning.

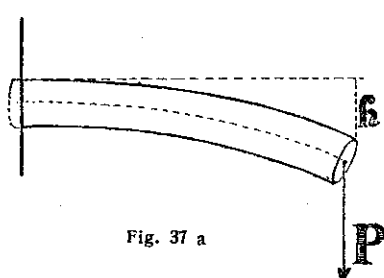


Fig. 37 a

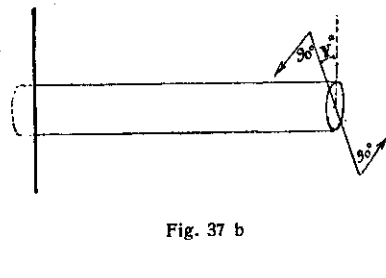


Fig. 37 b

Vi anbringer en Stang af det Stof, vi vil undersøge, i vandret Stilling og med den ene Ende fastspændt i en Skruestik. Stangens fri Ende belastes, men Belastningen maa ikke være saa stor, at der indtræder en varig Bøjning. Bøjningsspi-  
le n h (Fig. 37 a) vil da være proportional med Belastningen P.

Desuden er den naturligvis afhængig af Stoffet og af Stangens Dimensioner.

Under Bøjningen vil Stangens øverste Del strækkes, medens de nederste Lag sammentrykkes. Begge Dele fremkalder molekulære Kræfter, der modvirker Bøjningen. Stangens midterste Lag er ret uvirksomt og kan delvis fjernes, uden at Modstanden mod Bøjning formindskes kendeligt (I-formede Jernbjælker, Normalmeterens Tværsnit, udskaarne Stænger i Skaalvægte).

For at undersøge et Stofs Modstand mod Snoning vil vi benytte en cylindrisk Stang. Den ene Ende fastspændes, og den anden paavirkes med en Svingkraft, dog ikke saa stærkt, at der indtræder en varig Snoning. Snoningsvinklen  $\nu$  (Fig. 37 b) vil da være proportional med Svingkraftens Moment M. Desuden er den naturligvis afhængig af Stoffet og af Stangens Dimensioner.

Det er især Stangens ydre Lag, der modvirker Snoningen. Stangen kan udbores til et tykvægget Rør, uden at Modstanden mod Snoning formindskes kendeligt.

I den saakaldte Snovægt maales et Moment ved den Vinkel, det er i Stand til at sno en Traad af passende Dimensioner. Skal Maalingen være paalidelig, maa de elastiske Eftervirkninger være minimale. Det er derfor bedst at benytte Traade af Kvarts (sml. Side 36).

### Forsøg Nr. 7. En Spiralfjeders Virkning paa en Akse. (E)

Staalspiral, den ene Ende fast, den anden i Forbindelse med en drejelig Akse. Denne bærer en inddelt Viser, der drejer foran en inddelt Skive.

Vægtlodder.

Traad.

Naar Viseren ikke paavirkes, holdes den af Spiralen i en bestemt Stilling, Nulstillingen; men paavirkes den med Momentet

M, drejes den bort fra Nulstillingen, og derved bliver Spiralen enten krummet mere eller rettet noget ud. I begge Tilfælde bliver ethvert lille Stykke af Spiralen bøjet bort fra sin naturlige Krumning, og naar Viseren har drejet sig en vis Vinkel  $\nu$ , standses den af Spiralens Modstand.

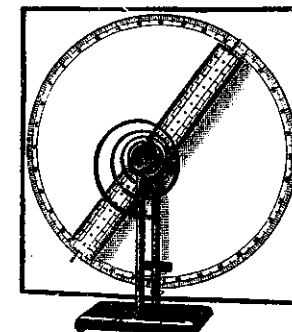


Fig. 38

Man bringer Viseren til at staa vandret ved at ophænge Vægtlodder i passende Afstand fra Aksen. Momentet  $M_0$  udregnes, og Vinklen  $v_0$  aflæses ( $v_0 < 90^\circ$ ). Belastningen fjernes, og man iagttager, om Viseren gaar tilbage til Nulstillingen.

Forsøget gentages, idet man f. Eks. benytter Vinklerne  $v_0 + 180^\circ$ ,  $v_0 + 360^\circ$ ,  $180^\circ - v_0$ ,  $360^\circ - v_0$ , og nedenstaaende Tabel udfyldes:

|                   | Drejningsvinkel<br>$v$ | Drejningsmoment<br>$M$ | $\frac{M}{v}$ |
|-------------------|------------------------|------------------------|---------------|
| $v_0$             |                        |                        |               |
| $v_0 + 180^\circ$ |                        |                        |               |
| $v_0 + 360^\circ$ |                        |                        |               |
| $180^\circ - v_0$ |                        |                        |               |
| $360^\circ - v_0$ |                        |                        |               |

Forsøg Nr. 8. Snoningsforsøg. (E)

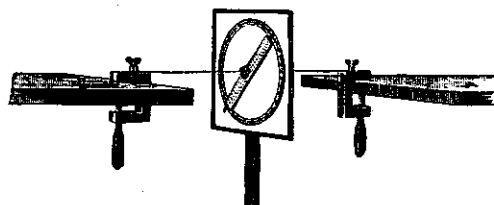


Fig. 39

Staaltraad ( $\frac{1}{2}$  og 1 mm). Maalebaand eller Meterstok.  
Maalekreds paa høj, forskydelig Fod. Tykkelsemaaler.  
Viservægtstang. Vægtlodder.  
2 Skruetvinger med Klemeskruer. Traad.  
2 Skruetrækkere (lille og stor).

Forsøgsopstillingen fremgaar af Figuren. Viservægtstangen skal være fastgjort paa Midten af Traaden. (Pas paa, at Fastskruningen bliver udført paalideligt). Momentet  $M$  og Vinklen  $v$  bestemmes paa lignende Maade som i foregaaende Forsøg. Hvis Viseren ikke gaar tilbage til Nulstillingen, behøver Aarsagen ikke at være elastisk Eftervirkning!

Udfyld vedføjede Skema ( $v_0 < 90^\circ$ ):

|                   | Snoningsvinkel<br>$v$ | Snoningsmoment<br>$M$ | $\frac{M}{v}$ |
|-------------------|-----------------------|-----------------------|---------------|
| $v_0$             |                       |                       |               |
| $v_0 + 180^\circ$ |                       |                       |               |
| $v_0 + 360^\circ$ |                       |                       |               |
| $180^\circ - v_0$ |                       |                       |               |
| $360^\circ - v_0$ |                       |                       |               |

Forsøget gentages med andre Traadlængder og senere med en anden Traadtykkelse. Man beregner hver Gang det Moment ( $\frac{M}{v}$ ), der er i Stand til at sno Traaden  $1^\circ$ , og søger at bestemme dette Moments Afhængighed af Længden og Traadtykkelsen.)

### Gnidning.

Naar to Flader glider mod hinanden, vil Ujævnhederne i den ene gribe ind i Ujævnhederne i den anden. Dertil kommer, at der optræder Adhæsion paa de Steder, hvor Berøringen er meget inderlig. Den samlede Virkning kaldes Gnidningsmodstand eller Friktion.

Ved Anvendelse af Hjul eller Triller kan Friktionen formindskes i meget høj Grad. Aksellejer kan være cylindriske (eller koniske), men skal Gnidningen nedsættes saa stærkt som muligt, formes Lejerne saaledes, at glatte Kugleskaale med glatte og haarde Staalkugler helt omgiver Akslen (Kuglelejer). Enten den ene eller den anden Slags Lejer anvendes, sørger man altid for at holde dem vel smurt. Et godt Leje kan fordærves aldeles, hvis Smøring mangler.

### Forsøg Nr. 9. Gnidningskoefficienten Træ—Træ. (L)

Glathøvlet Trækasse med Krog. kg-Lodder.  
Tyk, glathøvlet Brædt. 2 Meterstokke, den ene paa tung Fod.  
Fjedervægt.

Ved Hjælp af Fjedervægten finder man Kassens Vægt og Gnidningsmodstanden, idet den slæbes hen ad Brættet med jævn Fart. Brættet stilles paa Kanten, og Gnidningsmodstanden maales paany.

frico (lat.) = gnider.

Derefter lægges flere og flere kg-Lodder i Kassen, og Gnidningsmodstanden bestemmes hver Gang baade med stor og lille Gnideflade. Nedenstaaende Tabel udfyldes.

| Stor eller lille<br>Gnideflade | Normaltryk N | Gnidningsmod-<br>stand G | $\frac{G}{N}$ |
|--------------------------------|--------------|--------------------------|---------------|
|                                |              |                          |               |

Naar faste Legemer glider mod hinanden, er Gnidningsmodstanden  $G$  proportional med Normaltrykket  $N$ , men uafhængig af de gnidende Fladers Størrelse (og af Hastigheden). Man har altsaa

$$G = \mu \cdot N,$$

hvor  $\mu$  er en Konstant, der kaldes Gnidningskoefficienten.

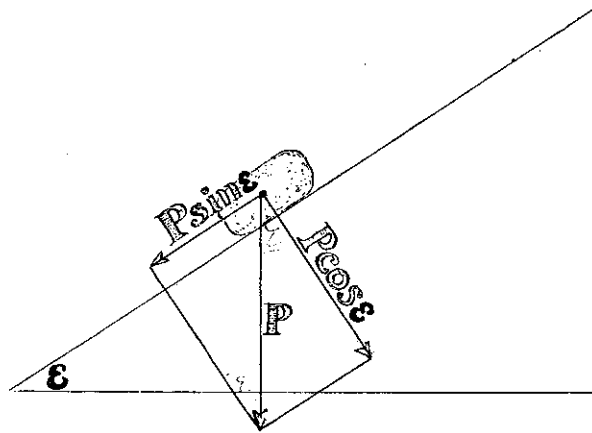


Fig. 40

Vi benytter nu Brættet som Skraaplan og giver det en saadan Hældning  $\epsilon$ , at Kassen (med eller uden Belastning) netop glider langsomt. Med Betegnelserne i Fig. 40 har man da:

$$\text{Normaltrykket } N = P \cos \epsilon,$$

$$\text{Gnidningsmodstanden } G = P \sin \epsilon;$$

$$\text{altsaa: Gnidningskoefficienten } \mu = \frac{G}{N} = \tan \epsilon.$$

$\tan \epsilon$  bestemmes let ved Hjælp af de to Meterstokke. Forsøget gentages med varierende Belastning, og de fundne Værdier for  $\tan \epsilon$  sammenlignes indbyrdes og med de tidligere iagttagne Værdier for Gnidningskoefficienten.

### Tabel over Gnidningskoefficienter.

(I det Øjeblik, der startes, er Gnidningen noget større, end naar Bevægelse er indtraadt).

|                                         |      |
|-----------------------------------------|------|
| Smedejern paa Smedejern .....           | 0,44 |
| — — Støbejern .....                     | 0,18 |
| Læderrem paa Støbejern med Vand ...     | 0,36 |
| Metal paa Metal med Olie .....          | 0,06 |
| Træ paa Metal med Talg .....            | 0,08 |
| — — Træ med Talg .....                  | 0,07 |
| Egetræ paa Egetræ, Fibrene parallelle . | 0,48 |
| — — Egetræ, Fibrene paa tværs           | 0,34 |

## 2. Vædske.

At Vædske ikke er uden Sammenhængskraft ses deraf, at de kan danne Draaber. Et vilkaarligt Molekyle  $M$  tiltrækkes af de nærliggende Molekyler, og hvis  $M$  er beliggende i en fri Overflade, bliver denne Tiltrækning rettet indad mod Vædsken. Det ser ud, som om Vædsken var omgivet af en elastisk Hinde.

Nogle Vædske blandes trods forskellig Vægtfylde; andre blandes ikke. Mellem forskellige Vædske kan der altsaa være en større eller mindre Vedhængning.

### Forsøg Nr. 10. Overfladespænding. (I)

Akvarium med Vand.  
Giletteklunge.  
Tegnestifter.

Sæbevand.  
Kridtpibe.

Giletteklingen lægges plant paa Vandoverfladen og belastes, saa vidt det lader sig gøre, med Tegnestifter (den kan ofte bære mere end fem). Slippes Giletteklingen løs saaledes, at Æggen skærer Vandoverfladen, synker den øjeblikkelig.

Vi blæser en mindre Sæbeboble. Slipper vi Pibemundingen, bliver Sæbeboblen mindre og mindre, indtil Sæbehinden omtrent har trukket sig plan.

### Forsøg Nr. 11. Vædskers Blanding, Diffusion og Osmose. (L)

|                 |                                |
|-----------------|--------------------------------|
| 3 Cylinderglas. | Sudan (til Farvning af Olien). |
| Vand.           | Kaliumdikromat.                |
| Spiritus.       | Kobbersulfat.                  |
| Linolie.        | Sygevat.                       |
| Fuchsin.        | Spatel.                        |

Et Cylinderglas hældes omtrent halvfuldt med Vand, og ovenpaa dette hældes fuchsinfarvet Spiritus. I et andet Cylinderglas kommer man Vand og sudanfarvet Olie. Glassene rystes, og Virkningen iagttages.

Forsøget gentages, men saaledes at Paahældningen af den farvede Sprit udføres saa forsigtigt, at Vand og Sprit ikke blandes. Glassene henstilles paa et Sted, hvor de kan staa i Ro, men alligevel bekvemt iagttages. I Løbet af nogle Uger eller Maaneder breder den røde Farve i Sprit-Vandglasset sig over hele Vædske-massen, og en udtaget Prøve viser ligeledes, at Vædskerne har blandet sig. Paa Trods af Tyngdekraften er de tungere Vand-molekyler vandret opad, og de lettere Spritmolekyler er gaaet nedefter. Man siger, at der er foregaaet en Diffusion. — Olie-Vandkarret viser selv efter flere Aars Forløb ingen Ændring i Situationen. Olie og Vand kan ikke blandes, og der kan ingen Diffusion finde Sted.

Et Cylinderglas hældes knap halvfuldt med stærk Kaliumdikromatopløsning. En passende Vatprop, der spændigt udfylder Glassets Lysning, skydes ned til Dækning af Vædsken, hvorefter den øverste Del af Glasset fyldes med stærk Kobbersulfatopløsning. Vædskerne Blanding gennem den porøse Skillevæg iagttages.

I Naturen spiller Vædskers Blanding gennem porøse Skillevægge en stor Rolle. Man kalder Fænomenet Osmose, og i Kemien omtales det, hvorledes der ved Molekyler Indtrængen igennem meget fintporede Skillevægge kan opstaa et saakaldet osmotisk Tryk.

### 3. Luftarter.

Ved faste Legemer og Vædske kan man ved Anvendelse af store Tryk presse Molekylerne lidt nærmere imod hverandre, men Rumfangsformindskelsen er meget ringe. Naar et fast Legeme strækkes, bliver dets Rumfang en Ubetydelighed større.

diffundo (lat.) = udbreder til alle Sider.

Luftarternes Forhold overfor Tryk er omtalt i Varmelæren (Side 47 og 60). Naar en Luftart ikke er nær ved at fordraabes, maa Molekylerne antages at være saa langt fra hverandre, at deres gensidige Paavirkning er forsvindende. Luftarter mangler derfor Sammenhængskraft og indbyrdes Vedhængning.

Indeholder et Rum flere Luftarter, vil disse altid blandes uden Hensyn til Tyngdekraften og uafhængig af hverandre. Dette skyldes, at Molekylerne er frit bevægelige.

Det sjældne Metal Palladium er ved en passende høj Temperatur (ca. 300°) gennemtrængelig for Brint, men ikke for andre Luftarter. Hvis man derfor fremstiller en Beholder af Palladium, fylder den med Kvælstof af Atmosfæretryk og omgiver den med Brint ligeledes af Atmosfæretryk, vil Trykket inde i Beholderen paa Grund af Brintmolekylernes Indtrængen stige til 2 Atmosfærer. (Forsøgstemperaturen er ca. 300°).

### Forsøg Nr. 12. Luftarters Diffusion. (L)

Brintudviklingsapparat med Gummi-slange og Glasrør.  
 Porøs Lerkrukke med tætsluttende Prop og langt Glasrør (80—90 cm).  
 Forsøgsstativ.  
 Glaskar.  
 Stort Bægerglas.  
 Vand.  
 Fuchsin.

Apparaterne stilles op som vist i Fig. 41. Gennem  $R_1$  strømmer Brint, og vi ser Luftbobler ved Munden af R. Brintmolekylerne er mindre og hurtigere end Molekylerne i den atmosfæriske Luft og gaar derfor hurtigt igennem den porøse Væg, saa der opstaa et Overtryk i K. Efter nogen Tids Forløb ophører Boblingen i G; der er nu indtraadt en Ligevægtstilstand. Fjernes  $R_1$  og derefter B, vil den farvede Vædske først stige op i R, men Stigningen efterfølges af et Fald. Forklar dette!

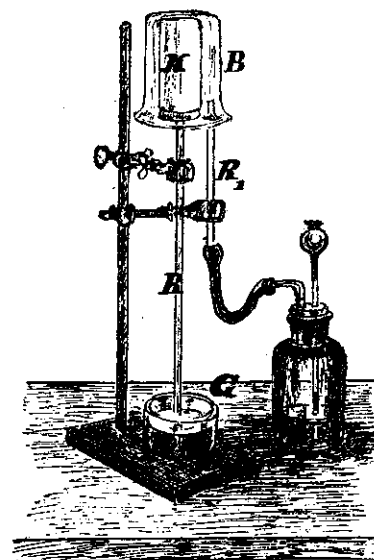


Fig. 41

#### 4. Faste Legemer og Vædske.

Mellem faste Legemer og Vædske kan der være en større eller mindre Vedhængning. Denne kan være saa stor, at det faste Stof gaar i Opløsning.

Da en Vædskes fri Overflade altid stiller sig vinkelret paa Resultanten af de virkende Kræfter, kan der opstaa buede Overflader ved Karrandene. Er Vedhængningen til Karret stor, bliver Overfladen konkav (Fig. 42 a), medens den bliver konveks, hvis Vedhængningen er ringe (Fig. 42 b).

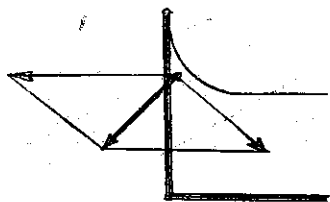


Fig. 42 a

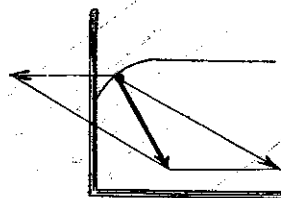


Fig. 42 b

I snævre Rør, Haarrør, kan de buede Flader naa hinanden. Overfladespændingen vil da bevirke et Træk opad eller et Tryk nedad, Haarrørsvirkning. Jo snævrere Rør des større Haarrørsvirkning.

##### Forsøg Nr. 13. Vedhængning mellem fast Legeme og Vædske. (L)

|                                                          |                     |
|----------------------------------------------------------|---------------------|
| Rund Spejlglasplade ophængt i tre sammenknyttede Traade. | Kvægsølvbakke.      |
| Vægt med Kroge under Vægtskaalene.                       | Vand.               |
| Tara og Vægtlodder.                                      | Cylinderglas, tørt. |
| 2 Glasskaale.                                            | Spatel.             |
| Kvægsølv.                                                | Filtrerpapir.       |
|                                                          | Kaliumpermanganat.  |

Ophæng den runde Glasplade under Vægtens ene Skaal og afbalancer med Tara. Stil en Glasskaal med Kvægsølv saaledes, at Glaspladen i sin Helhed berører Kvægsølvoverfladen. Man kan derefter finde et Maal for Glaspladens Vedhængning til Kvægsølv ved at lægge saa mange Lodder paa den anden Vægt-skaal, at Glaspladen løsrives.

Udfør et lignende Forsøg med en Vandoverflade. Da Glaspladen medtager Vand, naar Løsrivelsen finder Sted, faar man ved dette Forsøg ikke noget Maal for Vedhængningens Stør-

concavus (lat.) = hul.

convexus (lat.) = hvælvet.

relse. Men Forsøget viser, at Adhæsionen Glas-Vand er større end Kohæsionen i Vand.

Paa Bunden af Cylinderglasset lægges en ganske lille Bunke Kaliumpermanganat. Ved Hjælp af Spatelen og et lille Stykke Filtrerpapir holdes det samlet, mens man hælder Vand i Glasset. Senere fiskes Papiret forsigtigt op igen, og man kan nu iagttage Kaliumpermanganatets Opløsning. Forsøget viser, at Adhæsionen Kaliumpermanganat-Vand er større end Kohæsionen i Kaliumpermanganat.

##### Forsøg Nr. 14. Haarrørsvirkning i U-Rør. (L)

|                                           |           |
|-------------------------------------------|-----------|
| U-rør med en vid og en meget snæver Gren. | Vand.     |
| Kvægsølv.                                 | Spiritus. |

Vi hælder Kvægsølv i U-Røret. De to Kvægsølvoverflader, der begge er opadvælvede, staar ikke i samme Plan. I Haarrøret ligger Niveauet lavere end i den vide Gren. Hældes Vand eller Sprit i U-Røret, bliver Forholdet lige omvendt. Overfladerne er begge nedadvælvede, og Vædskeoverfladen i det snævre Rør er den højstliggende. Vil Vand eller Sprit løbe oven ud af den snævre Gren, naar U-Røret fyldes helt?

#### 5. Faste Legemer og Luftarter.

Luftmolekyler kan fastholdes (adsorberes) af faste Legemer. — Hvis man skriver paa en løseligt aftørret Glasplade med en Kniv, er Skriften usynlig, men den træder frem, naar man aander paa Pladen. Glasset har været omgivet med en Hinde af Luft, og hvor denne Hinde er sønderrevet, fortættes Dampen i Udaandingsluften bedst. — Adsorptionen aftager ved Opvarmning. Barometerrør maa efter Paafyldningen ophedes saa stærkt, at den ved Glasset (og Kvægsølv) heftende Luft forsvinder.

##### Forsøg Nr. 15. Adsorption i Trækul. (L)

|              |                     |
|--------------|---------------------|
| Trækul.      | Tændstikker.        |
| Digeltang.   | Skaal med Kvægsølv. |
| Bunsenlampe. | Reagensglas.        |

Trækullet udglødes godt og puttes (endnu glødende) i Reagensglas, der hurtigt stilles med Bunden i Vejret og Randen lidt under Kvægsølvoverfladen. Iagttag, hvad der sker, og giv en Forklaring!

ad (lat.) = hen til.

sorbeo (lat.) = indsøber.

## 6. Vædsker og Luftarter.

Fra Kemien er det kendt, at Klorbrinte og Ammoniak særdeles let indsuges (absorberes) i Vand. I ringere Grad indsuges Klor og Kultveilt og i endnu ringere Grad Ilt og Kvælstof.

I Reglen uddrives den absorberede Luft ved Kogning. Mærk dog de i Kemien omtalte Forhold, f. Eks. ved Saltsyre.

Ligesom Luftarterne udbreder sig uafhængigt af hverandre, saaledes er ogsaa den Vægtmængde af en Luftart, der indsuges f. Eks. i Vand ved  $0^\circ$ , uafhængig af andre tilstedeværende Luftarter, men den er proportional med den paagældende Luftarts eget Tryk, Partialtrykket (Henrys Lov). Vi vil oplyse dette ved et Eksempel. Rumfangene er ved  $0^\circ$  og 1 Atmosfæres Tryk.

| Luftart                                      | Tryk i Atm.                    | cm <sup>3</sup> Luft i 1 l Vand                  |
|----------------------------------------------|--------------------------------|--------------------------------------------------|
| O <sub>2</sub>                               | 1                              | 36                                               |
| N <sub>2</sub>                               | 1                              | 18                                               |
| Atm. Luft { O <sub>2</sub><br>N <sub>2</sub> | $\frac{1}{5}$<br>$\frac{4}{5}$ | $36 \cdot \frac{1}{5}$<br>$18 \cdot \frac{4}{5}$ |

I den indsugede Luft er Forholdet mellem Ilt og Kvælstof derfor  $\frac{36 \cdot \frac{1}{5}}{18 \cdot \frac{4}{5}} = \frac{1}{2}$ .

## Bevægelsesgeometri (Kinematik).

### En Partikels Bevægelse paa en ret Linie.

Vi betragter først det specielle Tilfælde, at den gennemløbne Vej  $s$  er proportional med den brugte Tid  $t$ ; altsaa:

$$s = v \cdot t, \quad v = \frac{s}{t},$$

hvor  $v$  er en Konstant. Bevægelsen siges da at være jævn, og  $v$  kaldes Bevægelsens Hastighed.

absorbeo (lat.) = opsuger.

kinema (gr.) = Bevægelse.

I Reglen angives  $s$  i cm og  $t$  i sec.  $v$  bliver da udtrykt i cm pr. sec (cm/sec).

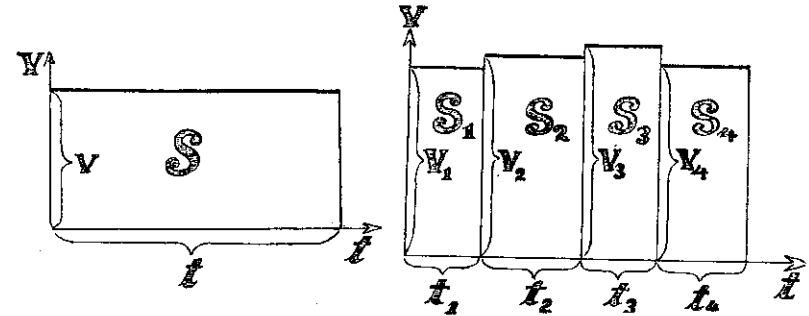


Fig. 43 a

Fig. 43 b

Hvis Vejen  $s_1$  gennemløbes i Tiden  $t_1$  med Hastigheden  $v_1$ , hvorpaa —  $s_2$  — — —  $t_2$  — — —  $v_2$ ,  
—  $s_n$  — — —  $t_n$  — — —  $v_n$ ,

bliver den samlede Vej (sml. Fig. 43 a og Fig. 43 b)

$$s = s_1 + s_2 + \dots + s_n = v_1 t_1 + v_2 t_2 + \dots + v_n t_n = \sum vt.$$

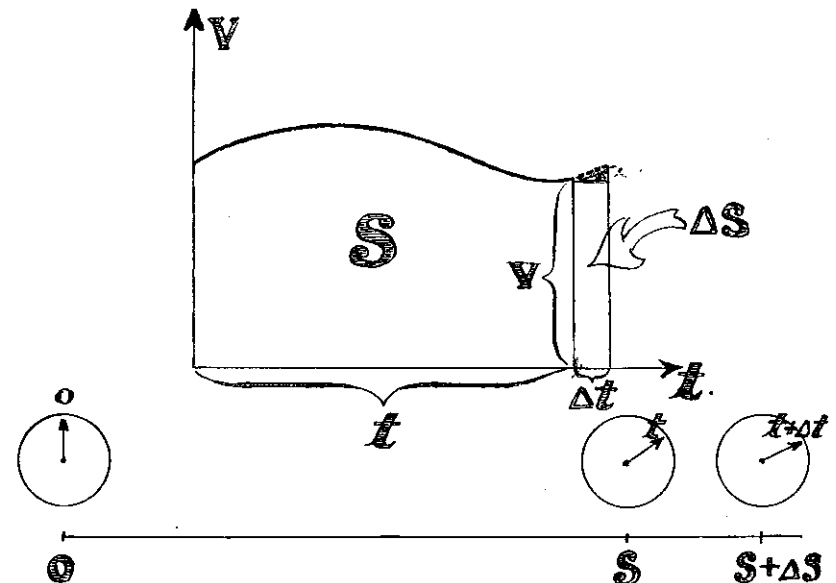


Fig. 44

Hvis den gennemløbne Vej ikke er proportional med den brugte Tid, siges Bevægelsen at være ujævn. Lad Vejen o svare til Tiden o, Vejen s til Tiden t og Vejen s +  $\Delta s$  til Tiden t +  $\Delta t$ .

$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$  kaldes da Middelhastigheden i Tidsintervallet  $\Delta t$ , og  $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$  kaldes Hastigheden til Tidspunktet t.

Den i Tiden t gennemløbne Vej bliver (se Fig. 44)

$$s = \int_0^t v dt.$$

Eksempel.

$$s = 100 t^2 + 10 t^3, \quad v = 200 t + 30 t^2.$$

| t | 7,0  | 7,1  | 7,2  | 7,3  | 7,4  | 7,5  | 7,6   | 7,7   | 7,8   | 7,9   | 8,0   |
|---|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| s | 8330 | 8620 | 8916 | 9219 | 9528 | 9844 | 10166 | 10494 | 10830 | 11172 | 11520 |

Beregn Middelhastigheden i Intervallet fra t = 7 til t = 7 +  $\Delta t$ , idet

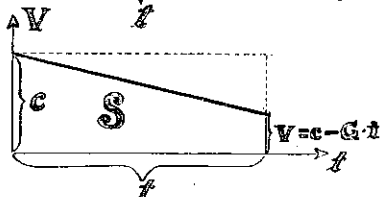
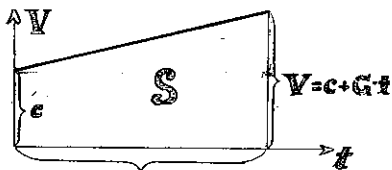
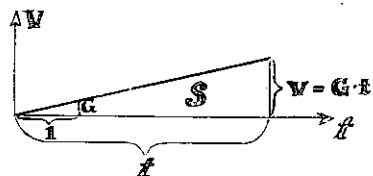


Fig. 45

acceleratio (lat.) = Fremskyndelse.

$\Delta t = 1,0, 0,9, 0,8, 0,7, 0,6, 0,5, 0,4, 0,3, 0,2, 0,1$ , samt Hastigheden  $v$ , svarende til Tidspunktet t = 7.

Hvis Hastighedsforandringen er proportional med Tiden, siges Bevægelsen at være jævn voksende eller jævn aftagende. Hastighedsforandringen pr. sec er da konstant og kaldes Bevægelsens Acceleration.

Hvis Hastigheden er angivet i cm/sec, gælder det samme Hastighedsforandringen. Accelerationen bliver da udtrykt i (cm/sec): sec = cm/sec<sup>2</sup>.

Fig. 45 antyder, hvorledes Hastigheden v og Vejen s svarende til Tiden t kan findes, naar Begyndelseshastigheden og Accelerationen er kendt. Man finder:

for den jævn voksende Bevægelse med Begyndelseshastigheden o og Accelerationen G:

$$s = v \cdot t, \quad v = G \cdot t, \quad s = \frac{1}{2} G t^2;$$

for den jævn voksende Bevægelse med Begyndelseshastigheden c og Accelerationen G:

$$v = c + Gt, \quad s = ct + \frac{1}{2} G t^2;$$

for den jævn aftagende Bevægelse med Begyndelseshastigheden c og Accelerationen  $\div$  G (Retardationen G):

$$v = c - Gt, \quad s = ct - \frac{1}{2} G t^2.$$

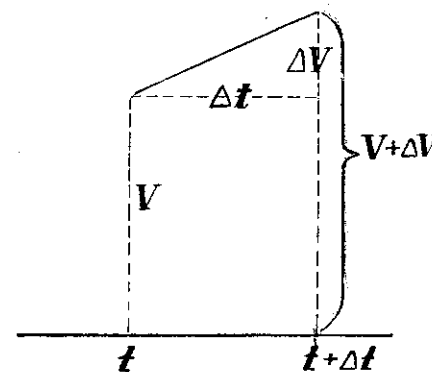


Fig. 46

Hvis Bevægelsen ikke er jævn voksende eller jævn aftagende, gaar vi frem paa følgende Maade (Fig. 46).

Lad Hastigheden v svare til Tiden t og Hastigheden v +  $\Delta v$  til Tiden t +  $\Delta t$ .

$G_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$  kaldes da Middelaccelerationen i Tidsintervallet  $\Delta t$ ,

og  $G = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$  kaldes Accelerationen til Tidspunktet t.

Man ser, at Accelerationen til enhver Tid er lig Hældningen for Tangenten til Hastighedskurven (positiv, naar Hastigheden vokser, negativ, naar den aftager, se Fig. 44).

retardatio (lat.) = Forhaling.

## Eksempel.

$$v = 200t + 30t^2, \quad G = 200 + 60t.$$

| t | 7,0  | 7,1  | 7,2  | 7,3  | 7,4  | 7,5  | 7,6  | 7,7  | 7,8  | 7,9  | 8,0  |
|---|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| v | 2870 | 2932 | 2995 | 3059 | 3123 | 3188 | 3253 | 3319 | 3385 | 3452 | 3520 |

Beregn Middelaccelerationen i Intervallet fra  $t = 7$  til  $t = 7 + \Delta t$ , idet

$\Delta t = 1,0, 0,9, 0,8, 0,7, 0,6, 0,5, 0,4, 0,3, 0,2, 0,1$ ,  
samt Accelerationen  $G$ , svarende til Tidspunktet  $t = 7$ .

## Almengyldige Formler.

| Vejen                  | Hastigheden         | Accelerationen          |
|------------------------|---------------------|-------------------------|
| $s = \int_0^t v \, dt$ | $v$                 | $G = \frac{dv}{dt}$     |
| $s$                    | $v = \frac{ds}{dt}$ | $G = \frac{d^2s}{dt^2}$ |

## Forsøg Nr. 16. En Kugles Bevægelse paa en Faldrende. (L + E)

Faldrende med Startmekanisme og Stoppeur.  
Stoppeplade. Millimeterpapir.  
Staalkugle.

Man giver Faldrenden en passende Hældning, f. Eks. saaledes at Kuglen gennemløber hele Renden i ca. 5 Sekunder, og undersøger Vejens Afhængighed af Tiden. Resultaterne indføres i et Skema, f. Eks. som nedenstaaende:

| Faldvej s | Faldtid t | $\frac{s}{t^2}$ |
|-----------|-----------|-----------------|
| 150       |           |                 |
| 120       |           |                 |
| 90        |           |                 |
| 60        |           |                 |
| 30        |           |                 |

Den sidste Kolonne udfylder vi for at prøve, om Bevægelsen er jævnt voksende. Er Kolonnens Tal omtrent lige store, danner vi Middeltallet  $a$  og sætter

$$s = at^2, \quad v = \frac{ds}{dt} = 2at, \quad G = \frac{d^2s}{dt^2} = 2a.$$

Denne Bevægelse afbildes grafisk, idet vi som sædvanlig vælger Tiden til Abscisse (1 Sek. = 1 cm paa Millimeterpapiret) og Hastigheden til Ordinaten (1 cm i Virkeligheden = 1 mm paa Millimeterpapiret).

Udregn af Formlerne, og find i den grafiske Afbildning:

Hastigheden efter ... 1, 2, 3, 4 Sekunders Forløb.

Vejen efter ... 1, 2, 3, 4 Sekunders Forløb.

Vejen i ... 1', 2', 3', 4' Sekund.

Middelhastigheden i ... 1', 2', 3', 4' Sekund.

Læg Mærke til, at Vejen i 1' Sekund (a) er lig Middelhastigheden i 1' Sekund og lig det halve af Hastigheden (G) efter det første Sekunds Forløb.

Til sidst indstiller man Stoppepladen paa de til Tiden 1, 2, 3, 4 Sekunder beregnede Faldveje og iagttager de til disse Veje svarende Faldtider.

## Det frie Fald.

Det har vist sig, at det frie Fald (i lufttomt Rum) er en jævnt voksende Bevægelse. Accelerationen  $g$ , Tyngdeaccelerationen, er i København  $981,56 \text{ cm/sec}^2$ .

## Sammensætning af Veje og Hastigheder.

Lad en Partikel bevæge sig langs Linien OR (den relative Bevægelse) paa et Underlag, der samtidig parallelforskydes i Retningen OM (Medføringsbevægelsen), og lad OP og OO' angive Vejene i Tiden  $t$ . I denne Tid føres Partiklen fra O til P' (den absolutte Bevægelse), idet P' er fjerde Vinkelspids i Parallelogrammet med Siderne OP og OO'. (Vejenes Parallelogram; Vejen sammensættes ved geometrisk Addition).

I hvilke af de nedennævnte 4 Tilfælde foregaar den absolutte Bevægelse langs Diagonalen OP?

*Handwritten notes:*  
1. Bevægelse langs OM  
2. Bevægelse langs OR  
3. Bevægelse langs OP  
4. Bevægelse langs OO'



og da Parallelogrammerne OCAB og Ocab er ligedannede (i Forholdet  $dt$ ) og ligedan beliggende, bliver

$$v_a = OA.$$

(Hastighedernes Parallelogram; Hastighederne sammensættes ved geometrisk Addition).

Af Sætningen:

»Den absolutte Hastighed = den geometriske Sum af den relative Hastighed og Medføringsbevægelsens Hastighed«,

finder man:

»Den relative Hastighed = den geometriske Differens mellem den absolutte Hastighed og Medføringsbevægelsens Hastighed = den geometriske Sum af den absolutte Hastighed og en Hastighed, der er lig Medføringsbevægelsens Hastighed, men modsat rettet.«

Lad en Lysstraale fra en Stjerne i Retningen S have Hastigheden  $c$  (den absolutte Hastighed) og være rettet mod Jorden J, der bevæger sig med Hastigheden  $v$  (Medføringsbevægelsens Hastighed). Lysets Hastighed i Forhold til Jorden (den relative Hastighed) er da lig den geometriske Sum  $c'$  af Hastighederne  $c$  og  $v$ , og en Iagttagere paa Jorden vil se Stjernen i Retningen  $S'$ . Vinklen  $SJS'$  kaldes Aberrationen (se Astronomien).

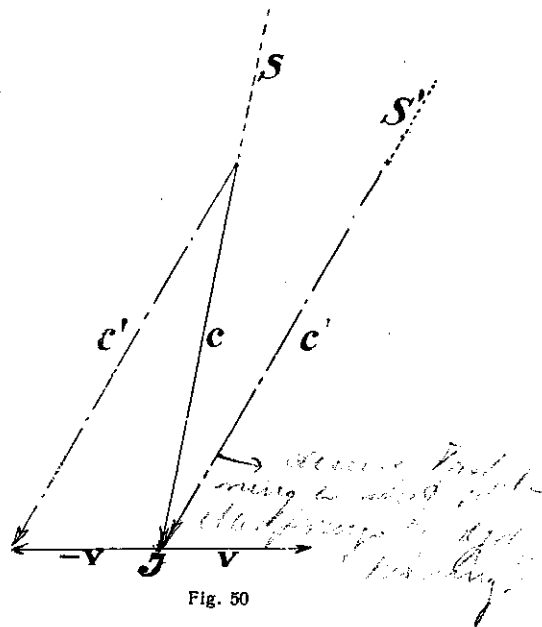


Fig. 50

### En Partikels Bevægelse i en krum Bane.

Lad Banen være som angivet i Fig. 51. Vejen o svarer til Tiden o, Vejen s til Tiden t og Vejen  $s + \Delta s$  til Tiden  $t + \Delta t$ .

Hastigheden til Tidspunktet t er  $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$ . Den har samme Retning som Banetangenten.

aberratio lat.) = Afbigelse.

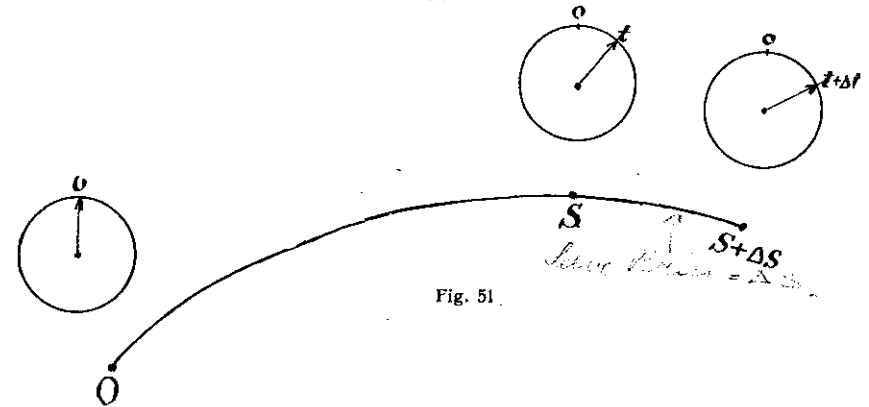


Fig. 51

Fig. 52 viser, hvorledes man (ved Parallelforskydning af Hastighederne) danner Bevægelsens Hodograf. HH' angiver Hastighedsforandringen i Tiden  $\Delta t$  (den geometriske Differens mellem  $v'$  og  $v$ ).

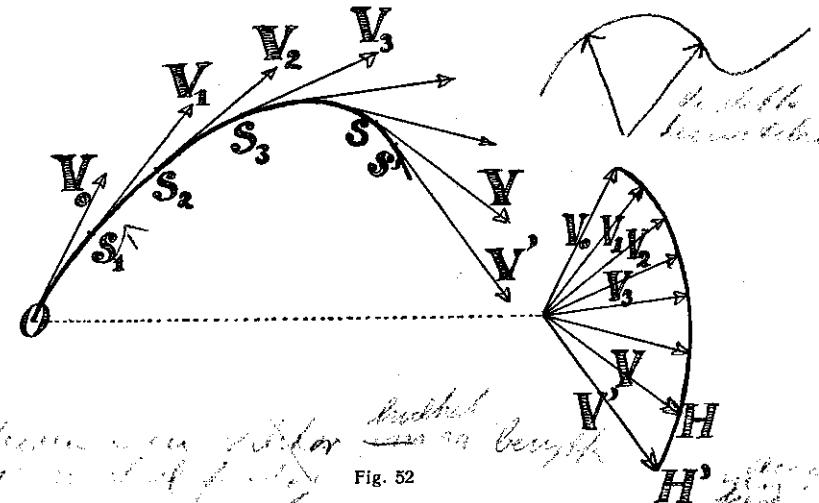


Fig. 52

Accelerationen til Tidspunktet t er  $G = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{HH'}{\Delta t}$ . Accelerationen i den oprindelige Bevægelse er altså lig og parallel med Hastigheden i Hodografen.

### Cirkelbevægelse med konstant Hastighed.

Vi betragter først det specielle Tilfælde, at Bevægelsen foregår i en Enhedscirkel. Bueelementerne  $\Delta s_1, \Delta s_2, \Delta s_3, \dots$

hodos (gr.) = Vej.

gennemløbes i Tiderne  $\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3, \dots$  og hele Periferien  $2\pi$  i Omløbstiden  $T$ . Kaldes Hastigheden  $\omega$ , har man altsaa (Fig. 53 a):

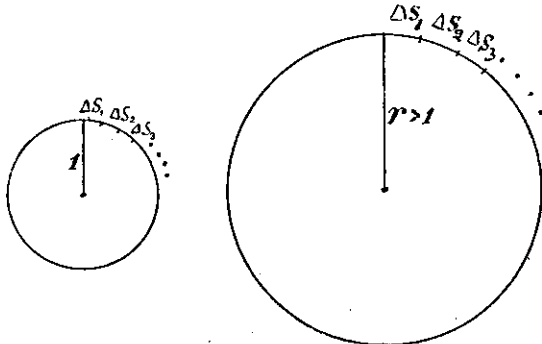


Fig. 53 a

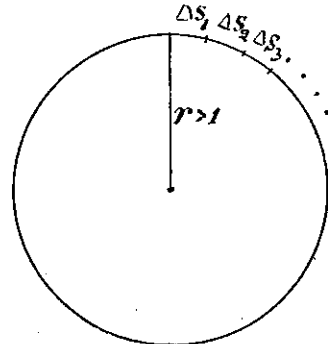


Fig. 53 b

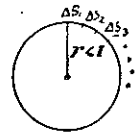


Fig. 53 c

$$\Delta s_1 + \Delta s_2 + \Delta s_3 + \dots = \omega \cdot \Delta t_1 + \omega \cdot \Delta t_2 + \omega \cdot \Delta t_3 + \dots = \omega (\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \dots);$$

$$2\pi = \omega \cdot T, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

$\omega$  kaldes Vinkelhastigheden.

Foregaar Bevægelsen i en Cirkel med Radius  $r$  i Omløbstiden  $T$  og med Hastigheden  $v$ , finder man paa samme Maade (hvad enten  $r$  er større end eller mindre end 1, Fig. 53 b og c):

$$2\pi r = v \cdot T, \quad v = \frac{2\pi}{T} \cdot r = \omega \cdot r.$$

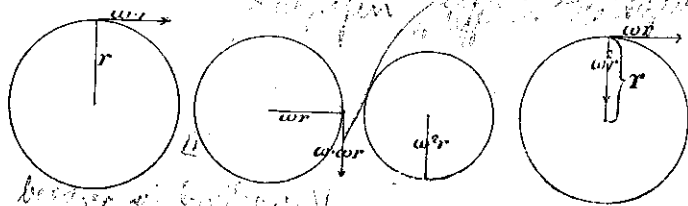


Fig. 54

Hodografen bliver en Cirkel med Radius  $v = \omega \cdot r$  (Fig. 54 a og b). Den gennemløbes i Tiden  $T$  med den konstante Hastighed  $G = \omega \cdot (\omega r) = \omega^2 r$ . Hodografen for denne Bevægelse er derfor atter en Cirkel (Fig. 54 b og c), hvis Radius er  $G = \omega^2 r$ .

Altsaa (Fig. 54 d):

Hastigheden er rettet efter Tangenten.  $v = \omega \cdot r, \omega = \frac{2\pi}{T}.$

Accelerationen er rettet mod Centrum.  $G = \omega^2 \cdot r, \omega = \frac{2\pi}{T}.$

Den harmoniske Svingning.

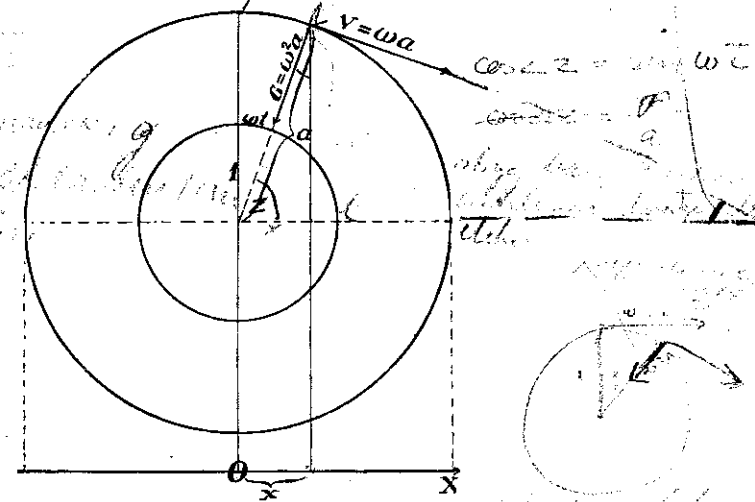


Fig. 55

Vi betragter Projektionen af en Cirkelbevægelse med konstant Hastighed (Fig. 55). Man finder med Figurens Betegnelser:

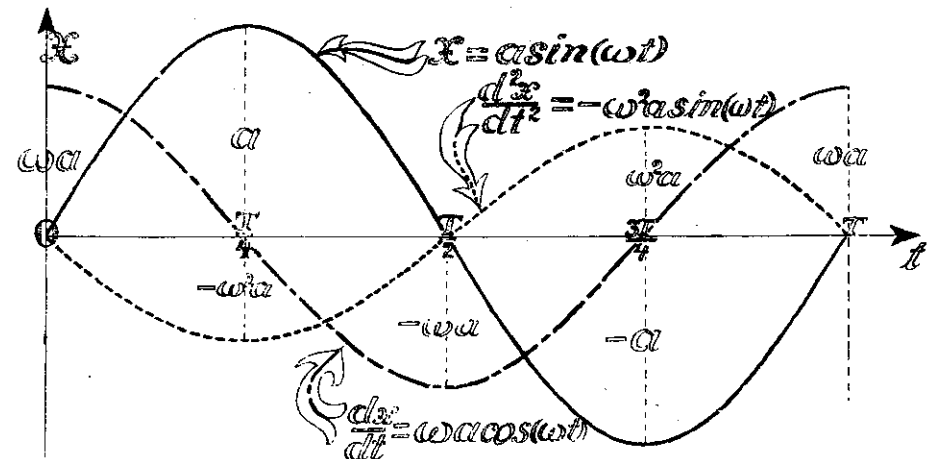


Fig. 56

harmonia (gr. og lat.) = Samklang.

Udsvinget:  $x = a \sin(\omega t)$ , (Projektion af  $a$ ).

Hastigheden:  $\frac{dx}{dt} = \omega a \cos(\omega t)$ , (Projektion af  $v = \omega a$ ).

Accelerationen:  $\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 a \sin(\omega t)$ , (Projektion af  $G = \omega^2 a$ ).

I Svingningstiden  $T$  forløber Bevægelsen altsaa saaledes (Fig. 56):

| Tiden                               | Udsvinget          | Hastigheden        | Accelerationen     |
|-------------------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| $t = 0$                             | 0                  | $+\omega a$        | 0                  |
| $0 < t < \frac{1}{4} T$             | pos. voksende      | pos. aftagende     | neg. num.voksende  |
| $t = \frac{1}{4} T$                 | $+a$               | 0                  | $-\omega^2 a$      |
| $\frac{1}{4} T < t < \frac{1}{2} T$ | pos. aftagende     | neg. num.voksende  | neg. num.aftagende |
| $t = \frac{1}{2} T$                 | 0                  | $-\omega a$        | 0                  |
| $\frac{1}{2} T < t < \frac{3}{4} T$ | neg. num.voksende  | neg. num.aftagende | pos. voksende      |
| $t = \frac{3}{4} T$                 | $-a$               | 0                  | $+\omega^2 a$      |
| $\frac{3}{4} T < t < T$             | neg. num.aftagende | pos. voksende      | pos. aftagende     |

Bevægelsen kaldes en harmonisk Svingning. Den karakteriseres ved Ligningen:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 \cdot x, \text{ hvor } \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

## Bevægelseslære (Dynamik).

### Bevægelsesprincipper.

#### I. Inertiens Lov.

Efter Galilei og Newton antager man, at et Legeme, der ikke paavirkes af andre Legemer, maa være enten i Hvile eller i jævn, retlinet Bevægelse. Hvis en Sten eller et Projektil er i Bevægelse, og Luftmodstanden og Tyngden pludselig ophørte at virke, maatte Bevægelsen straks blive retlinet og jævn. Enhver Hastighedsforandring (i Størrelse eller Retning) skyldes Paavirkning fra andre Legemer.

Et Legeme, der er i Hvile, kan ikke sætte sig selv i Bevægelse, og er det i Bevægelse,

inertia (lat.) = Træghed.

kan det ikke af sig selv forandre hverken Bevægelsens Hastighed eller dens Retning. (Inertiens Lov).

### II. Massebegrebet; den absolutte Kraftenhed.

Galilei har undersøgt Bevægelsen paa et glat Skraaplan. Jo stejlere Skraaplanet staar, des større er den bevægende Kraft (sml. Side 9), og des større bliver ogsaa Accelerationen, og Kraften og Accelerationen forandres i samme Forhold.

Hvis Kraften  $K$  giver et Legeme Accelerationen  $G$ , kan vi altsaa sætte

$$K = \mu \cdot G, \quad (1)$$

hvor  $\mu$  er en for det paagældende Legeme karakteristisk Konstant. Jo større Kraft der skal til for at give et Legeme en vis Acceleration, des større er Konstanten  $\mu$  for dette Legeme.  $\mu$  er altsaa et Maal for Legemets Utilbøjelighed til at ændre sin Bevægelse eller, som man siger, et Maal for Legemets Træghed. Den kaldes derfor Legemets træge Masse.

Galilei har endvidere vist, at alle Legemer falder lige hurtigt, d. v. s. med samme Acceleration, naar Faldet foregaar i lufttomt Rum, og Forsøgene udføres paa samme Sted (f. Eks. i København og i Højde med Havoverfladen).

Lad et Legeme  $L_1$  veje dobbelt saa meget som et andet Legeme  $L_2$ . Dette betyder (se Side 4), at  $L_1$  paavirkes af Tyngden med en dobbelt saa stor Kraft som  $L_2$  ( $K_1 = 2 K_2$ ), og at  $L_1$  har en dobbelt saa stor tung Masse som  $L_2$  ( $m_1 = 2 m_2$ ). Da Legemerne falder med samme Acceleration ( $g$ ), maa deres træge Masser ifølge Ligning (1) forholde sig som de bevægende Kræfter, og  $L_1$  maa altsaa have en dobbelt saa stor træge Masse som  $L_2$  ( $\mu_1 = 2 \mu_2$ ).

Den træge Masse  $\mu$  er proportional med den tunge Masse  $m$ . Man har altsaa, idet  $k$  er en Konstant:

$$\mu = k \cdot m. \quad (2)$$

Vi vedtager nu at maale

|                        |                                                |
|------------------------|------------------------------------------------|
| Længder i Centimeter,  | } c. g. s. Enhederne,<br>de absolutte Enheder. |
| tunge Masser i Gram og |                                                |
| Tiden i Sekunder       |                                                |

og erindrer, at vi (Side 5) kun har valgt en foreløbig Kraftenhed.

Den absolutte Krafterhed, 1 Dyn, defineres derved, at man forlanger, at Konstanten  $k$  skal antage Værdien 1. 1 Dyn er altsaa den Kraft, der giver den tunge Masse 1 g Accelerationen 1 cm/sec<sup>2</sup>.

Man har altsaa med de nu fastlagte Enheder:

1)  $\mu = m.$

Den træge Masse er lig den tunge. De kaldes begge for Massen og betegnes ved  $m$ .

2)  $K = m \cdot G.$

Kraften = Massen · Accelerationen. (Newtons Bevægelsesligning; gyldig hvad enten  $K$  og  $G$  er konstante eller variable).

Vor foreløbige Kraftenhed var Tyngdens Træk i et kg-Lod (i Kjøbenhavn og i Højde med Havet). Denne Enhed er altsaa

$$K_1 = 1000 \cdot 981,56 = 981560 \text{ Dyn.}$$

1 Dyn er altsaa ikke nogen stor Kraft — kun lidt større end Tyngdens Træk i et Milligramlod.

Om tekniske Enheder se Side 137.

### III. Kræfternes Parallelogram.

Vi har tidligere (Side 7) omtalt Loven om Kræfternes Parallelogram, men forudsatte da, at Kræfternes Angrebepunkt forblev i Hvile. Vi vil nu antage, at Loven vedbliver at gælde, ogsaa naar Angrebepunktet er i Bevægelse.

En Partikel, der angribes af et Kraftsystem, hvis Resultant er Nul, forbliver i Hvile eller i jævn retliniet Bevægelse, og i begge Tilfælde siges Kræfterne at danne et System i Ligevægt. — Hvis Kræfternes Resultant ikke er Nul, vil Partiklens Hastighed forandres i Størrelse eller Retning eller baade i Størrelse og Retning, og Resultanten giver de samme Hastighedsforandringer som de enkelte Kræfter tilsammen.

Ved Kræfters Samvirken udretter hver Kraft det samme, som den vilde udrette, hvis den virkede alene (Uafhængighedsprincipet).

### IV. Aktion og Reaktion.

De Kræfter, hvormed to Legemer virker paa hinanden, er altid lige store og modsat rettede (Loven om Aktion og Reaktion).

Hvis man trykker en Finger mod en Sten, yder Stenen et lige saa stort, men modsat rettet Tryk mod Fingeren. Hvis en Hest trækker en Sten, der er bundet i et Tov, trækker Stenen i Hesten med en lige saa stor og modsat rettet Kraft.

Aktion og Reaktion virker paa forskellige Legemer og holder altsaa ikke hinanden i Ligevægt.

### Bevægelsesprincippernes Gyldighed.

De Bevægelsesprincipper, vi nu har omtalt, skylder vi Galilei (1564—1642) og Newton (1642—1727). Principperne gælder for den absolutte Bevægelse, d. v. s. Bevægelsen i Forhold til et Koordinatsystem, der har Begyndelsespunktet i Solen og Akserne rettet mod bestemte Fiksstjerner, og ikke for Bevægelsen i Forhold til Jorden.

Eksempel. En Meteor, der befinder sig meget langt fra alle andre Himmelleger, vil ifølge Inertiens Lov være i Hvile eller i jævn, retliniet Bevægelse. Men da Jorden drejer sig om sin Akse og samtidig bevæger sig omkring Solen, vil Meteorens Bevægelse i Forhold til et Koordinatsystem, der er knyttet til Jorden, blive meget indviklet.

Det er især gennem Anvendelserne paa Astronomien, at Bevægelsesprincippernes Gyldighed kan prøves, og det har vist sig, at Iagttagelserne med overordentlig Nøjagtighed stemmer med, hvad man ud fra de opstillede Principper maatte vente. Almanakkens Paalidelighed er det bedste Bevis for Princippernes Gyldighed.

### Arbejde og Energi.

#### Arbejdets Definition.

Hvis et Legeme med Vægten  $K$  løfter en Byrde med Vægten  $Q$  (Fig. 57), og Bevægelsen foregaar uden Acceleration, maa man have

$$Q = K.$$

Hvis Byrden løfter Stykket 1, siges Kraften  $K$  at have udført Arbejdet  $K \cdot 1$ , medens Byrden  $Q$  har modtaget det lige saa store Arbejde  $Q \cdot 1$ . ( $Q$  siges ogsaa at have udført det negative Arbejde  $-Q \cdot 1$ ).

actio (lat.) = Handling.

re- (lat.) = tilbage.

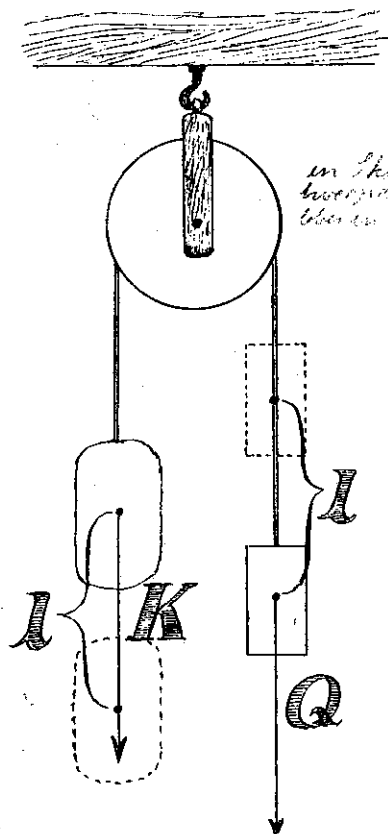


Fig. 57

Hvis Byrden sænkes Stykket I, udfører Kraften K et negativt Arbejde, men Arbejdet kan vedblivende udtrykkes ved Produktet  $K \cdot l \cdot \cos \varphi$ , naar vi (som før) lader  $\varphi$  betegne Vinklen mellem Kraften og Vejen (Fig. 59 b).

Vi kan sammenfatte alle de betragtede Tilfælde i følgende Definition:

En Kraft K, der er konstant i Størrelse og Retning, mens Angrebepunktet forskydes Stykket I, udfører under denne Forskydning Arbejdet

Hvis derimod Byrden sænkes et Stykke I, er det Q, der udfører Arbejdet  $Q \cdot I$ , og K, der modtager det lige saa store Arbejde  $K \cdot I$  (eller udfører det negative Arbejde  $-K \cdot I$ ).

Hvis Bevægelsen sker vinkelret paa Retningen af Kræfterne K og Q (Fig. 58), udfører (eller modtager) ingen af disse noget Arbejde.

Lad et Legeme med Vægten K glide med jævn Hastighed ned ad et fuldstændig glat Skraaplan, der danner Vinklen  $\varphi$  med Lodlinien (Fig. 59 a). Byrden maa da være

$$Q = K \cos \varphi.$$

Hvis Byrden løftes Stykket I, har Komposanten  $K \cos \varphi$  udført Arbejdet  $(K \cos \varphi) \cdot I$ , medens Komposanten  $K \sin \varphi$  intet Arbejde udfører. Kraften K siges da at have udført Arbejdet  $K \cdot I \cos \varphi$  (samme Arbejde som dens Komposanter tilsammen har udført). Byrden Q har modtaget det lige saa store Arbejde  $Q \cdot I$ .

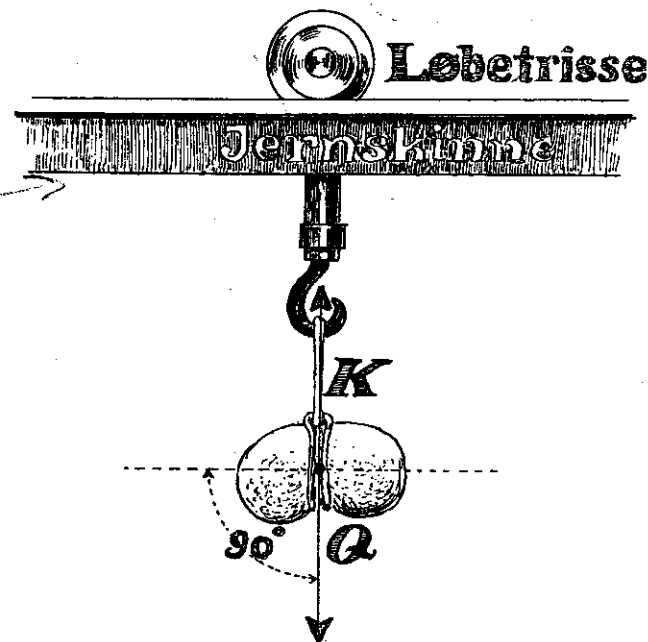


Fig. 58

$$A = K \cdot I \cdot \cos \varphi,$$

idet  $\varphi$  er Vinklen mellem K og I. (1)

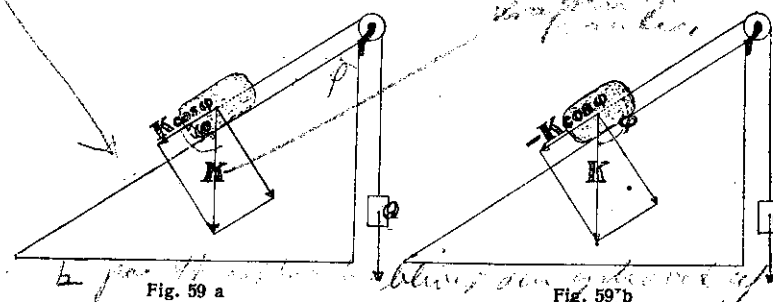


Fig. 59 a

Fig. 59 b

Af Definitionen følger, at Arbejdet er positivt, naar  $\varphi$  er spids, negativt, naar  $\varphi$  er stump, og at det er Nul,

- 1) naar  $\varphi$  er ret,
- 2) naar I er Nul,
- 3) naar K er Nul.

Ligningen (1) kan skrives enten

$$A = K (l \cos \varphi), \text{ eller } A = l (K \cos \varphi).$$

Altsaa:

Arbejdet er lig Kraften gange Vejens Projektion paa Kraftens Retning.

Arbejdet er lig Vejens gange Kraftens Projektion paa Vejens Retning. (En Kraft udfører altid samme Arbejde som dens Komposanter tilsammen, se Fig. 10).

Tillige er Enheden for Arbejde, 1 Erg, fastlagt ved Ligning (1). Lader man specielt Angrebepunktet forskydes i Kraftens Retning, ses det, at

1 Erg er det Arbejde, der udføres, naar Kraften er 1 Dyn, og Angrebepunktet forskydes 1 cm i Kraftens Retning.

Lad os benytte det før omtalte Dynamometer, og lad Viseren staa ved Mærket 1 kg, medens Angrebepunktet forskydes 1 m i Kraftens Retning. Arbejdet er da

$$A_1 = 981560 \cdot 100 = 98156000 \text{ Erg.}$$

(sml. Side 62). Dette Arbejde kaldes 1 Kilogrammeter (kgm). Sammenlignet med 1 kgm er 1 Erg et meget lille Arbejde (1 kgm = ca.  $10^8$  Erg).

### Arbejdshastighed.

Ved Arbejdshastigheden (Effekten) forstaas Arbejdet pr. Sekund. De hyppigst benyttede Enheder er

Erg pr. Sekund (Erg/sec) og

kgm pr. Sekund (kgm/sec).

75 kgm/sec kaldes en Hestekraft (H. K.).

### Arbejde og levende Kraft.

Lad en Partikel M være frit bevægelig i et lufttomt Rum. Partiklen har til Tiden t Hastigheden v og er paavirket af Kraften K.

Vi antager først, at K og v har samme Retning L (Fig. 60 a). I en uendelig kort Tid dt bevæger Partiklen sig Stykket  $dl = v \cdot dt$ , og K udfører derved Arbejdet  $dA = K \cdot dl = K \cdot v \cdot dt$ .

ergon (gr.) = Arbejde.

efficio (lat.) = fuldfører.

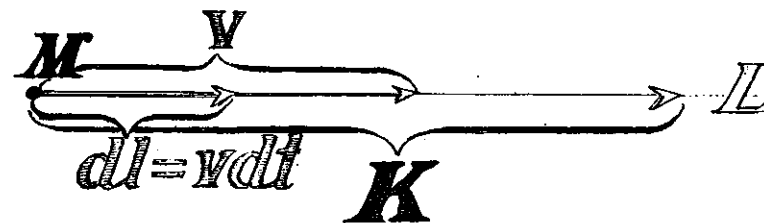


Fig. 60 a

Lad Hastighedens Tilvækst i Tiden dt være dv. Man har da, idet Partiklens Masse er m (se Side 62 og Side 51),

$$K = m \cdot \frac{dv}{dt},$$

og altsaa er

$$dA = m \frac{dv}{dt} \cdot v dt = m \cdot v dv = d\left(\frac{1}{2} m v^2\right).$$

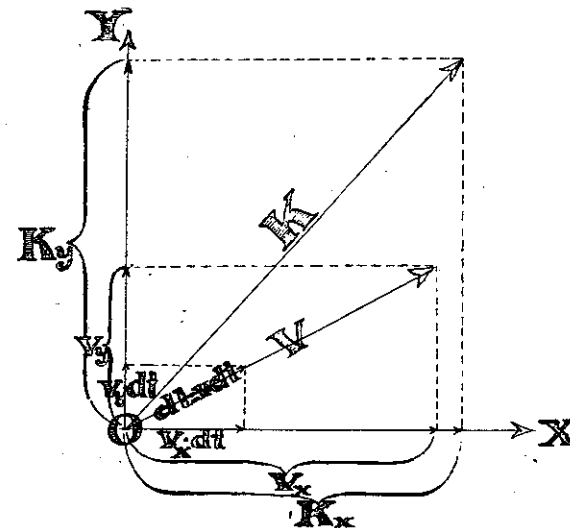


Fig. 60 b

Hvis K og v ikke gaar i samme Retning, opløser vi Kraften, Hastigheden og Vejen efter to paa hinanden vinkelrette Akser i det Plan, der bestemmes af K og v (Fig. 60 b). De af Komposanterne  $K_x$  og  $K_y$  i Tiden dt udførte Arbejder er  $dA_x$  og  $dA_y$ .

Man har da ifølge det foregaaende:

$$dA_x = d \left( \frac{1}{2} m v_x^2 \right)$$

$$dA_y = d \left( \frac{1}{2} m v_y^2 \right)$$

Figuren viser, at

$$v_x^2 + v_y^2 = v^2,$$

hvoraf  $\frac{1}{2} m v_x^2 + \frac{1}{2} m v_y^2 = \frac{1}{2} m v^2,$

og følgelig  $d \left( \frac{1}{2} m v_x^2 \right) + d \left( \frac{1}{2} m v_y^2 \right) = d \left( \frac{1}{2} m v^2 \right).$

Endvidere har man (se Side 66):

$$dA_x + dA_y = dA.$$

Altsaa finder vi ogsaa i dette Tilfælde Formlen

$$dA = d \left( \frac{1}{2} m v^2 \right).$$

Størrelsen  $\frac{1}{2} m v^2$  kaldes Partiklens levende Kraft. I en uendelig kort Tid ( $dt$ ) er Tilvæksten i udført Arbejde ( $dA$ ) lig Tilvæksten i levende Kraft ( $d \left( \frac{1}{2} m v^2 \right)$ ).

I et Tidsinterval af endelig Størrelse  $t_2 - t_1$  er

$$\text{Tilvæksten i udført Arbejde} = \int_{t_1}^{t_2} dA = A_2 - A_1 \quad \text{og}$$

$$\text{Tilvæksten i levende Kraft} = \int_{t_1}^{t_2} d \left( \frac{1}{2} m v^2 \right) = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2,$$

og disse Tilvækster maa være lige store, altsaa:

$$A_2 - A_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

(den levende Krafts Princip).

Den levende Kraft angives ligesom Arbejdet i Erg (eller kgm). Den er slet ikke nogen Kraft, og dens Benævnelse er saaledes meget misvisende.

Hvis M ikke er frit bevægelig, men bunden til at følge en eller anden Bane, gælder alt, hvad vi før har sagt, naar blot der ikke skal tages Hensyn til Gnidningsmodstand eller Luft-

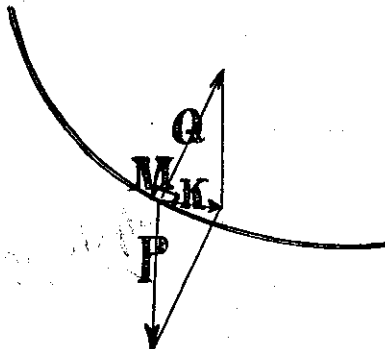
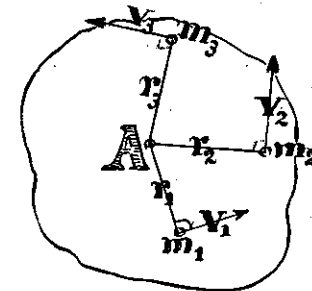


Fig. 61

modstand. Lad M f. Eks. være paavirket af Tyngden med Kraften P, og lad Banens Reaktion være Q. Bevægelsen forløber da, som om M var frit bevægelig under Paavirkning af en Kraft K, der er Resultanten af P og Q (Fig. 61).

Tilvæksten i levende Kraft er da lig Tilvæksten i det af Kraften K udførte Arbejde. Men da Bevægelsen er forudsat gnidningsfri, staar Q hele Tiden vinkelret paa Banen og udfører saaledes intet Arbejde. Tilvæksten i levende Kraft bliver da alene lig Tilvæksten i det af Kraften P udførte Arbejde. Man behøver altsaa slet ikke at kende Reaktionen Q.

Et roterende Legemes levende Kraft.



Vinkelhastighed  $\omega$

Fig. 62

Man finder med Figurens Betegnelser:

$$\begin{aligned} \text{Den levende Kraft} &= \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \frac{1}{2} m_3 v_3^2 + \dots \\ &= \frac{1}{2} m_1 (\omega r_1)^2 + \frac{1}{2} m_2 (\omega r_2)^2 + \frac{1}{2} m_3 (\omega r_3)^2 + \dots \\ &= \frac{1}{2} \omega^2 (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots) \\ &= \frac{1}{2} \omega^2 \cdot \sum m r^2 = \frac{1}{2} I \omega^2, \end{aligned}$$

idet  $I = \sum m r^2$ . I kaldes Legemets Inertimoment m. H. t. Aksen A.

(Beregning af et Legemes Inertimoment.

Eks. 1. Inertimomentet af en homogen Stang m. H. t. en Akse gennem Midtpunktet og vinkelret paa Stangen er  $m \cdot l^2/3$ , idet m er Massen og l den halve Længde.



Stangen i Quadrater, som afstanden = Stangen

Massen pr. Længdeenhed =  $\mu$ ;  $dm = \mu \cdot dx$ .

$$\begin{aligned} \text{Inertimomentet} &= 2 \int_0^l dm \cdot x^2 = 2 \int_0^l (\mu dx) \cdot x^2 \\ &= 2 \mu \cdot \frac{l^3}{3} = \mu \cdot 2 l \cdot \frac{l^2}{3} = m \cdot \frac{l^2}{3} \end{aligned}$$

Eks. 2. Inertimomentet af en homogen, cirkulær Skive m. H. t. en Akse gennem Centrum og vinkelret paa Skiven er  $m \cdot r^2/2$ , idet  $m$  er Massen og  $r$  Radius. (Samme Udtryk gælder for en homogen, cirkulær Cylinders Inertimoment m. H. t. Cylinderaksen).

Massen pr. Arealenhed =  $\mu$ ;  $dm = \mu \cdot 2 \pi x dx$ .

$$\begin{aligned} \text{Inertimomentet} &= \int_0^r dm \cdot x^2 = \int_0^r (\mu 2 \pi x dx) \cdot x^2 \\ &= 2 \pi \mu \cdot \frac{r^4}{4} = \mu \cdot \pi r^2 \cdot \frac{r^2}{2} = m \cdot \frac{r^2}{2} \end{aligned}$$

Forsøg Nr. 17. Bestemmelse af et roterende Legemes levende Kraft. (E)

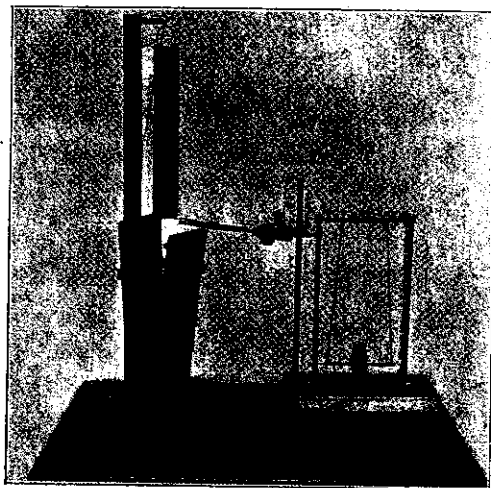


Fig. 63

Spejlglassplade.  
Galge.

Terpentinlampe.

Tændstikker.

Sytraad.

Stemmegaffel med Spids.

Forsøgsstativ.

Anslagshammer.

Maalebaand.

Meterstok.

Skydelære.

Messingskive med Staalakse,  
bifilart ophængt.

bis (lat.) = to Gange.

filum (lat.) = Traad.

### a. Bestemmelse af Stemmegafflens Svingningstal.

Spejlglasspladen sodes godt til og ophænges som vist paa Figuren. Stemmegafflen anbringes saaledes, at Spidsen er lige ved Underkanten af Glasset (O), og slaas derpaa kraftigt an. Traaden brændes over, og under Pladens Fald tegner Spidsen en Bølgelinie i Soden.

Man finder Antallet af tydelige Bølger, f. Eks. fra nederste, tydelige største Udsving til højre ( $S_1$ ) til øverste største Udsving til samme Side ( $S_2$ ). Lad Antallet være  $p$ .

Faldvejene  $s_1 = O S_1$  og  $s_2 = O S_2$  udmaales, og de tilsvarende Faldtider  $t_1$  og  $t_2$  bestemmes ved Formlerne:

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= \frac{1}{2} g t_1^2, \quad t_1 = \sqrt{\frac{2 s_1}{g}}, \\ s_2 &= \frac{1}{2} g t_2^2, \quad t_2 = \sqrt{\frac{2 s_2}{g}}, \end{aligned} \right\} g = 982.$$

I Tiden  $t_2 - t_1$  har Stemmegafflen udført  $p$  Svingninger. Dens Svingningstal, d. v. s. Antallet af Svingninger pr. Sekund, er da:

$$n = \frac{p}{t_2 - t_1}.$$

(Om Svingningernes Ligetidighed se Side 87).

Udfør Forsøget 2 eller 3 Gange og angiv Middeltallet af de fundne Svingningstal.

### b. Bestemmelse af Messingskivens Vinkelhastighed.

Skivens Rand sodes godt til, og Stemmegafflen anbringes saaledes, at Spidsen er lidt højere end Skivens Midtpunkt (M) og nær ved Randen. Apparatet »trækkes op«, og man finder M's lodrette Afstand  $h_1$  fra Grundpladen. Man giver derpaa Slip, og idet Ophængningssnorene vikler sig af Aksen, falder Skiven langsomt, men med stigende Vinkelhastighed. Stemmegafflen slaas kraftigt an, og der tegnes da en Bølgelinie i Soden, naar Midtpunktet M er i Højde med Spidsen. Denne Højde  $h_2$  findes.

Man undersøger, om Bølgerne er lige lange. Hvis dette (med Tilnærmelse) er Tilfældet, udmaaler man Længden ( $l = \Delta s$ ) af et passende Antal Bølger ( $q$ ).

Stemmegaflen vilde i et helt Sekund frembringe  $n$  Bølger eller Svingninger; Svingningstiden er da  $\frac{1}{n}$  Sekund. Den til Udvikling af  $q$  Bølger fornødne Tid er da  $\Delta t = q/n$ .

Skivens Rand har altsaa i det betragtede Øjeblik bevæget sig med Hastigheden

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{l \cdot n}{q}$$

Udmaales Skivens Radius  $r$ , kan man ogsaa finde Vinkelhastigheden

$$\omega = \frac{v}{r}$$

Udfør Forsøget 2 eller 3 Gange (med de samme Værdier for  $h_1$  og  $h_2$ ) og angiv Middeltallet af de fundne Vinkelhastigheder.

c. Bestemmelse af Messingskivens (og Staal-  
aksens) Inertimoment og levende Kraft.

Nedenstaaende Tabel udfyldes (se Vægtfyldetabellen Side 31):

|                  | Messingskiven | Staalaksen |
|------------------|---------------|------------|
| Radius           |               |            |
| Tykkelse, Længde |               |            |
| Rumfang          |               |            |
| Masse            |               |            |
| Inertimoment     |               |            |

Hele Legemets Masse  $m =$

— — Inertimoment  $I =$

— — levende Kraft  $E = \frac{1}{2} I \omega^2 =$

d. Anvendelse af den levende Krafts Princip.

Tyngdekraften har udført Arbejdet

$$A = m g (h_1 - h_2),$$

og idet vi ser bort fra den levende Kraft, der hidrører fra Skivens langsomme Fald, samt fra Luftmodstanden og Stivheden i Ophængningssnorene, maa dette Arbejde være lig den levende Kraft, der hidrører fra Rotationen.

Sammenlign de fundne Værdier af  $A$  og  $E$  og angiv Afvigelsen i % af  $A$ .

## Energiens Definition; Energiformer.

Ved Energi forstaar man Evne til at udføre et Arbejde, og Energien maales ved Størrelsen af dette Arbejde.

Eks. 1. Et Legeme, der kan sænkes, har Energi, thi det kan ved en Snor og en eller flere Trisser bringes til at hæve et andet Legeme. Det synkende Legeme udfører Arbejde og taber Energi, det stigende Legeme modtager Arbejde og vinder Energi.

Et Legeme, der kan sænkes, indeholder Beliggenhedsenergi.

Eks. 2. En spændt Fjeder kan udføre et Arbejde, mens den gaar tilbage til sin oprindelige Form. En sammenpresset Luftmasse kan udføre et Arbejde, mens den udvider sig.

Den Energi, der er opsamlet i elastiske Legemer, kaldes Spændingsenergi.

Eks. 3. En Slæde, der er i Fart, kan af sig selv løbe et Stykke op ad en Bakke. Et Svinghjul kan føre en Dampmaskine over de døde Punkter.

Energi, der skyldes Bevægelse, kaldes Bevægelsesenergi.

## Oversigt over Energiformerne.

Mekanisk Energi  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Beliggenhedsenergi} \\ \text{Spændingsenergi} \\ \text{Bevægelsesenergi} \end{array} \right\}$  potentiel Energi.  $= m \cdot g \cdot l$   
kinetisk Energi.

Varme, Lys, Elektricitet, Magnetisme, kemisk Energi.

## Energiens Bestaaen.

Hvis Bevægelsen i Eks. 1 er gnidningsfri, vil det stigende Legeme vinde lige saa megen Energi, som det synkende taber. Der er flyttet Beliggenhedsenergi fra et Legeme til et andet, men den samlede Energi er uforandret.

Et svingende Pendul har ingen Bevægelsesenergi i Yderstillingerne, men derimod stor Beliggenhedsenergi. I Midtstillingen

potentia (lat.) = Magt.

alt hvad der med Udviklingen er i stand til at udføre et Arbejde, kaldes Energi. Alt magtfuldt og Udviklingsdygtigt er Energi.

lingen har det ingen Beliggenhedsenergi (da det ikke kan synke dybere), men stor Bevægelsesenergi.

Hvis vi ser bort fra Gnidning og Luftmodstand, er i ethvert Tidsinterval det af Tyngden udførte Arbejde, d. v. s. Tabet i potentiel Energi, lig Tilvæksten i levende Kraft. Vi vedtager nu at maale et Legemes kinetiske Energi ved dets levende Kraft. Den samlede Energi forbliver da ogsaa her uforandret.

Lige siden Newtons Tid har man været klar over, at ingen Maskine kan frembringe mekanisk Energi, og at et perpetuum mobile er en Umulighed. At den mekaniske Energi, der forsvinder paa Grund af Gnidningsmodstanden, erstattes af den samtidig frembragte Varme blev derimod først erkendt i Midten af det 19. Aarhundrede. (1842 af den tyske Læge Robert Mayer, 1843 af den danske stud. polyt. Colding og den engelske Brygger Joule).

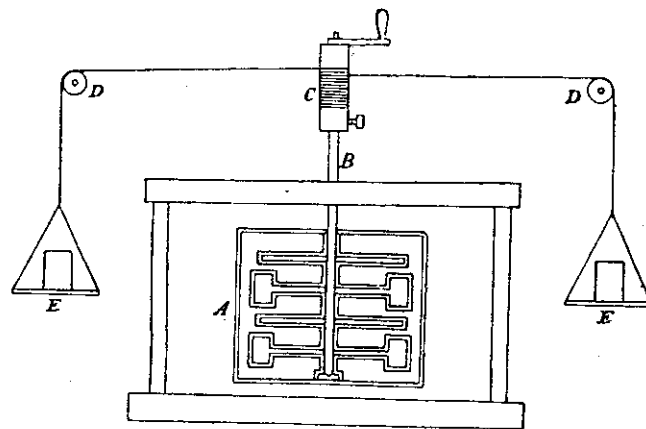


Fig. 64

Joule bestemte Varmens mekaniske Ækvivalent, d. v. s. det Antal Erg der svarer til 1 Gramkalorie, paa følgende Maade:

I et Vandkalorimeter A (Fig. 64) er anbragt en Akse B, der er forsynet med et Antal Skovle, og fra Kalorimetervæggen udgaar Plader, der er udskaaret saaledes, at Skovlene netop kan passere.

Aksen bærer en Cylinder C, hvorom der er viklet to Snore. Hver Snor føres over en Trisse D og bærer en Vægtskaal E med perpetuus (lat.) = vedvarende. mobilis (lat.) = bevægelig.

Uden at tage hensyn til luftmodstand og gnidning, er det af Tyngden udførte Arbejde 2 m. g. l. Erg, idet g er Tyngdeaccelerationen. Naar m afpasses saaledes, at Bevægelsen foregaar langsomt, kan vi se bort fra Loddernes kinetiske Energi og fra Luftmodstanden. Det af Loddene udførte Arbejde vil da udelukkende medgaa til at frembringe Varme i Kalorimetret. Varmeutviklingen beregnes paa sædvanlig Maade af Temperaturstigningen, Vandmængden og Kalorimetrets Vandværdi. Er den Q Gramkalorier, har man:

$$Q \text{ Gramkalorier} = 2 m g l \text{ Erg};$$

$$1 \text{ Gramkalorie} = \frac{2 m g l}{Q} \text{ Erg.}$$

Man har fundet:

$$1 \text{ Gramkalorie} = 4,185 \cdot 10^7 \text{ Erg};$$

$$1 \text{ Kilogramkalorie} = 1000 \cdot 4,185 \cdot 10^7 \text{ Erg};$$

$$= \frac{1000 \cdot 4,185 \cdot 10^7}{98156000} \text{ kgm}$$

$$= \text{ca. } 427 \text{ kgm.}$$

Dynamometret justeret i København.

Det har vist sig, at naar Energi ændres fra een Energi-form til en anden, foregaar Ændringen altid efter faste Forhold, saa der ikke kan opstaa eller forsvinde Energi af een Art, uden at der samtidig forsvinder eller opstaaer en tilsvarende Mængde Energi af en anden Art, og det har tillige vist sig, at hvis Processen gaar tilbage igen, finder den modsatte Energiomsætning Sted. Naar mekanisk Energi omsættes til Varme, giver  $4,185 \cdot 10^7$  Erg altid 1 Gramkalorie, og naar Varme omsættes til Arbejde, giver 1 Gramkalorie altid  $4,185 \cdot 10^7$  Erg. Der gaar ingen Energi til Spilde, naar der veksles frem og tilbage.

Endvidere har det vist sig, at det er ligegyldigt, ad hvilke Veje Omsætningen foregaar. Hvis mekanisk Energi først omsættes til Hvirvelstrømme, f. Eks. derved at de faldende Lødder i Fig. 64 bringer en Kobberplade til at rotere i et Magnetfelt (sml. Elektricitet I Side 79—80), hvorpaa den elektriske Energi omsættes til Varme, bliver Resultatet det samme, som om man straks var gaaet fra mekanisk Energi til Varme.

Man udtrykker dette i følgende Sætning, Energisætningen:

Energi kan ikke opstaa og ikke forsvinde. Den samlede Energi i Verden er konstant.

$$1 \text{ kgm} = 981,560000 \text{ dette er den samlede Energi i Verden}$$

## Eksempler paa retliniet og krumliniet Bevægelse.

### Bevægelsen paa et Skraaplan.

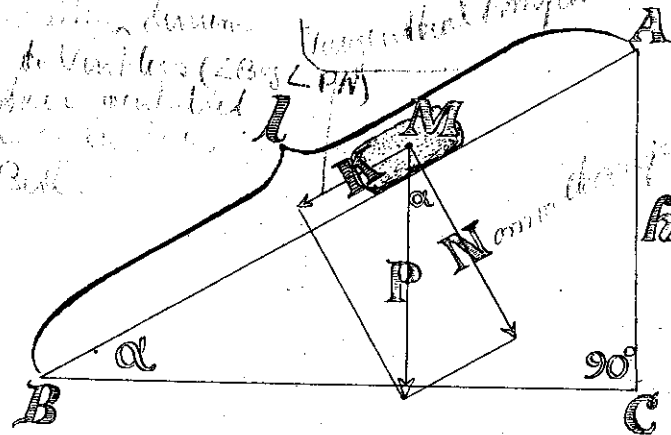


Fig. 65

Fig. 65 viser en Faldlinie AB i et fuldkommen glat Skraaplan, der danner Vinklen  $\alpha$ , Elevationen, med Horizontens Plan.  $AB = l$  kaldes Skraaplanets Længde og  $AC = h$  dets Højde.

Et Legeme M er anbragt paa Skraaplanet. Det paavirkes af Tyngden med Kraften  $P = mg$ , idet  $m$  er Legemets Masse og  $g$  Tyngdeaccelerationen. Normaltrykket  $N = P \cos \alpha = mg \cos \alpha$  ophæves af Skraaplanets Modtryk. Den bevægende Kraft  $K = P \sin \alpha = mg \sin \alpha$  giver M en Acceleration  $G$ , der bestemmes ved Newtons Bevægelsesligning (se Side 62). Man har altsaa:

$$K = m G; \quad G = g \sin \alpha.$$

Vi betragter det specielle Tilfælde, at Bevægelsen udgaar fra A med Begyndelseshastigheden 0. Vejen  $S$  og Hastigheden  $V$  svarende til Tiden  $T$  er da bestemt ved Ligningerne:

$$S = \frac{1}{2} GT^2, \quad V = GT,$$

og Elimination af  $T$  giver:

$$V^2 = 2 GS.$$

For et frit Fald, der udgaar fra A med Begyndelseshastigheden 0, gælder Ligningerne:

$$s = \frac{1}{2} g t^2, \quad v = gt,$$

og Elimination af  $t$  giver:

$$v^2 = 2 g s.$$

For Punkterne B og C har man henholdsvis  $S = l$  og  $s = h$ , og idet de tilsvarende Hastigheder betegnes ved  $W$  og  $w$ , har man:  $W^2 = 2 G l = 2 (g \sin \alpha) l = 2 g (l \sin \alpha) = 2 g h = w^2$ .

Anm. Energisætningen giver straks, at der i samme Højde (samme potentielle Energi) maa være samme Hastighedskvadrat (samme kinetiske Energi).

Hvis Bevægelsen ikke er gnidningsfri, er den bevægende Kraft kun  $K = T - \mu \cdot N$ .

$K = mg \sin \alpha - \mu \cdot mg \cos \alpha = mg (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$ , hvor  $\mu$  er Gnidningskoefficienten (se Side 42), og ifølge Newtons Bevægelsesligning bliver Accelerationen

$$G = g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha).$$

Eks. 1.  $\tan \alpha = \mu$  (sml. Side 42).

Eks. 2.  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\mu = 0,2$ . Gennemfør lignende Regninger som ved Faldet paa det glatte Skraaplan og bestem Forholdet mellem  $W^2$  og  $w^2$ .

### Kastebevægelsen.

Et Kast kan være vandret, lodret eller skraat. Vi vil i hvert af disse Tilfælde begynde med et Taleksempel og afbilde Bevægelsen saavel paa en kvadreret Tavle som paa Millimeterpapir, idet vi fastlægger et tilstrækkeligt Antal Punkter af Banen. (1 m i Virkeligheden = 1 cm paa Tavlen = 1 mm paa Millimeterpapiret. X-Aksen vandret, Y-Aksen lodret og med positiv Retning opad; Begyndelsespunktet i Kastets Udgangspunkt). Der tages ikke Hensyn til Luftmodstanden.

#### Det vandrette Kast.

Paa den i Fig. 66 antydede Maade kan man starte et frit Fald og et vandret Kast samtidig. Kuglerne naar Gulvet i samme Øjeblik.

Det vandrette Kast kan opløses i en jævn, vandret Bevægelse og et frit Fald.

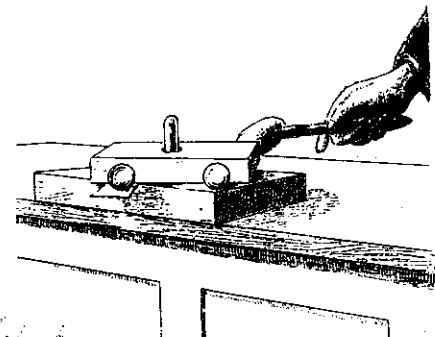
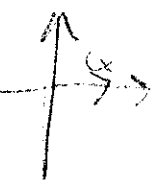


Fig. 66

En Sten kastes vandret ud med Hastigheden  $c_x = 30$  m/sec. Tyngdeaccelerationen  $g$  sættes til  $10$  m/sec<sup>2</sup>, og nedenstaaende Tabel udfyldes:



| Tiden t                 | 0  | 1   | 2   | 3   | 4   | 5    | 6    | 7    | 8    |
|-------------------------|----|-----|-----|-----|-----|------|------|------|------|
| Vandret Vej x           | 0  | 30  | 60  | 90  | 120 | 150  | 180  | 210  | 240  |
| Lodret Vej y            | 0  | -5  | -20 | -45 | -80 | -125 | -180 | -245 | -320 |
| Vandret Hastighed $v_x$ | 30 | 30  | 30  | 30  | 30  | 30   | 30   | 30   | 30   |
| Lodret Hastighed $v_y$  | 0  | -10 | -20 | -30 | -40 | -50  | -60  | -70  | -80  |

Bevægelsesligningerne bliver:

$$\begin{aligned} x &= c_x t & (1a), & & v_x &= c_x & (2a), \\ y &= -\frac{1}{2} g t^2 & (1b), & & v_y &= -g t & (2b). \end{aligned}$$

Banens Ligning findes ved Elimination af  $t$  mellem Ligningerne (1a) og (1b). Man finder:

$$x^2 = -\frac{2 c_x^2}{g} \cdot y.$$

Banen er altsaa den ene Gren af en Parabel, der har Top-punktet i Begyndelsespunktet og Aksen langs den negative Y-Akse.

Det lodrette Kast.

Det lodrette Kast kan opløses i en jævn, lodret Bevægelse og et frit Fald.

En Sten kastes lodret opad med Hastigheden  $c_y = 40$  m/sec. Tyngdeaccelerationen  $g$  sættes til  $10$  m/sec<sup>2</sup>, og nedenstaaende Tabel udfyldes:

| Tiden t       | 0  | 1  | 2  | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   |
|---------------|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Vejen y       | 0  | 35 | 40 | 105 | 140 | 175 | 210 | 245 | 280 |
| Hastigheden v | 40 | 30 | 20 | 10  | 0   | -10 | -20 | -30 | -40 |

Bevægelsesligningerne bliver (baade for den opadgaaende og den nedadgaaende Bevægelse):

$$y = c_y t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (1), \quad v_y = c_y - g t \quad (2).$$

Banens øverste Punkt:  $v_y = 0$ .

Tiden for den opadgaaende Bevægelse:  $0 = c_y - g t_0$ ;  $t_0 = \frac{c_y}{g}$

$$\text{Stighøjden: } \eta = c_y t_0 - \frac{1}{2} g t_0^2 = c_y \cdot \frac{c_y}{g} - \frac{1}{2} g \cdot \frac{c_y^2}{g^2} = \frac{c_y^2}{2g}.$$

Kastets Udgangspunkt passerer igen:  $y = 0$ .

Tiden for Bevægelsen op og ned:  $0 = c_y t - \frac{1}{2} g t^2$ ;  $t = \begin{cases} 0 \\ 2 c_y / g \end{cases} = 2 t_0$ .

Løsningen  $t = 0$  svarer til det Øjeblik, Kastet begynder. Tiden for Bevægelsen op og ned er  $2 \cdot t_0$ . Den opadgaaende og den nedadgaaende Bevægelse har altsaa taget samme Tid.

Hastigheden idet Udgangspunktet passerer igen:

$$w_y = c_y - g \cdot 2 t_0 = c_y - g \cdot \frac{2 c_y}{g} = -c_y.$$

Anm. Energisætningen giver straks, at der i samme Højde (samme potentielle Energi) maa være samme Hastighedskvadrat (samme kinetiske Energi).

Det skraa Kast.

Det skraa Kast kan opløses i en jævn, vandret Bevægelse og et lodret Kast.

En Sten kastes skraat opad med en Hastighed, hvis Komponenter er  $c_x = 30$  m/sec og  $c_y = 40$  m/sec. Hastigheden er da  $c = \sqrt{c_x^2 + c_y^2} = 50$  m/sec, og dens Vinkel med Horisontens Plan, Elevationen, er bestemt ved Ligningen  $\tan \alpha = \frac{4}{3}$ . Tyngdeaccelerationen  $g$  sættes til  $10$  m/sec<sup>2</sup>, og nedenstaaende Tabel udfyldes:

| Tiden t                 | 0  | 1  | 2  | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   |
|-------------------------|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Vandret Vej x           | 0  | 30 | 60 | 90  | 120 | 150 | 180 | 210 | 240 |
| Lodret Vej y            | 0  | 35 | 40 | 105 | 140 | 175 | 210 | 245 | 280 |
| Vandret Hastighed $v_x$ | 30 | 30 | 30 | 30  | 30  | 30  | 30  | 30  | 30  |
| Lodret Hastighed $v_y$  | 40 | 30 | 20 | 10  | 0   | -10 | -20 | -30 | -40 |

Bevægelsesligningerne bliver:

$$x = c_x t = c \cos \alpha \cdot t \quad (1a),$$

$$v_x = c_x = c \cos \alpha \quad (2a).$$

$$y = c_y t - \frac{1}{2} g t^2 = c \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (1b),$$

$$v_y = c_y - g t = c \sin \alpha - g t \quad (2b).$$

Banens øverste Punkt:  $v_y = 0$ .

Tiden for den opadgaende Bevægelse:

$$0 = c_y - g t_0; t_0 = \frac{c_y}{g} = \frac{c \sin \alpha}{g}.$$

x-Koordinaten:

$$\xi = c_x t_0 = c \cos \alpha \cdot \frac{c \sin \alpha}{g} = \frac{c^2 \sin 2\alpha}{2g}.$$

y-Koordinaten:

$$\eta = c_y t_0 - \frac{1}{2} g t_0^2 = c_y \cdot \frac{c_y}{g} - \frac{1}{2} g \frac{c_y^2}{g^2} = \frac{c_y^2}{2g} = \frac{c^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$

Det vandrette Plan gennem Kastets Udgangspunkt passerer igen:  $y = 0$ .

Tiden for Bevægelsen op og ned:

$$0 = c_y t - \frac{1}{2} g t^2; t = \begin{cases} 0 \\ 2 \frac{c_y}{g} = 2 t_0. \end{cases}$$

Løsningen  $t = 0$  svarer til det Øjeblik, Kastet begynder. Tiden for Bevægelsen op og ned er  $2 t_0$ . Den opadgaende og den nedadgaende Bevægelse har altsaa taget samme Tid. Kastevidden:

$$k = c_x \cdot 2 t_0 = 2 \xi = \frac{c^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

For en given Værdi af  $c$  naar Kastevidden sin største Værdi  $K = \frac{c^2}{g}$ , naar Elevationen er  $45^\circ$ . Elevationerne  $45^\circ - \beta$  og  $45^\circ + \beta$  giver samme Kastevidde, da Vinklerne  $2 (45^\circ - \beta)$  og  $2 (45^\circ + \beta)$  er Supplementvinkler.

Hastigheden i det Øjeblik, da det vandrette Plan gennem Udgangspunktet atter passerer:

$$w_x = c_x, w_y = c_y - g \cdot 2 t_0 = c_y - g \cdot \frac{2 c_y}{g} = -c_y; w^2 = c^2.$$

Anm. Energisætningen giver straks, at der i samme Højde (samme potentielle Energi) maa være samme Hastighedskvadrat (samme kinetiske Energi).

Banens Ligning findes ved Elimination af  $t$  mellem Ligningerne (1 a) og (1 b). Man finder:

$$(x - \xi)^2 = -\frac{2 c_x^2}{g} (y - \eta).$$

Banen er altsaa en Del af en Parabel, der har Toppunktet i  $(\xi, \eta)$  og Aksen parallel med den negative Y-Akse.

Den ballistiske Kurve er Projektilbanen i Luften. Den er meget forskellig fra den paraboliske Bane i lufttomt Rum.

For Gevær 1889 har man fundet, at Projektilet forlader Munden med en Hastighed paa 770 m/sec, men i

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 Sek. flyver det kun 550, 940, 1230, 1460, 1650, 1820, 1980 Meter.

Set fra Siden vil Kuglebanen derfor blive krummere, end den vilde være, hvis der ingen Luftmodstand var, Skudvidden svarende til en vis Elevation bliver meget mindre (9000 m i lufttomt Rum svarer til 2000 m i Luften), og den opstigende Gren vil være mere end Halvdelen af Skudvidden.

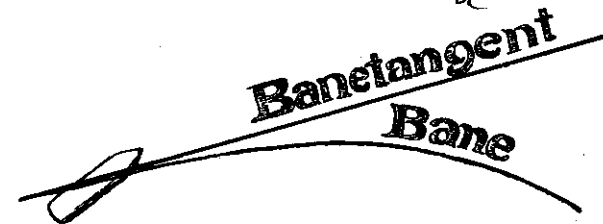


Fig. 67

(Ved riflet Skyts er Kuglebanen en vindskæv Kurve. Paa Grund af Rotationen stræber Projektilet at bevare sin Akseretning og kommer derfor snart til at danne en Vinkel med Bane-tangenten (Fig. 67). Lufttrykket vil da løfte Projektilets Spids opefter, men paa Grund af Rotationen følger Projektilet ikke Paavirkningens Retning, men viger ud til Siden. (Aksen i en Snurre, der er ved at tabe Farten, falder ikke straks ned mod Bordet, men beskriver en Kegleflade).)

### Krumliniet Bevægelse; Centralbevægelse; Cirkelbevægelse.

#### Den almindelige krumliniede Bevægelse.

Lad Partiklen M beskrive den krumme Bane fra A til B under Paavirkning af Kraften  $K$ . Denne kan under hele Bevægelsen tænkes opløst i en Normal komponent  $K_n$  og en Tangential komponent  $K_t$ .

Banen maa krumme saaledes, at  $K_n$  stedse er rettet mod den konkave Side. Hvis  $K_n$  i en kortere eller længere Tid er lig Nul, bliver den tilsvarende Del af Banen retliniet.

ballo (gr.) = kaster.

Hastigheden i Banen maa vokse eller aftage, efter som  $K_t$  gaar i eller mod Bevægelsesretningen (Fig. 68 a og b). Hvis  $K_t$

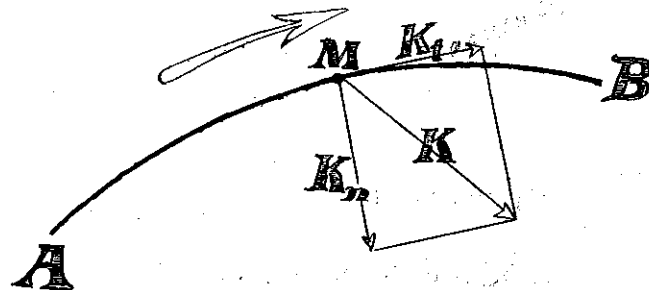


Fig. 68 a

i en kortere eller længere Tid er lig Nul, maa Hastighedens Størrelse være konstant i dette Tidsrum.

Hvis baade  $K_n$  og  $K_t$  er lig Nul i en kortere eller længere Tid, maa Bevægelsen, saa længe dette varer, være retliniet og jævn.

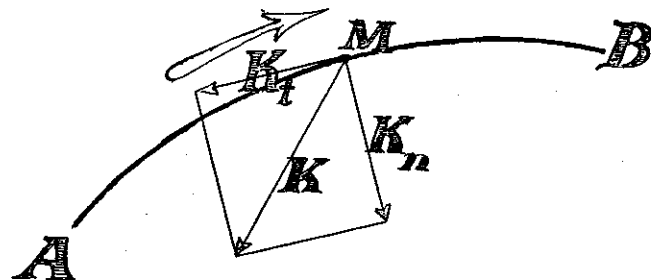


Fig. 68 b

### Centralbevægelse.

Vi betragter det specielle Tilfælde, at Kraften stedse er rettet mod et og samme Punkt S. Bevægelsen kaldes da en Centralbevægelse. Afstanden fra S til Partiklen M kaldes radius vector. Eksempler paa Centralbevægelse er Maanens Bevægelse omkring Jorden og en Planets Bevægelse omkring Solen.

Johannes Kepler har med Benyttelse af Tycho Brahes Observationer fundet, at Planeternes Bevægelse foregaar efter følgende Love:

radius vector (lat.) = løbende Radius.

- 1) Planetbanerne er Ellipser med Solen i det ene Brændpunkt.
- 2) De af radius vector i lige lange Tider beskrevne Arealer er lige store. (Arealhastigheden er konstant).
- 3) Kvadraterne paa forskellige Planeters Omløbstider forholder sig som Kuberne paa Middelaafstandene.

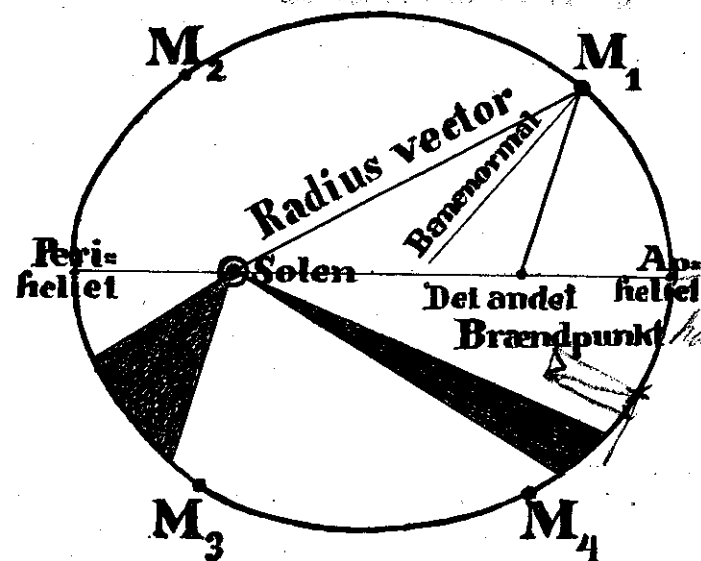


Fig. 69

Fig. 69 viser Mars i 4 forskellige Stillinger  $M_1, M_2, M_3, M_4$ . Banebevægelsen skyldes Solens Tiltrækning. Find Retningen af dennes Tangentialkomponent og gør Rede for, hvor Hastigheden er voksende, og hvor den er aftagende.

Figuren illustrerer tillige Keplers 2den Lov. De skraverede Arealer svarer til lige lange Tider og er lige store.

### Forsøg Nr. 18. Cirkelbevægelse. (L)

Centrifugalmaskine.

Rotationsramme med to Kugler.

Rotationsbæger delvis fyldt med Kvægsølv og Vand; heri smaa Jernsøm og Korkstykker.

Sløjfebane med Staalkugle.

Vi har tidligere (Side 58 og 59) fundet, at Accelerationen ved en Cirkelbevægelse med konstant Hastighed er rettet mod Centrum og har Størrelsen

peri (gr.) = omkring.

apo (gr.) = fra.

helios (gr.) = Solen.

idet  $T$  er Omløbstiden,  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  Vinkelhastigheden og  $r$  Cirkulens Radius. Skal Bevægelsen udføres af et Legeme med Massen  $m$ , er det altsaa nødvendigt og tilstrækkeligt, at der virker en mod Centrum rettet Kraft, Centripetalkraften, af Størrelsen

$$K = \omega^2 r m = \frac{4\pi^2 r m}{T^2}$$

En Cirkelbevægelse med konstant Hastighed er altsaa en speciel Centralbevægelse.



Fig. 70

Eks. 1. To Kugler med Masserne  $m_1$  og  $m_2$  er forbundne ved en vægtløs uelastisk Snor, og deres Centre kan uden Gnidning forskydes langs en Stang, der drejes i vandret Plan om den lodrette Akse A.

Er Centrenes Afstand fra Aksen

$r_1$  og  $r_2$ , holder Kuglerne hinanden i cirkulære Baner, naar

$$K_1 = K_2 = \omega^2 \cdot r_1 m_1 = \omega^2 \cdot r_2 m_2, \text{ d. v. s. naar } r_1 m_1 = r_2 m_2.$$

Betingelsen er altsaa, at Kuglernes fælles Tyngdepunkt ligger i Aksen A.

Eks. 2. Et Rotationsbæger (en primitiv Centrifuge) er delvis fyldt med Vædske og drejes med konstant Vinkelhastighed  $\omega$  om en lodret Akse X.

Vædskenes fri Overflade maa være en Omdrejningsflade. Fig. 71 viser et Meridiansnit.

En lille Vædske masse  $m$  i Overfladepunktet  $(x, y)$  paavirkes af Tyngden med Kraften  $K_1 = mg$  og af de øvrige Væd-

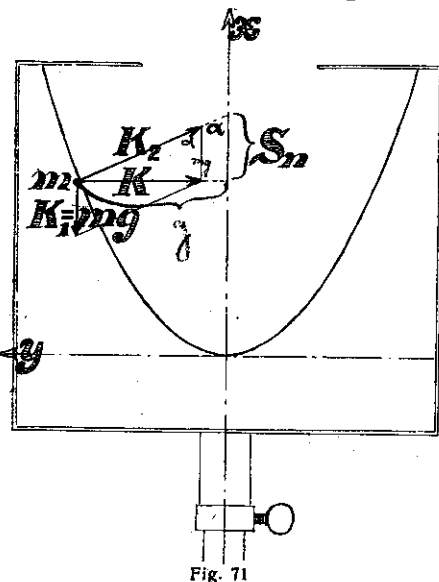


Fig. 71

peto (lat.) = søger.

skedele med Trykket  $K_2$ , der er vinkelret paa Overfladen. Den for Cirkelbevægelsen nødvendige Centripetalkraft  $K$  er Resultant af  $K_1$  og  $K_2$ .

Af Figuren finder man:

$$K = mg \cdot \operatorname{tg} \alpha,$$

idet  $\alpha$  er Normalens Vinkel med Rotationsaksen.

Altsaa:

$$\omega^2 y m = m g \operatorname{tg} \alpha = m g \frac{y}{S_n},$$

hvoraf:  $S_n = \frac{g}{\omega^2} = \text{konstant.}$

Meridiankurven er en Parabel, da Subnormalen er konstant; Overfladen er en Omdrejningsparaboloide. Er specielt  $\omega = \infty$ , bliver Parablen to rette Linier og Overfladen en Omdrejningscylinder.

Niveaufladerne bliver ligeledes Omdrejningsparaboloider eller specielt Cylindre. Opdriftens Retning er, stæde vinkelret paa Niveaufladerne.

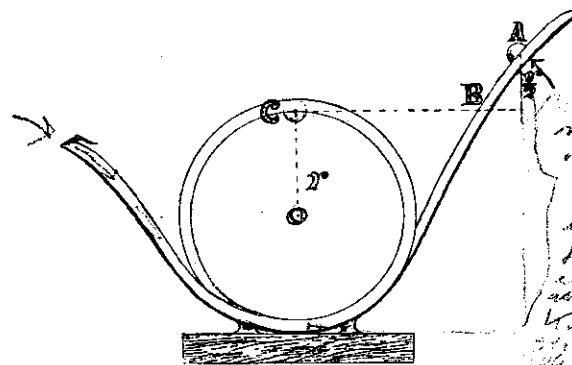


Fig. 72

Som Eksempel paa en Cirkelbevægelse med variabel Hastighed vil vi nævne Sløjfekørsel. Vognens Bevægelse bestemmes ved Resultanten af dens Vægt og Skinnernes Modtryk. Denne Resultant gaar ikke gennem noget fast Punkt, og Bevægelsen er altsaa ingen Centralbevægelse.

Lad Hastigheden i det øverste Punkt C være  $v_0$  (Fig. 72). Vin-

kelhastigheden er da  $\omega_0 = \frac{v_0}{r}$ , og den til en Cirkelbevægelse med den konstante Hastighed  $v_0$  nødvendige Centripetalkraft er

$$K_0 = \omega_0^2 r m = \frac{v_0^2 m}{r}.$$

Hvis  $K_0$  er større end Vognens Vægt  $mg$ , maa Skinnernes Tryk yde det resterende. Er  $K_0$  mindre end  $mg$ , styrter Vognen ned. Naar  $K_0$  netop er lig  $mg$ , kan Banen være afbrudt for oven.

Den Hastighed, der svarer til dette Grænsetilfælde, bestemmes altsaa ved Ligningen:

$$\frac{v_0^2 m}{r} = mg, \quad \text{eller} \quad \frac{1}{2} m v_0^2 = mg \cdot \frac{r}{2}.$$

Hvis Banen er fuldstændig glat, giver Energisætningen (se Side 68—69 og Side 75):

- 1) at den levende Kraft i Punktet B skal være  $\frac{1}{2} m v_0^2$ ,
- 2) at denne levende Kraft kan opnaas, ved at Vognen starter i Punktet A.

### Den svingende Bevægelse.

#### Harmoniske Svingninger.

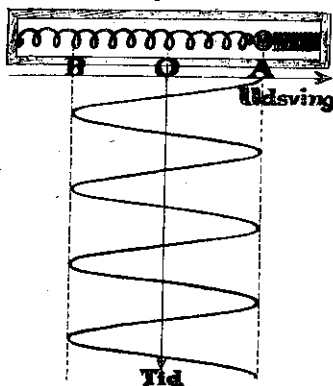


Fig. 73 a

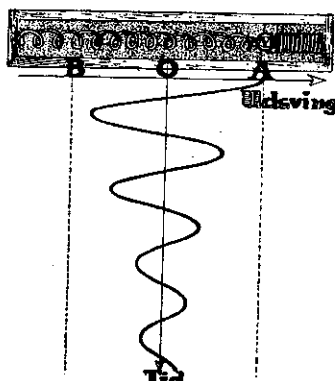


Fig. 73 b

Et Lod hviler paa et vandret Underlag og holdes i en bestemt Stilling, Nulstillingen, af et Par Spiralfjedre. Vi bringer Loddet til at svinge frem og tilbage i Fjedrenes Retning. Dets Vægt ophæves af Underlagets Modtryk, og de Kræfter, der bestemmer Bevægelsen, er altsaa (se Fig. 73 a og b):

- a) Spiralfjedrenes Træk og Tryk, der stedse er rettet mod Nulstillingen O og er proportionale med Afstanden fra denne (se Side 4 og Side 35).
- b) Underlagets Gnidningsmodstand, der altid modvirker (dæmper) Bevægelsen og er af konstant Størrelse (se Side 42).
- c) Luftens Modstand, der ligeledes dæmper Bevægelsen, men er afhængig af Hastigheden (se Side 101).

Vi vælger Fjedrenes Retning (BA) til X-Akse og Nulstillingen til Begyndelsespunkt og betragter det Tilfælde, at Dæmpningen er forsvindende. Den bevægende Kraft  $K$  er da proportional med Afstanden fra Begyndelsespunktet, men  $K$  er negativ, naar  $x$  er positiv, og omvendt. Vi kan altsaa sætte

$$K = -k \cdot x,$$

hvor  $k$  er en positiv Konstant, der afhænger af Fjedrenes Styrke. ( $k$  angiver Kraftens numeriske Størrelse, naar Afstanden fra Nulstillingen er 1 cm).

Vi har tidligere (Side 60) fundet, at Accelerationen ved en harmonisk Svingning er rettet mod Nulstillingen og har Størrelsen

$$G = -\omega^2 x = -\frac{4\pi^2 x}{T^2},$$

idet  $T$  er Svingningstiden,  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  Vinkelhastigheden i den tilsvarende Cirkelbevægelse og  $x$  Afstanden fra Nulstillingen. Skal Bevægelsen udføres af et Legeme med Massen  $m$ , er det altsaa nødvendigt og tilstrækkeligt, at der virker en mod Nulstillingen rettet Kraft af Størrelsen

$$K = -\omega^2 x m = -\frac{4\pi^2 x m}{T^2} = -\frac{4\pi^2 m}{T^2} \cdot x.$$

Vi sammenligner dette Udtryk med det ovenfor fundne Udtryk for den Kraft, der paavirker det svingende Lod. Kræfterne er identiske, naar

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2},$$

altsaa naar

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Loddets Bevægelse bliver derfor harmoniske Svingninger om Nulstillingen. Svingningstiden er afhængig af dets Masse og af Fjedrenes Styrke, men uafhængig af Udsvingenes Størrelse.

Bevægelsens Forløb er vist i Fig. 73 a, medens Fig. 73 b svarer til dæmpede Svingninger.

Anvendelser. Naar man bøjer en Strikkepind, hvis ene Ende er fastspændt i en Skruestik, vil den Kraft, hvormed Strikkepinden søger tilbage til sin naturlige Stilling, være proportional med Afbøjningen fra denne, i hvert Fald inden for visse Grænser (se Side 38), og naar man derpaa lader Strikkepinden udføre Svingninger, bliver disse ligetidige. Ligeledes vil de Svingninger, en anslaaet Stemmegaffels Grene udfører, være ligetidige.

Naar et Legeme, der er ophængt i en Metaltraad, drejes ud fra den naturlige Stilling, virker Traaden tilbage mod denne med et Moment, der er proportional med den Vinkel, Legemet er drejet (se Side 39), og naar man giver Slip, udfører Legemet derfor ligetidige Torsionssvingninger.

Uroen i et Lommeur er i Forbindelse med en Spiralfjeder, og da dennes Drejningsmoment er proportional med den Vinkel, Uroen har drejet sig regnet fra Hvilestillingen (se Side 39), bliver Svingningerne ligetidige.

Uroen benyttes ligeledes som Regulator i Skibskronometret, hvis Gang derfor er uafhængig af Breddegraden (sml. Side 133), og naar det anbringes i cardansk Ophængning, kan det taale, at Skibet slingrer.

I Deprez-d'Arsonvals Galvanometer er det bevægelige System ogsaa i Forbindelse med en Spiralfjeder, men her indtræder ingen Svingninger, idet Hvirvelstrømmenes Dæmpning gør Bevægelsen aperiodisk (sml. Elektricitet I Side 19—20 og Side 80).

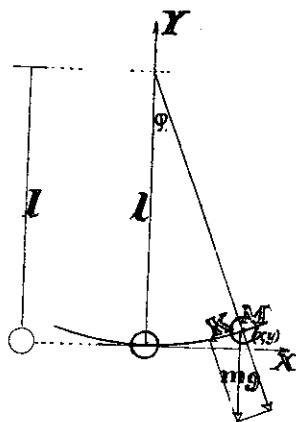


Fig. 74

#### Det matematiske Pendul.

Et matematisk Pendul bestaar af et tungt Lod ophængt i en uelastisk Snor, der er uden kendelig Vægt. Loddets Dimensioner skal være forsvindende i Forhold til Snorens Længde. Afstanden  $l$  fra Ophæng-

torseo (sent Latin) = torqueo (lat.) = snor.  
pendeo (lat.) = hænger.

chronos (gr.) = Tid.

ningspunktet til Loddets Tyngdepunkt kaldes Pendul-længden.

Vi fjerner Pendulet en vis Vinkel, Fjerningsvinklen, fra den lodrette Stilling og lader det svinge. Naar Fjerningsvinklen er lille, opnaar Loddet aldrig ret stor Hastighed, og vi kan derfor se bort fra Luftmodstanden. Loddets Vægt tænkes hele Tiden opløst efter Normalen og Tangenten (se Fig. 74), og da Normalkomposanten ophæves af Snorens Træk, bliver det udelukkende Tangentialkomposanten  $K$ , der bestemmer Bevægelsen.

Idet  $\varphi$  er en lille Vinkel, har man med Figurens Betegnelser:

$$K = -mg \sin \varphi = -mg \frac{x}{l} = -\frac{mg}{l} \cdot x.$$

Kraften er altsaa stedse rettet mod Nulstillingen og er proportional med Afstanden fra denne. Loddets Bevægelse maa derfor blive en harmonisk Svingning (sml. Side 87), og Tiden for en Svingning (frem og tilbage) bestemmes ved Ligningen

$$\frac{mg}{l} = \frac{4\pi^2 m}{T^2},$$

hvoraf:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

I Praksis benyttes i Reglen Tiden for en halv Svingning (fra Yderstilling til Yderstilling). Denne er altsaa:

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Anvendelse. Foucaults Pendulforsøg blev udført i Pantheon, under hvis Hvælvling en 28 kg tung Messingkugle blev ophængt i en 64 m lang Metaltraad. Pendulet blev ført ud til Siden ved Hjælp af en tynd Snor og satte i plane Svingninger, ved at Snoren blev brændt over. Foucault iagttog da, at Svingningsplanet drejede sig med Uret (fra Øst over Syd mod Vest).

Pendulet søger at bevare sit Svingningsplan uafhængig af Jordens Rotation. Hvis Forsøget blev udført ved Nordpolen, vilde Svingningsplanet derfor synes at gaa een Gang rundt i et Stjernerøgn (med Uret), idet Pendulet vilde lade Jorden gaa een Gang rundt under sig (mod Uret) uden selv at følge med.

Udføres Forsøget derimod ved Ækvator, iagttages ingen Drejning. Lad os for Nemheds Skyld antage, at Svingnings-

planet  $\alpha$  i et bestemt Øjeblik falder sammen med Stedets Meridianplan.  $\frac{1}{4}$  Stjernedøgn senere har Meridianplanet drejet sig  $90^\circ$ , og Stedets Horisontplan er nu parallelt med det oprindelige Svingningsplan  $\alpha$ , men paa Grund af Tyngdens Paavirkning maa Pendulets Svingningsplan vedblive at falde sammen med Stedets Meridianplan.

Det kan bevises, at Svingningsplanets tilsyneladende Drejning paa forskellige Iagttagelsessteder er proportional med sinus til den geografiske Bredde (størst ved Polerne, Nul ved Ækvator).

### Det fysiske Pendul.

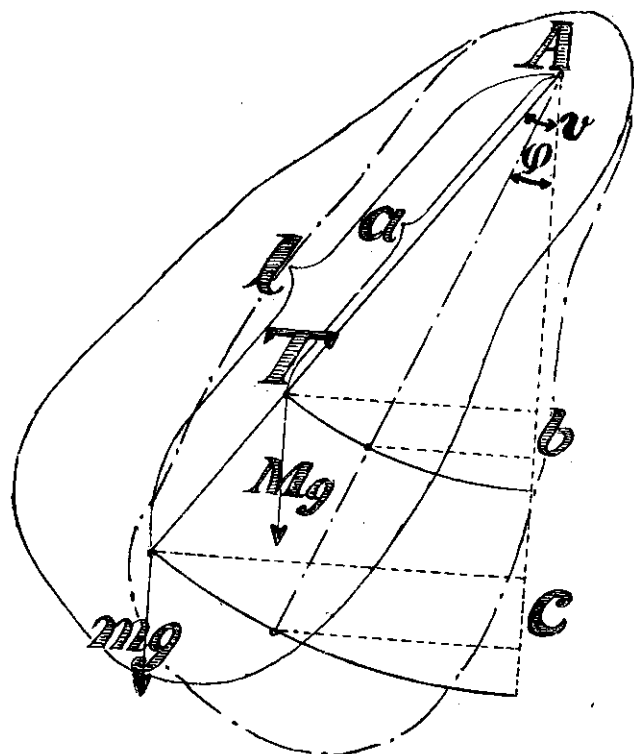


Fig. 75

Ethvert Legeme, der kan bevæge sig om en fast vandret Akse, som ikke gaar gennem Tyngdepunktet, kaldes et fysisk Pendul. Vi vil ligesom ved det matematiske Pendul kun be-

nytte smaa Fjerningsvinkler, og vi ser bort fra Ophængningens og Luftens Dæmpning.

Vi tænker os et fysisk og et matematisk Pendul ophængt foran hinanden paa samme Akse A. Massen M af det fysiske Pendul tænkes samlet i Tyngdepunktet T, hvis Afstand fra Aksen er  $a$ . Det matematiske Pendul har Massen  $m$  og Længden  $l$ . Vi vil undersøge, om det er muligt at vælge  $l$  saaledes, at det matematiske Pendul og Linien AT i det fysiske Pendul følges ad, naar Svingningerne begynder samtidig og med samme Fjerningsvinkel  $\psi$ . De to Penduler skal altsaa til et hvilket som helst Tidspunkt ikke blot have drejet sig samme Vinkel, men ogsaa have samme Vinkelhastighed  $\omega$ . Denne bestemmer vi ved for hvert Pendul at udtrykke, at det af Tyngden udførte Arbejde er lig Tilvæksten i levende Kraft (se Side 68). Idet  $\varphi$  er Pendulernes øjeblikkelige Vinkel med Lodlinien og  $I$  det fysiske Penduls Inertimoment m. H. t. Aksen A, finder man for det fysiske Pendul:

$$Mg \cdot b = Mg \cdot a (\cos \varphi - \cos \psi) = \frac{1}{2} I \omega^2,$$

og for det matematiske:

$$mg \cdot c = mg \cdot l (\cos \varphi - \cos \psi) = \frac{1}{2} m (l \omega)^2.$$

Af disse Ligninger udledes ved Division:

$$Ma = \frac{I}{l}, \quad \text{eller} \quad l = \frac{I}{Ma}.$$

De to Penduler vil altsaa da og kun da følges ad, naar  $l$  har den angivne Størrelse. Denne kaldes det fysiske Penduls reducerede Pendullængde.

De to Pendulers fælles Svingningstid er

$$t = \pi \sqrt{\frac{I}{g}} = \pi \sqrt{\frac{I}{Mga}}.$$

Nævneren  $Mga$  er lig det Drejningsmoment, hvormed Tyngden vilde paavirke det fysiske Pendul, hvis Pendulet blev drejet saa meget, at AT blev vandret. Under Pendulets Gang maa AT aldrig fjerne sig ret meget fra Lodlinien (smign. Side 89).

Anvendelser. Som bekendt benyttes Pendulet som Regulator i Ure. Der er her den Vanskelighed, at den reducerede Pendullængde og dermed Urets Gang varierer med Temperaturen. Man kan imidlertid ophæve, kompensere, Temperaturen Indflydelse ved at bygge Pendulet af to Metaller med forskellige

compenso (lat.) = afvejer, giver samme Værdi.

Udvidelseskoefficienter (Kompensationspendulet). Man kan f. Eks. benytte en Pendulstang af Invar (Nikkelstaal med en meget lille Udvidelseskoefficient, se Varmelæren Side 39) og en Skive af Messing. Stangen føres gennem Skiven og ender forneden i en Møtrik, og mellem denne og Skiven er der indskudt et Messingrør. Invarstangens Udvidelse vil altsaa sænke Tyngdepunktet, medens Rørets og Skivens Udvidelse hæver det, og man afpasser nu Messingrørets Længde saaledes, at den reducerede Pendul-længde ikke forandres.:

Naar Pendulet benyttes ved videnskabelige Maalinger (astronomiske Ure, Bestemmelse af Tyngdeaccelerationen), maa man ogsaa tage Hensyn til, at Svingningstiden varierer med Luftens Opdrift, d. v. s. med Barometerstanden. Man undgaar denne Fejl ved at anbringe Uret i et lufttæt Skab.

Forsøg Nr. 19. Pendulformlerne prøves. (E)

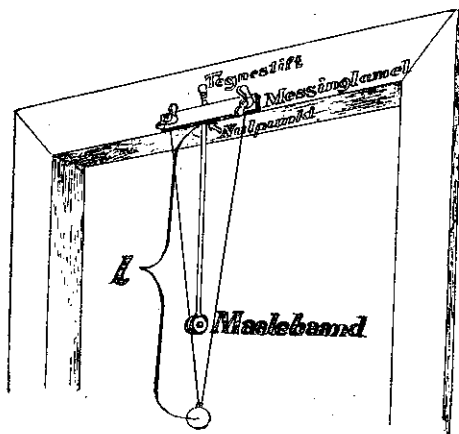


Fig. 76 a

Galge (Dørkarm).  
Kugle med Krog.  
Sytraad.  
Maalebaand.  
Tegnestifter.

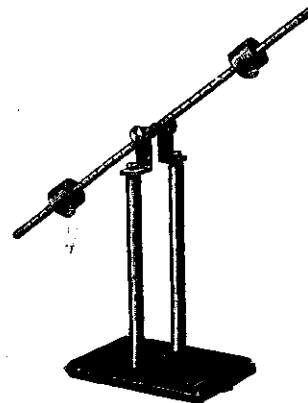


Fig. 76 b

Millimeterpapir.  
Stoppeur.  
Fysisk Pendul.  
Vægt med Lodder.

a. Vi danner et matematisk Pendul som vist i Fig. 76 a. Den bifilare Ophængning sikrer plane Svingninger.

Vi benytter forskellige Pendullængder og bestemmer de tilsvarende Svingningstider (50 eller 100 Svingninger hver Gang; smaa Fjerningsvinkler). Et Skema som nedenstaaende udfyldes.

| l               | 40 | 60 | 80 | 100 | 120 | 140 | 160 |
|-----------------|----|----|----|-----|-----|-----|-----|
| t               |    |    |    |     |     |     |     |
| $\frac{t^2}{l}$ |    |    |    |     |     |     |     |

Tillige foretages en grafisk Afbildning med l som Abscisse (1 cm  $\rightarrow$  1 mm) og t som Ordinat (1 sek.  $\rightarrow$  1 dm).

Hvis Forsøget er godt udført, bliver Kurven en Parabel, hvis Parameter kan sættes lig Middelværdien af Tallene i Skemaets nederste Række. Af denne Middelværdi beregnes tilsidst Tyngdeaccelerationen g.

b. Det i Fig. 76 b afbildede fysiske Pendul bestaar af en homogen Stang (Vægt p, halve Længde s), der kan dreje sig om en Akse gennem Midtpunktet, samt af to forskydelige Lodder (Vægt q, Afstande fra Aksen  $r_1$  og  $r_2$ ). Man har (se Side 69—70):

$$I = p \cdot \frac{s^2}{3} + q (r_1^2 + r_2^2),$$

og efter som Lodderne er paa samme eller modsat Side af Aksen:

$$M g a = q (r_1 \pm r_2).$$

Svingningstiden beregnes, hvorefter Resultatet kontrolleres ved Forsøg. Er p og q lige store, bliver Regningen særlig simpel.

Flere Forsøg udføres. Man kan forandre Drejningsmomentet uden at ændre Inertimomentet, idet man først har Lodderne paa samme Side af Aksen og derpaa flytter det ene om paa den modsatte Side, men i samme Afstand som før. Endvidere er det let at forandre Inertimomentet uden at ændre Drejningsmomentet.

## Stødet.

Newtons Bevægelsesligning

$$K = m \cdot G = m \cdot \frac{dv}{dt} \quad (1 a)$$

kan skrives saaledes:

$$K \cdot dt = m \cdot dv = d(mv). \quad (1 b)$$

Produktet af et Legemes Masse og dets Hastighed (regnet med Fortegn) kaldes Legemets Bevægelsesmængde.

Vi betragter to Kugler, hvis Centre bevæger sig langs Linien  
 f. Hvis Kuglerne bevæger sig imod hinanden, eller hvis den ene Kugle indhenter den anden, indtræder et centralt Stød.

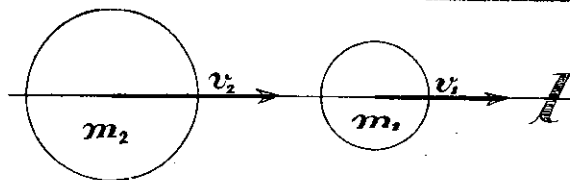


Fig. 77

I den korte Tid Stødet varer, paavirker Kuglerne hinanden med meget store og stærkt varierende Kræfter, de saakaldte Stødkræfter. I det følgende regner vi kun med Stødkræfterne og ser bort fra Kræfter, der virker baade før, under og efter Stødet, f. Eks. Tyngdekraften, Luftmodstanden o. lign.

Lad Kuglerne have Masserne  $m_1$  og  $m_2$  og Hastighederne  $v_1$  og  $v_2$  før Stødet og  $w_1$  og  $w_2$  efter Stødet. Disse Hastigheder saavel som Stødkræfterne regnes med Fortegn.

Vi benytter Sætningen om Aktion og Reaktion og betragter et Tidsinterval  $dt$ , der er saa lille, at Stødkræfterne  $+K$  og  $-K$  kan regnes at være konstante i dette Interval. Ifølge Ligning (1 b) har man da i Tiden  $dt$

for den ene Kugle

Kraften  $\cdot$  Tiden  $= K \cdot dt =$  Tilvæksten i Bevægelsesmængden, og for den anden Kugle

Kraften  $\cdot$  Tiden  $= -K \cdot dt =$  Tilvæksten i Bevægelsesmængden.

For begge Kuglerne under ét har man altsaa i Tiden  $dt$ :  
Tilvæksten i Bevægelsesmængden  $= 0$ .

Kuglernes samlede Bevægelsesmængde varierer altsaa ikke under Stødet, og man har følgende:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 w_1 + m_2 w_2 \quad (2)$$

(samlet Bevægelsesmængde: før Stødet ... efter Stødet).

Hastighederne efter Stødet afhænger ikke alene af Masserne og Hastighederne før Stødet, men ogsaa af Legemernes Elasticitet. Vi betragter kun to idealiserede Tilfælde:

a. Begge Kugler er fuldstændig uelastiske.

Under stærk Formforandring (og stærk Varmeudvikling) trænger Kuglerne ind i hinanden og følges derpaa ad med den fælles Hastighed  $w$ , der er bestemt ved Ligningen:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) w \quad (3)$$

$$w = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \quad (4)$$

Eks. 1.  $m_1 = m_2 = m$  (to lige store Lerkugler); specielt kan man tillige have  $v_1 = -v_2$  (to modkørende Kugler);

Eks. 2.  $m_1 = m$ ,  $m_2 = \infty$ ,  $v_1 = v$ ,  $v_2 = 0$  (en Lerkugle og Jorden).

b. Begge Kugler er fuldstændig elastiske.

Under den første Del af Stødet trykker Kuglerne hinanden noget sammen (under Udvikling af Varmer), men derpaa retter de sig ud igen (under Forbrug af Varmer). Der indtræder ingen varig Formforandring (og ingen samlet Varmetoning), og man har derfor:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 w_1^2 + \frac{1}{2} m_2 w_2^2 \quad (4)$$

(samlet kinetisk Energi: før Stødet ... efter Stødet),

og denne Ligning bestemmer sammen med Ligning (2) Hastighederne  $w_1$  og  $w_2$ .

Eks. 1.  $m_1 = m_2 = m$  (to lige store Elfenbenskugler); specielt kan man tillige have  $v_1 = -v_2$ .

Eks. 2.  $m_1 = m$ ,  $m_2 = \infty$ ,  $v_1 = v$ ,  $v_2 = 0$  (en Staal-kugle og en Staalvæg).

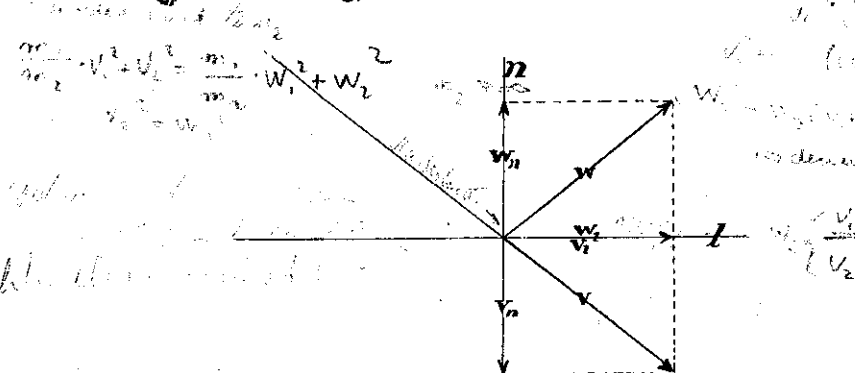


Fig. 78

Fig. 78 viser en glat elastisk Kugles skrå Stød mod en glat elastisk Væg. Ved at opløse Hastighederne efter Normalen  $n$  og Linien  $l$  i Væggens Plan ser man, at der her gælder samme Tilbagekastningslov som ved Lyset.

## Forsøg Nr. 20. Energioverføring ved Stød. (L)



Fig. 79

Stødrende med lige store Staalkugler.

Kuglerne benævnes  $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5$ , og følgende Tilfælde demonstreres:

- 1)  $M_1$  og  $M_2$  støder mod hinanden med Hastigheder, der er modsat rettet og saa vidt muligt lige store.
- 2)  $M_1$  støder mod  $M_2$ , der er i Hvile.
- 3)  $M_1$  støder mod  $M_2, M_3, M_4, M_5$ , der alle er i Hvile og i indbyrdes Berøring.

## Vædskers Bevægelse (Hydrodynamik).

## En Vandstraales Tryk.

En Vandstraale er rettet vinkelret mod en fast Væg. Vi vil først antage, at Vandet mister hele sin Bevægelsesmængde ved Stødet mod Væggen. Er Hastigheden i Straalen  $v$  og Straalens Tværsnitsareal  $a$ , er den Vandmasse, der standses i Tiden  $dt$

$$m = a \cdot v \, dt,$$

og derved mistes Bevægelsesmængden

$$m v = a \cdot v^2 \, dt.$$

Er Straalens Tryk mod Væggen  $P$ , har man ifølge Ligning (1 b) Side 93:

$$P \cdot dt = a \cdot v^2 \cdot dt,$$

eller 
$$P = a \cdot v^2.$$

I Virkeligheden bliver Vandet kastet noget tilbage fra Væggen og faar altsaa negativ Bevægelsesmængde. Tabet i Bevægelsesmængde under Stødet og dermed Trykket mod Væggen bliver da større, end naar Bevægelsen blot standses.

Der gaar altid mekanisk Energi tabt ved et Stød, da dette aldrig er fuldstændig elastisk. Skal en Vandstraales Energi udnyttes, f. Eks. i en Turbine, maa Stød derfor saa vidt muligt undgaas.

## Forsøg Nr. 21. Vands Udstømning af en snæver Aabning. (L)

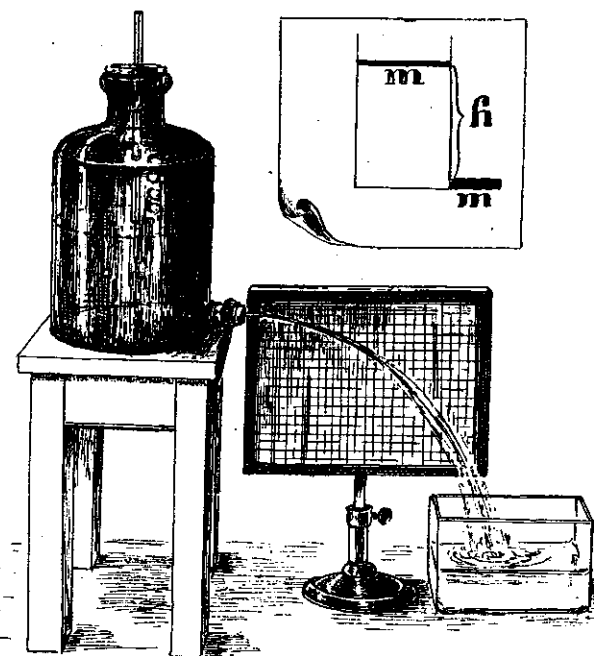


Fig. 80

Mariottes Flaske.  
Taburet.  
Akvarium.  
Vand.

Træramme paa høj Fod.  
Millimeterpapir.  
Tegnestifter.  
Knappenaale.

Forsøgsopstillingen fremgaar af Tegningen. Straalens Form overføres paa Millimeterpapiret ved Hjælp af Knappenaale, der stikkes igennem fra Bagsiden. Naar der ses bort fra Luftmodstanden, bliver Kurvens Ligning:

$$\frac{x^2}{y} = \frac{2c^2}{g},$$

idet  $g$  er Tyngdeaccelerationen og  $c$  Udstømningshastigheden (sml. Side 78, Y-Aksen positiv nedad).

Idet en lille Vædskemasse  $m$  strømmer ud med Hastigheden  $c$ , er dens kinetiske Energi  $\frac{1}{2} m c^2$ . Hele Vædskens potentielle Energi er efter Udstømningen af Massen  $m$  formindsket med  $m g \cdot h$  (se Hjælpetegningen), og da Vædskens inde i Karret

praktisk talt er uden kinetisk Energi baade før og efter denne Udstrømning, giver Energisætningen (saafremt Vædsken er uden Gnidning og Luftmodstanden forsvindende):

$$\frac{1}{2} m c^2 = m g h,$$

hvoraf:

$$c^2 = 2 g h.$$

Udstrømningshastigheden bliver altsaa den samme som Hastigheden efter et frit Fald gennem Højden  $h$  (Torricellis Teorem).

I Mariottes Flaske har Niveauet gennem Sugerørets nederste Aabning hele Tiden Atmosfærens Tryk. Udstrømningen foregaar altsaa som fra et Kar, hvori den fri Overflade blev holdt i denne konstante Højde  $h$  over Udløbsaabningen.

$\frac{x^2}{y}$  bestemmes for forskellige Punkter af Parablen, og Middeltallet sammenlignes med  $4 h$ .

$$\left( \frac{x^2}{y} = \frac{2 c^2}{g} = 4 h. \right)$$

#### Forsøg Nr. 22. Vands Strømning i Rør. (L)

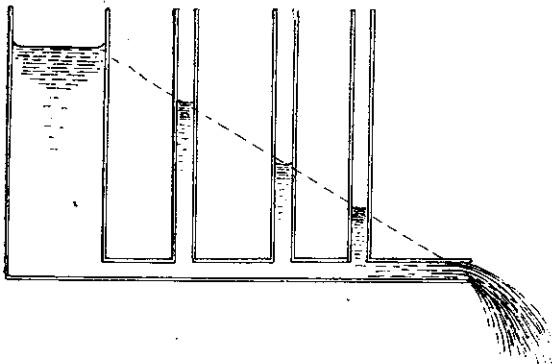


Fig. 81 a

- |                                                    |           |
|----------------------------------------------------|-----------|
| »Vandledning med Trykmaalere«, konstant Tværsnit.  | Klodser.  |
| »Vandledning med Trykmaalere«, variabelt Tværsnit. | Akvarium. |
|                                                    | Vand.     |
|                                                    | Fuchsin.  |

De i Fig. 81 a og b antydede Forsøg udføres.

I a falder Trykket jævnt i Strømretningen. Trykforskellen mellem to Tværsnit af Røret medgaar ikke til at accelerere

Vanddeles Bevægelse, thi da Tværsnittet er konstant, er Strømhastigheden konstant og Accelerationen Nul. Trykfaldet medgaar udelukkende til Overvindelse af Gnidningsmodstanden.

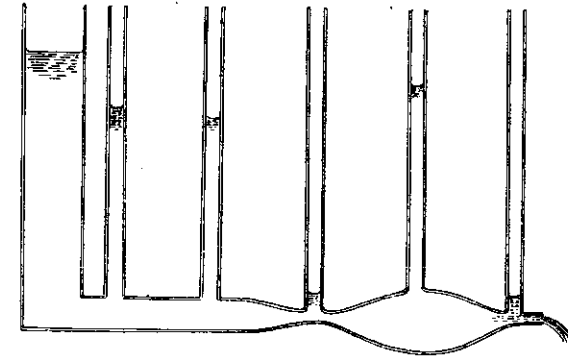


Fig. 81 b 1

Trykfaldet pr. cm og dermed Gnidningsmodstanden er konstant langs hele Ledningen. Gnidningsmodstanden er altsaa uafhængig af Trykket (stort Tryk nær Beholderen, mindre Tryk nær Udløbsaabningen), men man har fundet, at den afhænger af de gnidende Fladers Størrelse og af Hastigheden (sml. Gnidning mellem to faste Legemer, Side 42-43).

I b varierer Trykket meget uregelmæssigt. Vandets Hastighed er størst paa de snævre Steder, og naar en Vanddel gaar fra et videre til et snævrere Sted i Røret, maa dets Hastighed altsaa vokse, hvilket kun kan ske, naar Trykket bagfra er større end Trykket forfra. Trykket maa altsaa være mindst i de snævre Dele af Røret. Skønt Gnidningsmodstanden hele Tiden skal overvindes, kan Trykket godt stige i Strømretningen; thi ved Overgangen fra et mindre til et større Tværsnit skal Vanddeles Bevægelse retarderes.

I Vandluftpumpen (Fig. 82) findes en Indsnævring ved a. Vandet kommer ind ved V, og den Beholder, der skal udpumpes, forbindes med L. Ved a er Strømhastigheden meget stor og Trykket følgerig ringe.

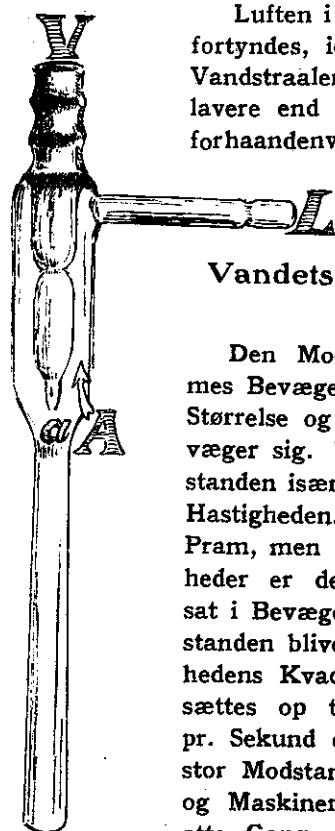


Fig. 82

Luften i A og den dermed forbundne Beholder fortyndes, idet den efterhaanden rives med af Vandstraalen. Trykket kan dog aldrig blive lavere end mættede Vanddampes Tryk ved den forhaandenværende Temperatur.

### Vandets Modstand mod et Legemes Bevægelse.

Den Modstand, Vandet yder mod et Legemes Bevægelse, afhænger af Legemets Form og Størrelse og af den Hastighed, hvormed det bevæger sig. Ved smaa Hastigheder skyldes Modstanden især Gnidningen og er proportional med Hastigheden. (Et ringe Træk kan bevæge en stor Pram, men kun langsomt). Ved større Hastigheder er det Vandets Modstand mod at blive sat i Bevægelse, der er det afgørende, og Modstanden bliver omtrent proportional med Hastighedens Kvadrat. (Skal et Dampskibs Hastighed sættes op til det dobbelte, skal Skibet altsaa pr. Sekund overvinde en næsten fire Gange saa stor Modstand gennem en dobbelt saa lang Vej, og Maskinerne maa derfor arbejde med omtrent otte Gange saa mange Hestekræfter som før).

### Strømlinier.

En rektangulær Plade sættes ned i strømmende Vand, hvis Bevægelse er gjort synlig med Heksemel.

Hvis Pladen stilles vinkelret paa Strømrretningen, faar Vandpartiklernes Baner, de saakaldte Strømlinier, det i Fig. 83 a viste symmetriske Forløb. Paa Forsiden afbøjes de stærkt, og herved fremkommer et Tryk mod Pladen. Paa Bagsiden gaar Linierne ikke straks sammen igen, og der vilde saaledes opstaa et stort Rum uden Vand, hvis ikke nogle af dem bøjede tilbage og dannede Hvirvler. Der vil dog vedblive at være en

Sug en paa Pladens Bagside. Trykket og Suget gaar i samme Retning og udgør tilsammen den Kraft, hvormed Vandet paa-virker Pladen, det saakaldte hydrodynamiske Tryk. Kraftens Angrebepunkt maa paa Grund af Symmetrien ligge i Pladens Midtpunkt.

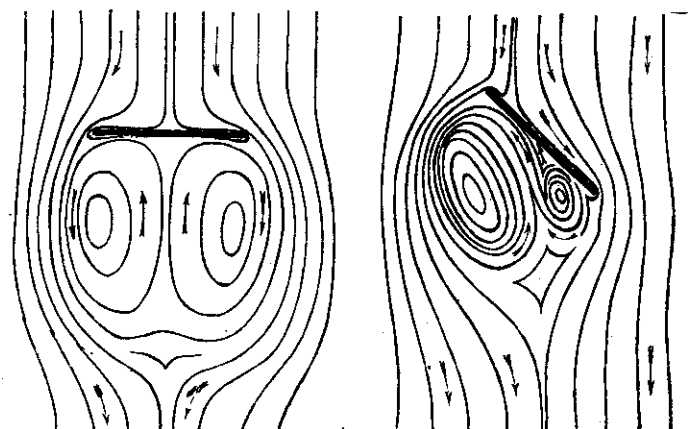


Fig. 83 a

Fig. 83 b

Hvis Pladen er stillet skraat mod Strømrretningen, bliver Strømlinierne som vist i Fig. 83 b. De afbøjes stærkest ved den forreste Kant, og her fremkommer følgelig det største Tryk. Bagved Pladen dannes ulige store Hvirvler. Angrebepunktet for det hydrodynamiske Tryk er ikke i Midten, men er rykket hen imod den forreste Kant. Hvis Pladen kan dreje sig om en Linie gennem Midtpunktet, vil den altsaa stille sig vinkelret paa Strømrretningen.

### Luftarters Bevægelse (Aërodynamik).

Luftens Modstand mod Legemers Bevægelse følger lignende Love, som vi har omtalt for Vandets Vedkommende. En rektangulær Plade, der stilles op mod Vinden, paavirkes af et aërodynamisk Tryk, hvis Angrebepunkt ligger i Midten eller nærmest den forreste Kant, efter som Vinden rammer Pladen vinkelret eller skraat, og hvis Pladen kan dreje sig om en Akse gennem Midtpunktet, vil den stille sig vinkelret mod Vinden.

Det aërodynamiske Tryk maa blive det samme, enten det er Pladen, der er i Ro, og Luften, der bevæger sig, eller omvendt. Et Postkort, der begynder at falde fra en skraa Stilling, vil ikke falde i Tyngdens Retning. Det aërodynamiske Tryk angriber nemlig neden for Kortets Tyngdepunkt, og der opstaar saaledes en Svingkraft, der drejer Kortets nederste Kant noget opad. Bevægelsen kan komme til at foregaa paa den i Fig. 84 antydede Maade.

Ved Hjælp af en lille Brevklemme kan man flytte Tyngdepunktet for det faldende Legeme noget hen imod den forreste (nederste) Kant. Heller ikke nu vil et skraatstillet Kort falde lodret ned, men man kan opnaa, at det bevæger sig nogenlunde efter en ret Linie (Glideflugt).

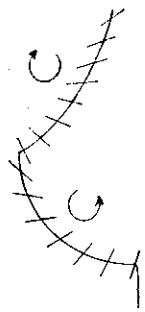


Fig. 84

### Bølgebevægelse.

Forsøg Nr. 23. - Vandbølger. (L)

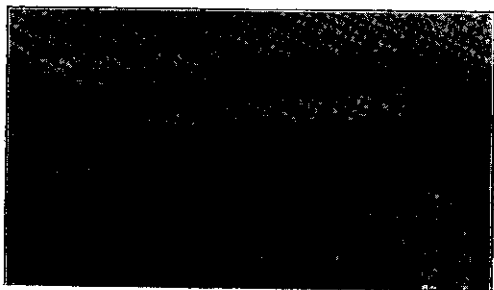


Fig. 85

|                                                                                             |                                                                              |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|
| Bølgekar med Glasbund (80 cm × 60 cm). Paa Rammen er loddet en Klemkrue og en lille Trisse. | Korkstykker.                                                                 |
| Staaltraad, 0,5 mm.                                                                         | Vand.                                                                        |
| Jernkugler med Kroge.                                                                       | Vandkande.                                                                   |
| 2 lige høje Borde.                                                                          | Lineal.                                                                      |
| 1 Stol eller lavt Bord.                                                                     | Zinkplade (Fig. 89), 60 cm lang, med 11 Udsnit (U), ca. 1 mm brede.          |
| Skruetvinge.                                                                                | Udsnittene kan lukkes med smaa Ryttere (R).                                  |
| Ringeapparat, hvis Knebel er ombyttet med et »Øje«; Klokkeskaalen fjernet.                  | Zinkplade, 60 cm lang, uden Udsnit.                                          |
| Akkumulator.                                                                                | Parabelbøjet Zinkplade (Fig. 89), spænder over 60 cm, $\frac{p}{4} = 10$ cm. |
| Ledninger.                                                                                  | Rektangulær Glasplade, 25 cm × 20 cm, 5 mm tyk.                              |
| Buelampe.                                                                                   | Togrenet Hævert.                                                             |
| Buelampemodstand.                                                                           |                                                                              |
| Byelektricitet.                                                                             |                                                                              |

a) Apparaterne stilles op som vist paa Fig. 85. Karret er ca.  $\frac{1}{3}$  fyldt med Vand. (Paa dette flyder en Del Korkstykker). Staaltraaden gaar igennem Ringeapparatets Øje, strammes af en passende Belastning og bærer en Kugle, der kun naaer lidt ned i Vandet. Fra Kuglen udgaar Ringbølger, hvis Skyggeprojektion paa Loftet iagttages.

Korkstykkerne giver sig til at udføre smaa vuggende Bevægelser, men de bliver ikke revet med af Bølgen. Det er altsaa ikke Vandpartiklerne, men kun Bølgeformen, der skrider frem.

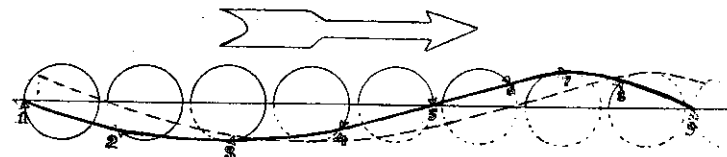


Fig. 86

Fig. 86 anskueliggør, hvorledes Bølgeformens fremadskridende Bevægelse kan opstaa derved, at Vandpartiklerne udfører Cirkelbevægelser med konstant Hastighed. Partiklen 1 har fuldført et Omløb, 2 har tilbagelagt  $\frac{7}{8}$  af Vejen o. s. v., 9 skal lige til at begynde. Den optrukne Kurve angiver Bølgens øjeblikkelige Form. Der er Bølgedal fra 1 til 5, og Bølgebjærg fra 5 til 9 med Bølgetop ved 7.

Naar Partiklerne fortsætter, som de smaa Pile antyder, skrider Bølgen frem i den store Pils Retning. I Bølgedalen gaar Partiklerne mod Bølgen, i Bølgebjærgen gaar de med den.

Partiklerne 1 og 9 har samme Fase. Deres Afstand, der er lig Afstanden mellem to paa hinanden følgende Bølgetoppe, kaldes Bølgelængden (eller Bølgebredden) og betegnes ved b. Partiklernes Omløbstid T og Antallet af Omløb pr. Sekund n kaldes henholdsvis Svingningstiden og Svingningstallet (Periodetallet, Frekvensen).

I Svingningstiden  $T = \frac{1}{n}$  Sekund skrider Bølgen en Bølgelængde frem. I et helt Sekund altsaa n Bølgelængder. Bølgens Hastighed er altsaa

$$v = n \cdot b.$$

facies (lat.) = Udseende.

frequens (lat.) = hyppig gentaget.

periodos (gr.) = Vej omkring.

b) Belastningen forøges, saaledes at to Kugler  $A_1$  og  $A_2$ , der anbringes paa Metaltraaden i ca. 15 cm's indbyrdes Afstand, kun naar lidt ned i Vandet. Man lader Kuglerne frembringe Bølger og iagttager disses Sammenspil, Interferens. Bølgeformen skrider nu ikke mere fremad. Der er dannet staaende Bølger. De i Fig. 87 antydede Hyperbler iagttages.

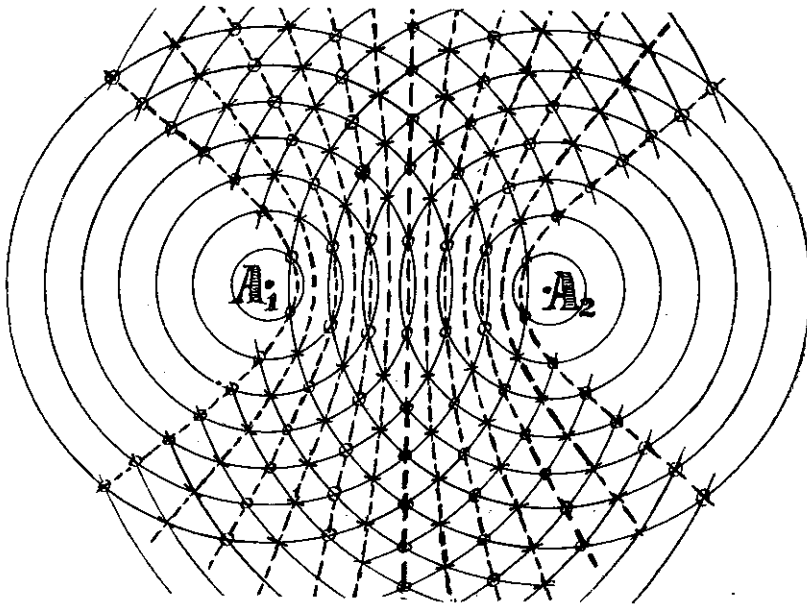


Fig. 87

Ved de følgende Forsøg frembringer man lettest Bølgerne ved smaa Ryk i Metaltraaden; Ringeapparatet og Akkumulatoren fjernes derfor. Flere Kugler  $A_1, A_2, A_3 \dots$  anbringes paa Rad i ca. 5 cm's indbyrdes Afstand, og det iagttages, at de mange Ringbølger ved Interferens danner en Frontbølge (Fig. 88).

»Dæmningen« med de 11 »Porte« (Fig. 89) anbringes tværs over Karret, og paa dens ene Side frembringes Frontbølger med Linealen. Er kun en enkelt Port aaben, ser man halvcirkelformede Bølger paa den anden Side; men naar de aabnes alle

inter (lat.) = mellem;

fero (lat.) = bringer.

11, ser det næsten ud, som om det var Frontbølgen, der fortsatte (sml. Fig. 88, øverste Halvdel).

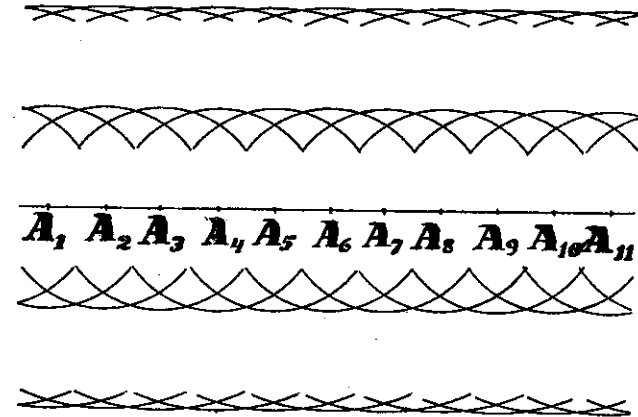


Fig. 88

En Frontbølge kan dannes ved Interferens af uendelig mange Ringbølger. Omvendt kan ethvert Punkt i en Frontbølge betragtes som Udgangspunkt for Ringbølger. (Huyghens Princip).

c) Den lige Dæmning uden Porte anbringes i Karrets Længderetning, støttet mod den ene af de korte Sider. Man frembringer Frontbølger med Linealen og iagttager, at Dæmningen yder en delvis Beskyttelse mod Bølgegangen, den »kaster Skygge«, men ved dens fri Ende kan Bølgerne »bøje om Hjørner«.

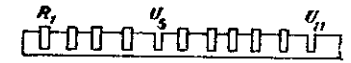


Fig. 89

Dæmningen stilles atter paa tværs af Karret, og med en Kugle A frembringes Ringbølger, hvis Tilbagekastning iagttages. Den tilbagekastede Bølge synes at udga fra A's symmetriske Punkt m. H. t. Dæmningen. Forsøget gentages med den paraboliske Dæmning (Fig. 89). Ringbølger, der udgaar fra Brændpunktet, tilbagekastes som Frontbølger. Begge Forsøg viser, at en Flade tilbagekaster en Bølge saaledes, at Bølgekammen i den indfaldende og den tilbagekastede Bølge danner lige store Vinkler med Fladen (Tangenten). »Straaleretningerne«

danner da lige store Vinkler med Indfaldsloddet (Indfaldsvinklen og Udfaldsvinklen er lige store).

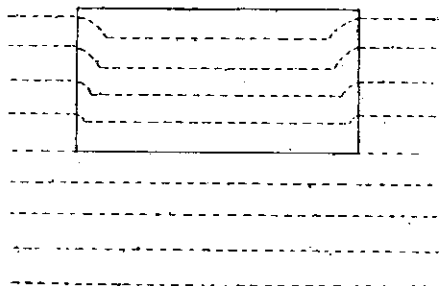


Fig. 90

Den rektangulære Glasplade lægges paa Bunden af Karret. Vandstanden afpasses saaledes, at Pladen lige er dækket, og man frembringer Frontbølger, hvis Kamme er parallelle med Glassets længste Sider (Fig. 90). Man ser, at Bølgelængden og dermed Hastigheden er mindre over Glasset end ude paa det dybe Vand (større Gnidningsmodstand), men Straaleretningen forandres ikke.



Fig. 91 a

Sammenlign Fig. 91 a og Fig. 91 b og gør Rede for Bølgenes Form. (Ingen Brydning naar Indfaldsvinklen er Nul. Brydning mod Indfaldsloddet ved skraat indfaldende Bølger).

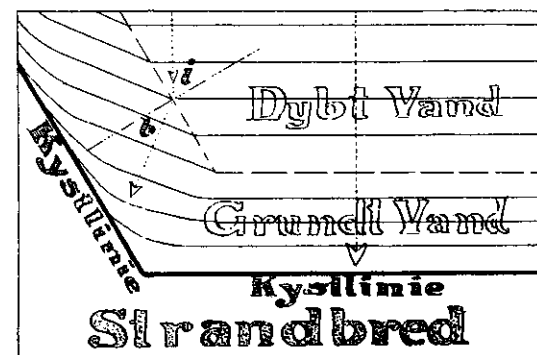


Fig. 91 b

#### Forsøg Nr. 24. Tværsvingninger og Længdesvingninger. (L)

Koblede Penduler med samme Pendul-længde (Fig. 92):

2 100-g Lodder.

1 20-g Lod.

Sytraad.

2 faste Kroge.

Lings Bølgeapparat (Fig. 95)

Ramme med 17 lette, koblede Penduler (1, 2, ..., 17) og Kroge til Ophængning af tunge Penduler;

forneden i Rammen et Øje. Paa de inddelte Opstandere forskydelige Arme til Regulering af de tunge Pendulers Længde.

2 tunge Penduler.

Staaltraade til Ophængning af de tunge Penduler.

Koblingskugler med Traad og Kroge. Spiral.

Træliste til Standsning af Pendulerne.

a) Det ene af de koblede Penduler sættes i Svingninger vinkelret paa Pendulernes Hvileplan, og begge Penduler iagttages i nogen Tid. Pendulerne bringes atter i Ro, og Forsøget gentages med Svingninger i Hvileplanet. (Fig. 92).

b) Et tungt Pendul ophænges i A (til venstre i Fig. 95), kobles til de lette Penduler og sættes i Svingninger vinkelret paa Hvileplanet. De smaa Penduler sætter sig efterhaanden i Bevægelse og udfører ligeledes Svingninger vinkelret paa Hvileplanet (Tværsvingninger), og man iagttager (i hvert Fald til at begynde med) fremadskridende Bølger, Transversalbølger. (Prøv at følge en Bugt med Haanden).

transversus (lat.) = vendt paa tværs.

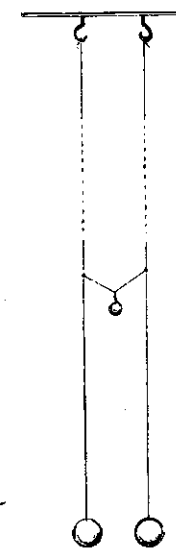


Fig. 92

I Fig. 93 har Kuglen 1 udført en hel Svingning, 2 har tilbagelagt omtrent  $\frac{7}{8}$  af Vejen, ... 9 skal lige til at begynde. Større og mindre Hastigheder er antydnet ved store og smaa Pile.

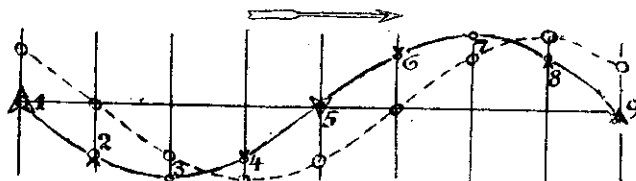


Fig. 93

Begreberne Fase, Bølgelængde, Svingningstid (Svingningstal) og Hastighed indføres paa samme Maade som ved Vandbølger, og man finder med de samme Betegnelser

$$v = n \cdot b.$$

Forsøget gentages med Svingninger i Pendulernes Plan (Længdesvingninger). Her iagttages (til at begynde med) fremadskridende »Fortætninger« og »Fortyndinger«. (Prøv at følge en Fortætning med Haanden). Der er ikke Tale om nogen Bølgeform, men paa Grund af Bevægelsens Rytmе benytter man alligevel Ordet Bølge (Longitudinalbølger).

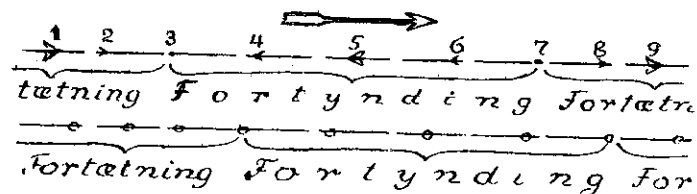


Fig. 94.

I Fig. 94 har Kuglen 1 udført en hel Svingning, 2 har tilbagelagt omtrent  $\frac{7}{8}$  af Vejen, ... 9 skal lige til at begynde. Større og mindre Hastigheder er antydnet ligesom i Fig. 93.

1 og 9 har samme Fase; deres Afstand kaldes en Bølgelængde. Svingningstid (Svingningstal) og

$$\text{longitudo (lat.)} = \text{Længde.}$$

Hastighed har samme Betydning som ved Tværsvingninger, og man udleder ogsaa her Formlen:

$$v = n \cdot b.$$

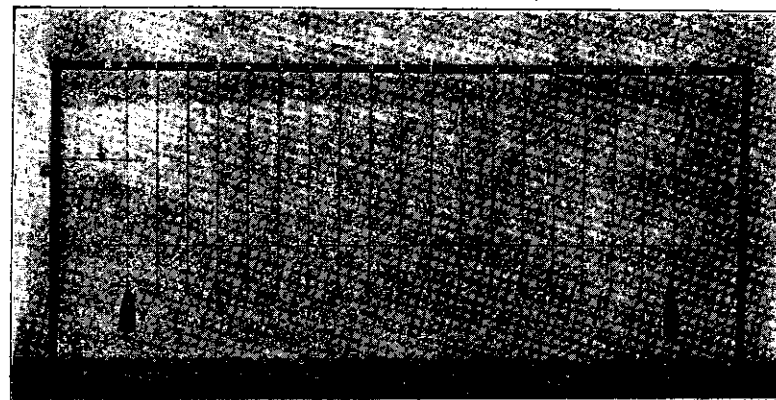


Fig. 95

c) De to tunge Penduler ophænges som vist i Fig. 95. Man kontrollerer, at de har samme Svingningstid, kobler dem til de lette Penduler, fører dem lige langt ud fra Hvileplanet til modsat Side og slipper dem samtidig. De vil da svinge med modsat Fase og fremkalde modgaaende Transversalbølger. Dis ses Sammenspil, Interferens, er vist i Fig. 96 a.

I visse Punkter, Knudepunkterne, er der altid Ro; i andre Punkter, Svingningsbugene, bliver Udsvingene dobbelt saa store som ved de oprindelige Bølger. Afstanden mellem to paa hinanden følgende Knuder, Knudeafstanden, er  $\frac{1}{2}$  Bølgelængde; fra Knude til Bug er der  $\frac{1}{4}$  Bølgelængde. Knuder og Buge beholder deres Plads (staaende Transversalbølger). Der er Knude paa det Sted, hvor Interferensen begynder.

Føres de tunge Penduler til samme Side, vil de svinge med samme Fase, naar man slipper dem samtidig. Interferensen bliver da som vist i Fig. 96 b. Der er Bug paa det Sted, hvor Interferensen begynder.

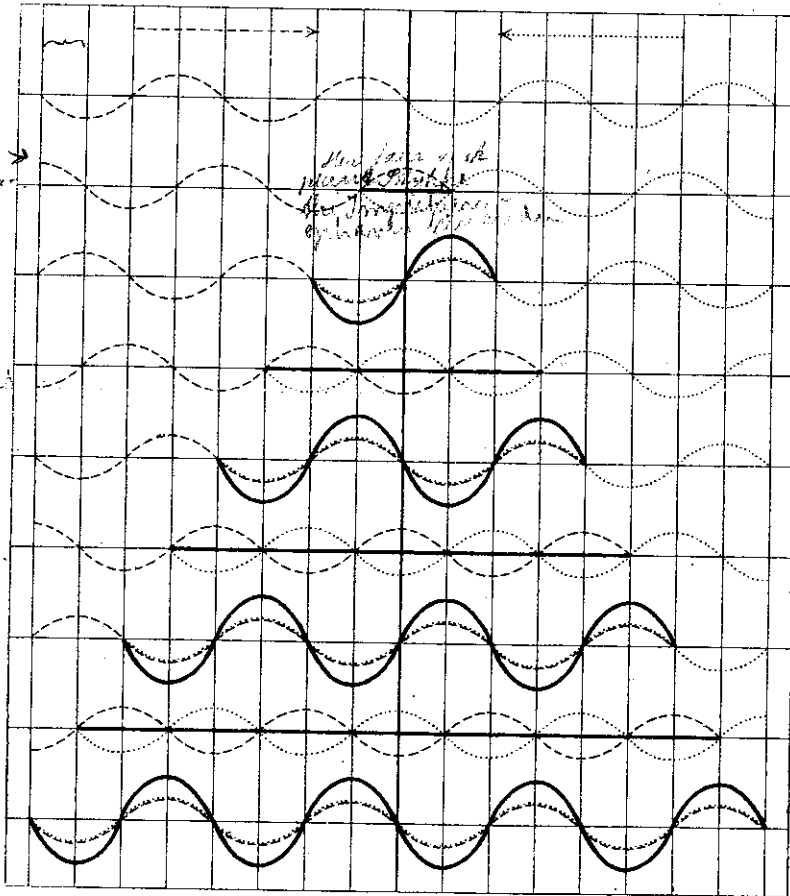


Fig. 96 a

Forsøgene gentages med Svingninger i Pendulernes Plan. De tunge Penduler føres lige langt til modsat Side (den ene til højre, den anden til venstre) og slippes samtidig. De svinger da med modsat Fase og fremkalder modgaaende Longitudinalbølger. Disse ligger begge paa

samme Linie, men i Fig. 97 a er de afbildet paa to parallelle Linier med Interferensbølgen i Midten. Der dannes ogsaa her Knudepunkter og Svingningsbuge. Knudeafstanden er  $\frac{1}{2}$  Bølgelængde og Afstanden fra Knude til

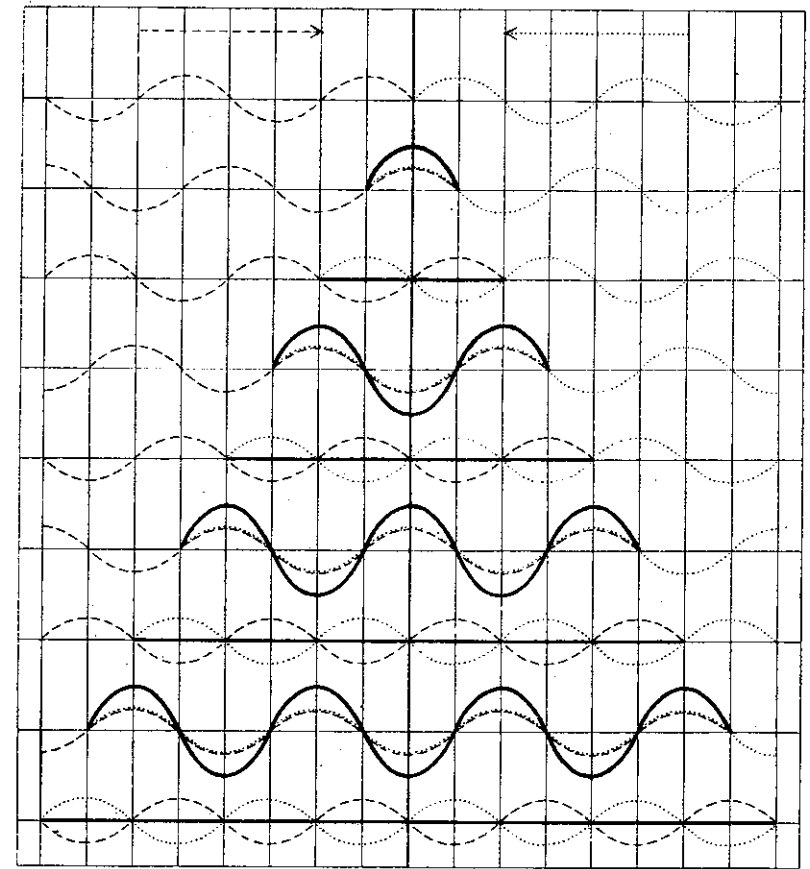


Fig. 96 b

Bug  $\frac{1}{4}$  Bølgelængde. Knuder og Buge beholder deres Plads (staaende Longitudinalbølger). Der er Knude paa det Sted, hvor Interferensen begynder.

Føres de tunge Penduler til samme Side (f. Eks. til højre), svinger de med samme Fase, naar man slipper dem

samtidig. Interferensen er vist i Fig. 97 b. Der er Bug paa det Sted, hvor Interferensen begynder.

d) De lette Penduler kobles til et tungt Pendul, der er ophængt i A, og til en Traad, der er stramt udspændt mellem BI (til højre i Fig.

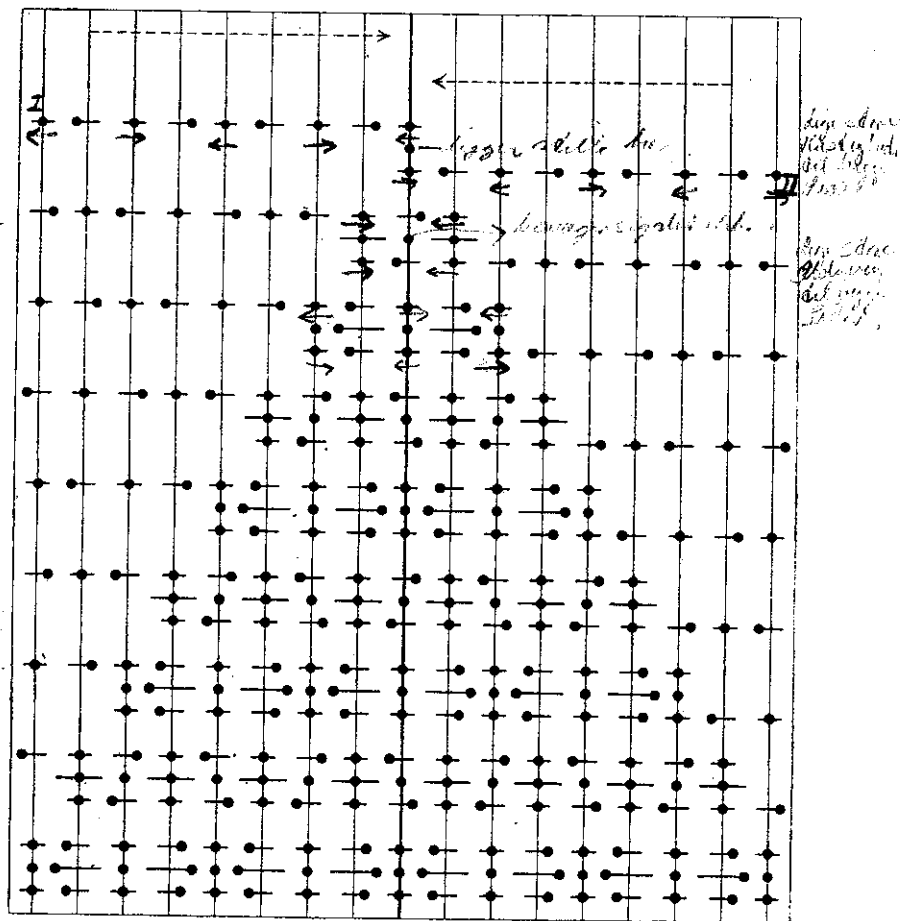


Fig. 97 a

95) og Øjet nedenunder (Ophængningstraad og Spiral). Man lader det tunge Pendul frembringe Tværsvingninger og iagttager først fremadskridende Transversalbølger (Udsving a) og senere

staaende Transversalbølger (Knude ved den stramme Traad, i Bugene Udsvinget 2 a).

Vi vil tænke os Pendulrækken fortsat og en modgaaende Transversalbølge med modsat Fase tilføjet saaledes, at Inter-

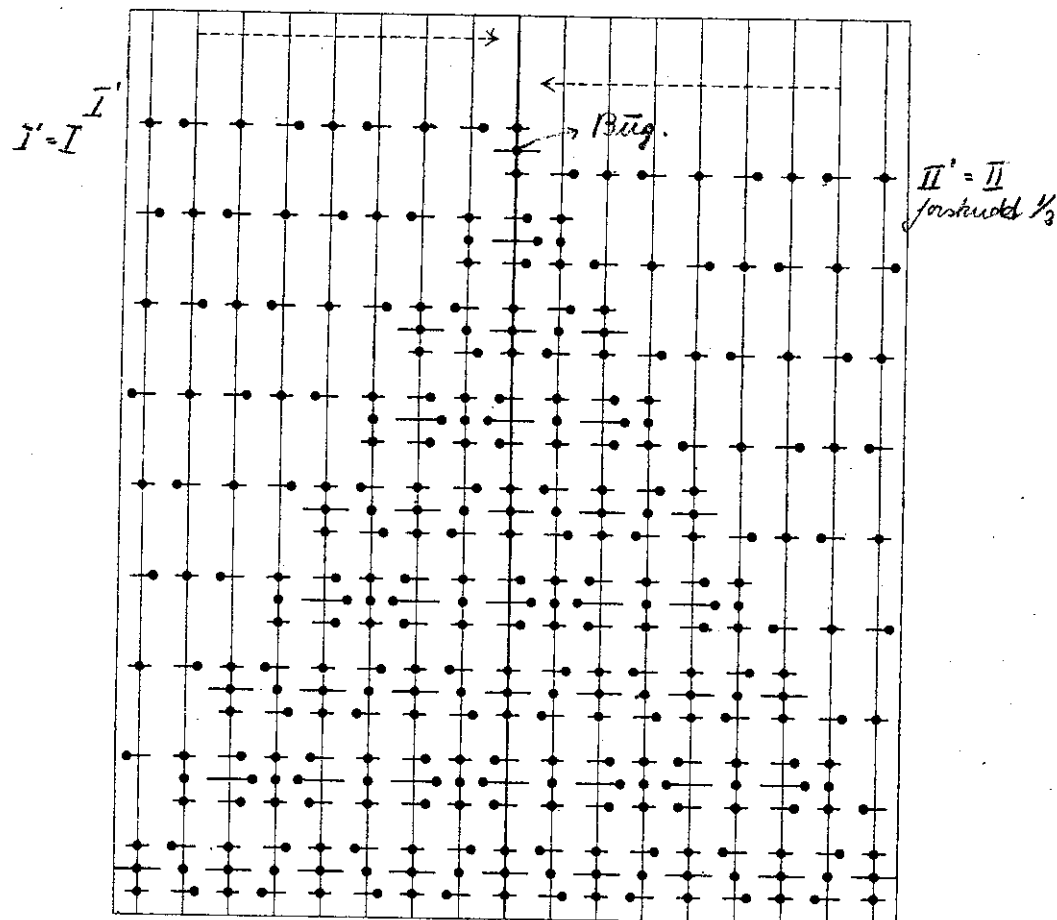


Fig. 97 b

ferensen begynder ved Pendul Nr. 18 (ophængt i BI). 18 bliver da et Knudepunkt, og de Kræfter, hvormed dette Pendul virker tilbage paa de foregaaende (17, 16, ...), maa blive de samme, hvad enten det holdes i Ro af den stramme Traad eller af den tilføjede modgaaende Bølge.

Ved et fast Punkt tilbagekastes en Transversalbølge som en modgaaende Bølge med modsat Fase.

Koblingen ved 17 fjernes, og Forsøget gentages. Man iagttager atter, at fremadskridende Transversalbølger (Udsving a) afløses af staaende Transversalbølger (Bug ved 17, i Bugene Udsvinget 2 a).

Vi tænker os atter Pendulrækken fortsat og en modgaaende Transversalbølge med samme Fase tilføjet saaledes, at Interferensen begynder ved Pendul Nr. 17. Der bliver da Svingningsbug ved 17.

Naar 17 er i sin yderste Stilling (Udsving a) paa Grund af den oprindelige Bølge, har den modtaget Energi fra 16, men afgivet noget deraf til 18 (ophængt i B I); men naar Koblingen afbrydes, beholder 17 selv hele den modtagne Energi, og Udsvinget bliver større end før (2 a). De Kræfter, hvormed dette Pendul virker tilbage paa de foregaaende (16, 15, ...), maa blive de samme, hvad enten det store Udslag skyldes manglende Kobling eller Tilføjelse af den modgaaende Bølge.

Ved et frit Punkt tilbagekastes en Transversalbølge som en modgaaende Bølge med samme Fase.

Forsøgene gentages med Svingninger i Pendulernes Plan. Naar 17 kobles til den stramme Traad, iagttages først fremadskridende Longitudinalbølger (Udsving a) og senere staaende Longitudinalbølger (Knude ved den stramme Traad, i Bugene Udsvinget 2 a).

Ved et fast Punkt tilbagekastes en Longitudinalbølge som en modgaaende Bølge med modsat Fase.

Naar Koblingen ved 17 afbrydes, iagttages atter fremadskridende Longitudinalbølger (Udsving a) og senere staaende Longitudinalbølger (Bug ved 17, i Bugene Udsvinget 2 a).

Ved et frit Punkt tilbagekastes en Longitudinalbølge som en modgaaende Bølge med samme Fase.

Anm. Vi har hidtil kun betragtet kongruente Bølgers Interferens. Fig. 98 viser et Eksempel paa Interferens ved ikke-kongruente Bølger.

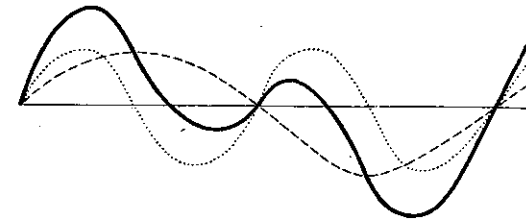


Fig. 98

### Forsøg Nr. 25. Svingende Spiraler. (L + E)

Lang elastisk Spiral.  
Sejlgarn.

Træpind.  
To faste Kroge i stor indbyrdes Afstand.

Spiralen udspændes imellem de to Kroge  $K_1$  og  $K_2$  og anslaaes med Træpinden i Nærheden af  $K_1$ . En Transversalbølge løber hen ad Spiralen, og ved  $K_2$  kastes den tilbage med omvendt Fase. Naar den kommer tilbage til  $K_1$ , finder en ny Tilbagekastning Sted o. s. v.

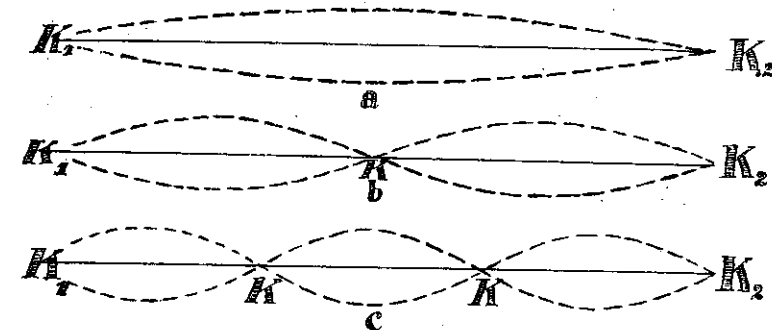


Fig. 99

Man løser Spiralen ved  $K_1$  og sætter den i Tværsvingninger med Haanden. Naar denne bevæges i passende Takt, kan man frembringe de i Fig. 99 viste staaende Bølger. Skønt det er Haandens Bevægelse, der frembringer Spiralens Svingninger, er der alligevel et Knudepunkt ved Haanden; thi dennes Udsving er smaa i Sammenligning med Udsvingene i Bugene.

Man løser nu ogsaa Spiralen ved  $K_2$  og lader to Elever holde i hver sin Ende af den. Den ene giver et hastigt Ryk med Haanden. Der opstaar derved en Longitudinalbølge, der løber frem og tilbage langs Spiralen. De to iagttagere mærker en kraftig Pulseren.

### Tværsvingninger i Strenge, Stænger og Plader.

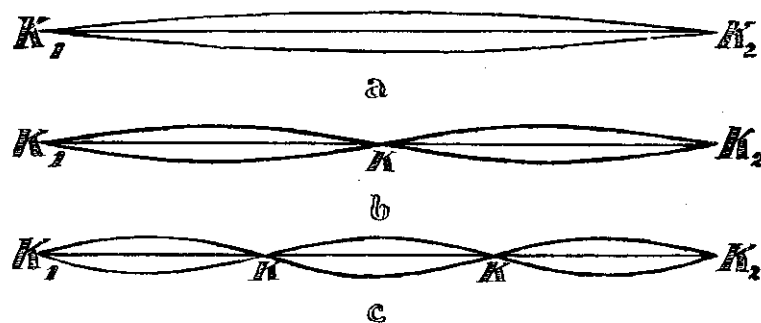


Fig. 100

En udspændt Streng kommer i staaende Tværsvingninger, hvis den anslaaes eller stryges med en Violinbue.

Der er Knuder ved Enderne  $K_1$  og  $K_2$  og maaske ogsaa andre Steder (Fig. 100).

Jo mindre Knudeafstanden er, des hurtigere er Svingningerne (sml. Forsøg Nr. 30).

I Reglen opstaar den langsomste Svingning (Fig. a) og de hurtigere Svingninger (Fig. b og c) samtidig. Den langsomste Svingning har langt det største Udsving og er bestemmende for Bølgens Form. De hurtigere Svingninger lægger sig som Krusninger paa den store Bølge.

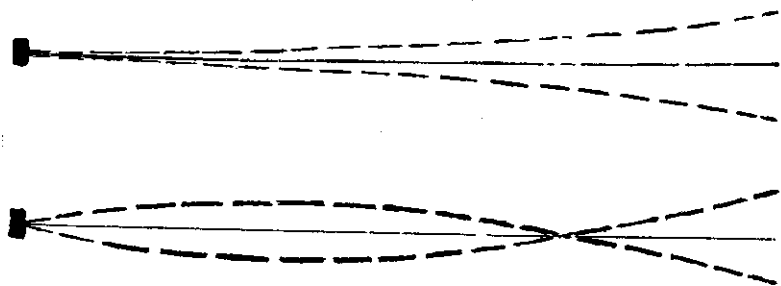


Fig. 101

Hvis man anslaaer en elastisk Stang, der er fastspændt i det ene Endepunkt, udfører den staaende Tværsvingninger som antydnet i Fig. 101.

En anslaaet Stemmegaffel svinger, som Fig. 102 viser. Knudernes Afstand er her forholdsvis ringe.

Ogsaa i elastiske Plader kan der opstaa staaende Tværsvingninger. (Cladnis Klangfigurer, Malmklokker).

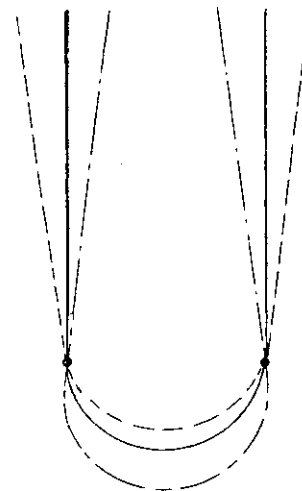


Fig. 102

### Længdesvingninger i Stænger.

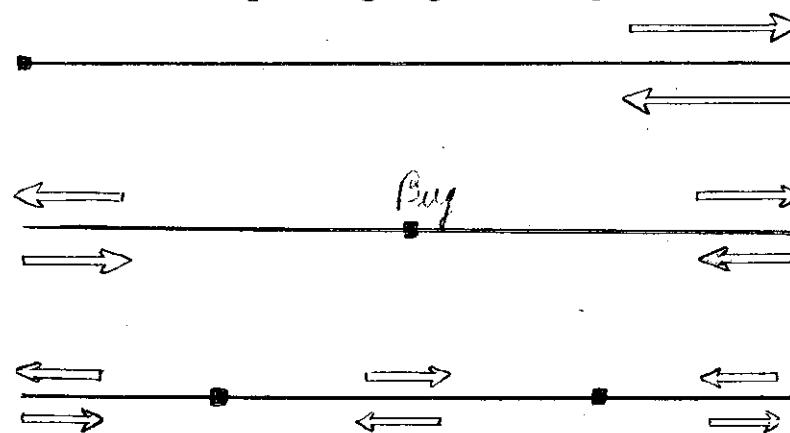


Fig. 103

Hvis en elastisk Stang, der er fastspændt i det ene Endepunkt, i Midtpunktet eller i Fjerdedelspunkterne, stryges med en spritvædet Filtlap, sættes den i staaende Længdesvingninger. Fig. 103 viser Beliggenheden af Knuder og Buge. Samtidige Bevægelsesretninger i Bugene er antydnet ved Pile.

## Lyden.

Naar et »Kanonslag« eksploderer, opstaar der pludselig et stort Lufttryk paa Eksplosionsstedet O. Den omgivende Luft presses til Side, saa der dannes en kugleformet Fortætning A uden om O, og da Luftdelene er i Fart, fortsætter de saa langt, at der kommer en Fortynding i O. Luften i den kugleformede Fortætning vil da dels suges tilbage mod O, hvor der bliver en svag Fortætning, og dels fremkalde en ny kugleformet Fortætning B uden for A, og Luftdelene gaar atter for langt, saa der bliver Fortynding ved A. Fra O udgaar saaledes kugleformede Fortætninger og Fortyndinger, d. v. s. der udsendes Longitudinalbølger i alle Retninger. Luftdelene paa et bestemt Sted kommer i Ro efter faa Svingninger, men Bølgen udbreder sig til stedse større og større Kugleflader.

Hvis Luftbølgerne rammer vor Trommehinde, sætter de denne i Bevægelse, og vi hører en Lyd. De kaldes derfor ogsaa Lydbølger, og det Legeme, der frembringer dem, kaldes Lydgiver. Baade faste Legemer, Vædske og Luftarter kan optræde som Lydgivere. Nævn Eksempler.

### Forsøg Nr. 26. Den lydfølsomme Flamme. (L)

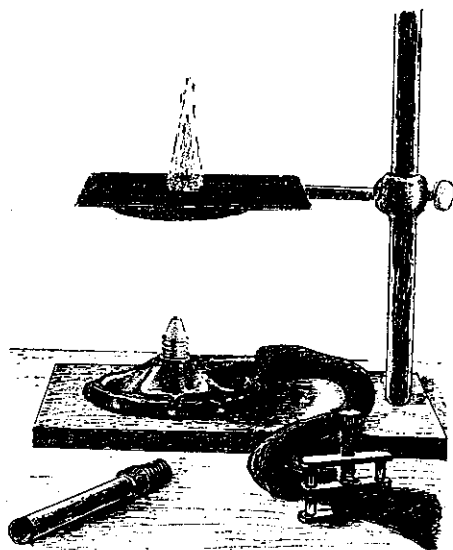


Fig. 104

Stativ med Ring.  
Fintmasket Kobbertraadnet.  
Bunsenlampe (Røret afskruet).  
Klemhane.  
Tændstikker.

Gassen tændes over Nettet. Varieres Gastilførslen og Afstanden mellem Nettet og Gasudstrømningsaabningen, kan Flammen bringes i en overordentlig »lydhør« Tilstand. Den skal være nær ved Overgangsstadiet mellem den lyssende og ikke-lyssende Tilstand. Naar Flammen er i Orden, vil den forlænge og forkorte sig og

samtidig »blegne og blaane« i nøjagtig Overensstemmelse med Tale og Sangs mindste Nuancer. Den paavirkes ogsaa af fjernere Lydgivere (fra Værelse til Værelse »omkring Hjørner«).

## Lydstyrke, Tonehøjde, Klangfarve.

En Lydbølge er karakteriseret ved sin Styrke, sin Tonehøjde og sin Klangfarve.

1) Lydens Styrke afhænger af, hvor stor en Energi mængde, der naar ind i Øret i en vis Tid. Det gælder altsaa om, at mange Luftdele sættes i stærk Bevægelse. — Paa høje Bjerge høres Talen daarligt. — Naar en anslaaet Stemmegaffel sættes mod en Bordplade, kommer denne ogsaa i Svingninger. Der sættes altsaa flere Luftdele i Bevægelse, og derved forstærkes Lyden. Til Gengæld dør den hurtigere hen.

Hvis Lyden udbreder sig i fri Luft, bliver den mekaniske Energi kun i meget ringe Grad omdannet til Varme, og Styrken maa da være omvendt proportional med Kvadratet paa Afstanden fra Lydgiveren. Hvis Lyden derimod skal gaa igennem løse Stoffer som f. Eks. Tæpper og Forhæng, bliver den delvis indsuget (absorberet), idet mekanisk Energi gaar tabt paa Grund af Gnidningsmodstand.

2) Lydens Tonehøjde er bestemt ved Svingningstallet. En Lyd med konstant Svingningstal kaldes en Tone. Jo større Svingningstal des højere Tone.

En Luftbølge med altfor lille Svingningstal (Grænsen er omkring 30) gør intet Indtryk paa vort Øre og kan strengt taget ikke kaldes en Lydbølge. Det samme gælder, hvis Svingningstallet er over en vis Grænse (forskellig for de forskellige Mennesker, maaske op imod 50 000).

For de Svingninger, der anvendes i Tale og Musik, er Øret til Gengæld overordentlig følsomt. En Lyd kan høres, selv om Luftpartiklernes Udsving kun er  $\frac{1}{1000000}$  mm.

3) Lydens Klangfarve beror paa Svingningernes Form. En svingende Streng giver foruden den til den langsomste Svingning svarende Tone, Grundtonen, ogsaa Toner svarende til de hurtigere Svingninger, de saakaldte Overtoner (sml. Fig. 100). Paa lignende Maade gaar det ved andre Lydgivere, men Overtonerens Antal og Styrke i Forhold til Grundtonen be-

høver ikke at være det samme. Selv om forskellige Musikinstrumenter giver lige stærke og lige høje Toner, kan Klangen være meget forskellig.

**Forsøg Nr. 27. Kønigs Kapsel. (E + L)**

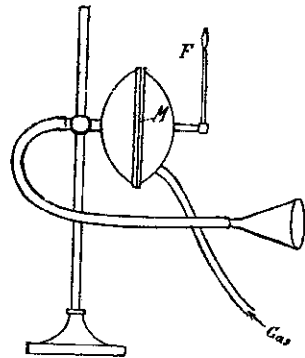


Fig. 105

Roterende Spejl.  
Kønigs Kapsel.  
Gas.  
Tændstikker.

Naar man synger ind i Tragten, sættes Membranen M i Bevægelse. Den lille Flamme F iagttages i det roterende Spejl. Varier Lydens Styrke og Tonehøjde og om muligt ogsaa Klangfarven.

**Forsøg Nr. 28. Sirenen. (L)**

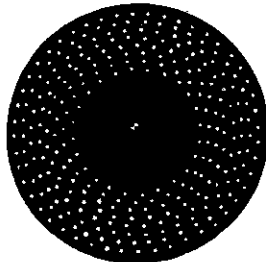


Fig. 106

Rotationsapparat.  
Sireneskive med 8 Rækker Huller (24, 27, 30, 32, 36, 40, 45, 48).  
Stikhævert.

En Medhjælper sætter Sireneskiven i jævn Rotation, og man blæser gennem Stikhæverten først mod den inderste Hulrække, dernæst mod de øvrige.

Forsøget gentages med en større Rotationshastighed.

seiren (gr.) = Havnymfe.

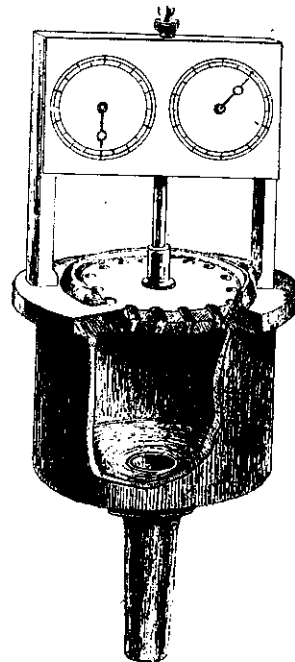


Fig. 107

Ved den i Fig. 107 afbildede Sirene, der er forsynet med et Tælleværk, kan en Stemmegaffels Svingningstal bestemmes. Findes der i Sireneskiven 16 Huller, og giver Sirenen samme Tone som Stemmegafflen, naar dens Omløbstal er p, er det fælles Svingningstal

$$n = 16 \cdot p.$$

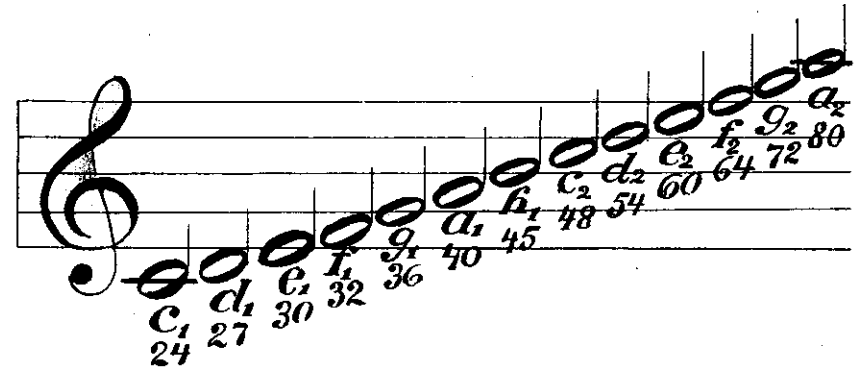


Fig. 108

Under Noderne i Fig. 108 er tilføjet Tal, der er proportionale med Tonernes Svingningstal. Kammertonen  $a_1$  har Svingningstallet 435.

**Lydens Hastighed.**

Selv om man befinder sig i stor Afstand fra et musicerende Orkester, hører man alligevel Melodien i den rigtige Takt. Tonerne har altsaa udbredt sig med samme Hastighed uden Hensyn til Styrke, Højde eller Klangfarve.

Lydens Hastighed kan bestemmes, ved at en Kanon affyres, og Tiden mellem Glimtet og Knaldet bestemmes af iagttagere i kendte Afstande og i forskellige Retninger. (Lysets Tøven behøver man naturligvis ikke at tage Hensyn til). Man har fundet, at Hastigheden er større med Vinden end mod Vinden. Den stiger med Temperaturen, men er uafhængig af Barometerstanden. I stille Vejr og ved Temperaturen  $t^\circ$  er Hastigheden (udtrykt i m/sec)

$$v = 332,4 + 0,6 \cdot t.$$

Kammertonens Bølgelængde ved  $15^\circ$  er (udtrykt i cm)

$$b_{435} = \frac{33240 + 60 \cdot 15}{435} = 78.$$

Fra Fyrskibe udsender man undersøiske Lydsignaler ved at slaa paa en Klokke, der hænger nede i Vandet. Klokkens Svingninger udbreder sig i Vandet, og hvis et Skib er forsynet med en Mikrofon paa hver Side af Kølen og tilhørende Telefoner paa Kommandobroen, kan Kaptajnen skønne over Skibets Kurs ved at sammenligne Lydstyrken i de to Telefoner.

Lydens Hastighed i Vand er godt 4 Gange saa stor som i Luft. Vandrør og Varmerør kan overføre Lyden fra Kælder til Loft. Et Tog kan høres langt borte, naar man lægger Øret mod Skinnerne.

Lydens Hastighed i Jern og Staal er 10—15 Gange saa stor som i Luft.

Bløde og mere eller mindre plastiske Stoffer, som Ler, Kork, Linoleum, kan Lyden vanskeligt trænge igennem (Lydisolering). Et tomt Rum er absolut uigennemtrængeligt for Lyden.

### Skyggedannelse, Bøjning, Tilbagekastning og Brydning.

Hvis man holder et Lommeur i en saadan Afstand fra Øret, at det høres svagt, vil Lyden forsvinde, naar en Bog føres ind mellem Uret og Øret. Bogen har kastet en »Lydskygge«.

At Lyden kan bøje om Hjørner, iagttager man daglig. Ved Lydens Tilbagekastning opstaar Ekko. Tilbagekastningen sker efter samme Lov som ved Lyset.

I et Værelse kastes Lyden frem og tilbage fra Væg til Væg. I en tom Stue med nøgne Vægge er Absorptionen ringe, og Lyden af en Stavelse kan vedvare, efter at den næste er udtalt. Tæpper, Portierer og polstrede Møbler giver større Absorption, og Lyden dør hurtigere hen. Disse Forhold spiller en stor Rolle ved Indretningen af Teaterrum, Koncertsale o. lign. (Akustik).

I klare Nætter er Jordens Varmedestraaling stor, og Luften nær Jordoverfladen meget kold. En Lydbølge, der løber langs Jorden, kommer da hurtigere frem foroven end forneden, og Bølgefladerne kommer derved til at hælde forover. Og da Lyden udbreder sig i en Retning, der er vinkelret paa Bølgefladerne, brydes den ned mod Jorden, og høres derfor bedre end om Dagen.

En lignende Brydning finder Sted, naar Lyden udbreder sig med Vinden, idet Vinden og dermed Lyden har den mindste Hastighed ved Jordens Overflade. Naar Lyden udbreder sig i mod Vinden, bliver den sinket mest foroven, saa den brydes bort fra Jorden og høres daarligt.

akouo (gr.) = høre.

### Forsøg Nr. 29. En „Lydstraales“ Tilbagekastning. (E)

Cylinderglas med lidt Tøj i Bunden. Lommeur.  
Papskive.

Lommeuret lægges ned i Cylinderglasset, der dækkes af Papskiven. Iagttageren fjerner sig saa langt, at han ikke hører Uret, og en Medhjælper løfter Laaget og drejer det til en saadan Stilling, at »Lydstraalen« kastes hen imod Iagttageren.

### Forsøg Nr. 30. Monokorden. (E)



Fig. 109

Monokord ( $\frac{1}{2}$  mm Klaverstreng) med To Stemmegafler,  $c_1$  og  $c_2$ .  
Fjedervægt, »Urnøgle«, to »Stole« og Meterstok.  
små Papirringe.

Man drejer paa Urnøglen, til Fjedervægten viser 12 kg, og indstiller Stolene, til den mellemliggende Del af Strengen (Længde L cm) giver samme Tone som Stemmegaflen  $c_1$ . Naar Stemmegaflen anslaas og sættes haardt ned mod en af Stolene, sættes Strengen i kraftige Medsvingninger (Resonans).

Forsøget gentages med Stemmegaflen  $c_2$  (samme Stramning, Længde mellem Stolene 1 cm).

Længden l bevares, og man indstiller paa Tonen  $c_1$  ved at ændre Stramningen (p kg).

Resultaterne indføres i nedenstaaende Skema.

|           |     |     |
|-----------|-----|-----|
| $c_1$     | L = |     |
| $c_2$     | l = | l = |
| Stramning | 12  | p = |

Ved svingende Streng er Tonehøjden omvendt proportional med Længden og ligefrem proportional med Kvadratroden af Stramningen. Den er endvidere omvendt proportional med Kvadratroden af Vægten pr. Længdeenhed. (Basstreng er ofte overspundne med Metaltraad).

resono (lat.) = genlyder.

**Forsøg Nr. 31. Lukkede og aabne Orgelpiber. (L eller E)**

|                                                |                                                |
|------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| Stemmegaffel, $c_2$ .                          | Messingrør, 32—33 cm langt, 4—6 cm i Diameter. |
| Maalestok.                                     | Teclulampe.                                    |
| Reagensglasstativ med 6 Reagensglas, høj Form. | Trefod.                                        |
| Kande med Vand.                                | Kobbertraadnet.                                |
| Dryppehævert.                                  | Tændstikker.                                   |

Man hælder saa meget Vand i Reagensglassene 1—6, at de forstærker Tonerne  $c_2$ — $a_2$ . Det første Glas afstemmes efter Stemmegaffelen, de øvrige efter Gehør. Paa det saaledes afstemte Instrument kan man blæse simple Melodier. (»Tordenskjold i Søen sprang«).

Luftsøjlerens Længde udmaales, og  $\frac{1}{4}$  Bølgelængde for de tilsvarende Toner beregnes (Side 121). Resultaterne indføres i nedenstaaende Skema:

|                           | $c_2$ | $d_2$ | $e_2$ | $f_2$ | $g_2$ | $a_2$ |
|---------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Luftsøjle                 |       |       |       |       |       |       |
| $\frac{1}{4}$ Bølgelængde |       |       |       |       |       |       |

Gasflammen tændes oven over Traadnettet og reguleres saaledes, at den giver en blafrende Lyd. Naar Messingrøret stilles hen over Flammen, høres en meget kraftig Tone.

Vis, at Røret forstærker Tonen  $c_2$ . Maal Længden af Luftsøjlen og sammenlign den med  $c_2$ 's halve Bølgelængde.

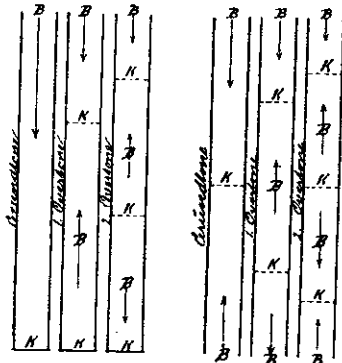


Fig. 110 a

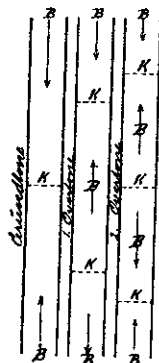


Fig. 110 b

Ved Tilbagekastning af Lydbølger kan der opstaa staaende Lydbølger. I Knudepunkterne varierer Trykket, i Svingningsbugene er det konstant.

I den lukkede Orgelpibe sker Tilbagekastningen fra en fast Væg, og paa dette Sted bliver der en Knude (se Fig. 110 a og sml. Side 114). Ved Pibens aabne Ende skal der være Bug,

da Trykket her er konstant. En Pibe med Længden  $l$  kan altsaa forstærke Toner, hvis Bølgelængder bestemmes ved Ligningerne:

$$l = \frac{1}{4} b_0 = \frac{3}{4} b_1 = \frac{5}{4} b_2 = \dots$$

Grundtone, 1. Overtone, 2. Overtone.

I den aabne Orgelpibe sker Tilbagekastningen ved Overgangen fra Røret til den fri Luft (se Fig. 110 b og sml. Side 114). Der bliver Svingningsbug (konstant Tryk) ved begge Rørender. En Pibe med Længden  $l$  kan altsaa forstærke Toner, hvis Bølgelængder bestemmes ved Ligningerne:

$$l = \frac{1}{2} b_0 = \frac{1}{2} b_1 = \frac{1}{2} b_2 = \dots$$

Grundtone, 1. Overtone, 2. Overtone.

I den saakaldte Tungepibe fremkaldes Lyden, ved at Blæseluften sætter en Metalstang, Tungen, i Svingninger. Disse forstærkes af Piben, hvis Tungens Svingningstal svarer til Pibens Grundtone eller en af dens Overtoner.

I en Læbepibe er det Blæseluften selv, der fremkalder Svingningerne, idet den kløves af en skarp Kant, Læben. Luften i Piben sættes derved i svage Svingninger, men disse bliver snart kraftigere, idet de understøttes af Blæseluften. Denne vil nemlig bøje inden for Læben eller gaa uden for i Takt med Bevægelsen inde i Piben.

**Forsøg Nr. 32. Bestemmelse af Lydens Hastighed i atmosfærisk Luft, Glas og Kulsyre. (E)**

|                                                                                 |                                                                                            |
|---------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|
| Resonansrør med Niveauegule.                                                    | Gummiprop, der passer til det vide Rør, paa den ene Ende en noget mindre, massiv Korkprop. |
| Stemmegaffel, Svingningstallet ( $n$ ) er kendt.                                | Glasstang med Korkprop passende til det vide Rør.                                          |
| Vand.                                                                           | Filtlap.                                                                                   |
| Gummiringe.                                                                     | Denatureret Sprit.                                                                         |
| Meterstok.                                                                      | Heksemel.                                                                                  |
| Termometer, hele Grader.                                                        | Kulsyreapparat.                                                                            |
| Glasrør, ca. 1 m lang, Lysning ca. 4 cm, med 2 smaa Siderør.                    | Vadskeflaske med conc. Svovlsyre.                                                          |
| 2 Skruetvinger med Klemmer.                                                     | Elementglas.                                                                               |
| 2 Stykker Gummislange med Klemmer.                                              | Tændstikker.                                                                               |
| Glasrør, ca. 1 m lang, Lysning ca. $1\frac{1}{2}$ cm; paa Midten en gennemboret |                                                                                            |

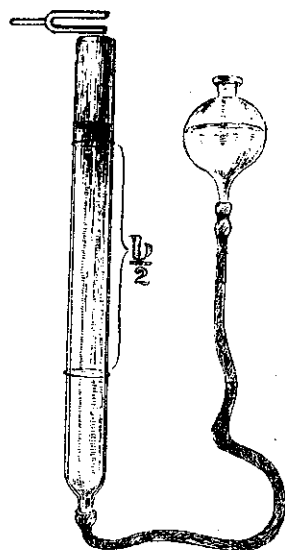


Fig. 111

### a. Hastigheden i atmosfærisk Luft.

Resonansrøret forstærker Stemmegafflens Toner, naar Luftsøjleens Længde er  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{5}{4}$ , ... af Bølgelængden  $b$ . Bugen ved den fri Rørende er ikke ret godt bestemt; men Afstanden mellem to Knudepunkter giver en god Bestemmelse af den halve Bølgelængde.

Det fremgaar af Fig. 111, hvorledes Forsøget udføres. Knuderne bestemmes bedst, ved at Vandstanden varieres hurtigt. Røret giver da et Brøl, naar Knuderne passerer.

Hastigheden findes af Formlen  $v = n \cdot b$  og angives i m/sec.

Som Kontrol beregnes Hastigheden ogsaa af Formlen Side 121.

### b. Hastigheden i Glas og Kulsyre. (Kundts Forsøg).

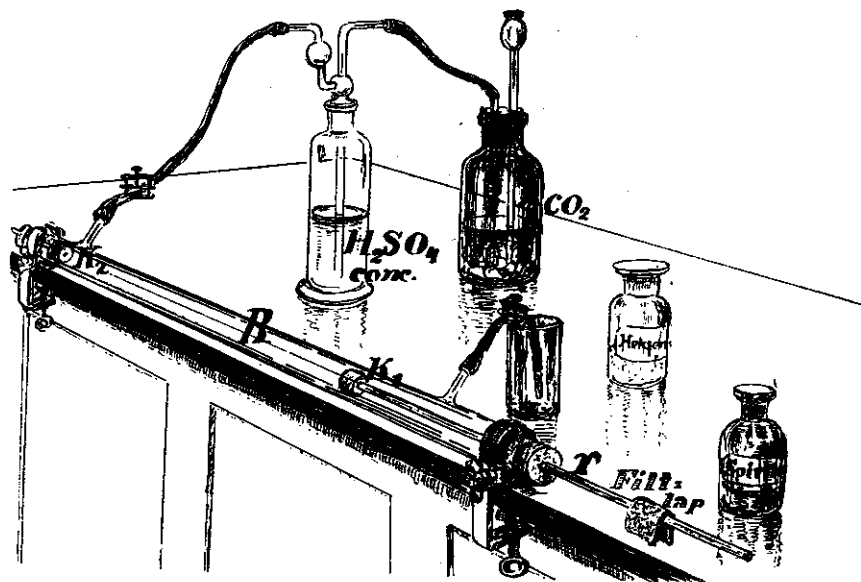


Fig. 112

Glasrør og Heksemel anbringes i nogen Tid i Nærheden af et Varmeapparat. Dernæst hældes lidt Heksemel i det vide Glasrør R, saa der dannes en ganske smal Stribe, og Apparaterne stilles op som vist i Fig. 112. (Begge Siderør er lukkede). Det tynde Glasrør r sættes i staaende Længdesvingninger ved Gnidning med den spritvædede Filtlap. Udtrækket ved  $K_2$  varieres, til Heksemelet kommer i livlig Bevægelse, slynges bort fra Svingningsbugene og danner Bunker ved Knuderne. Der er Knuder ved begge Ender af den svingende Luftsøjle, ikke blot ved  $K_2$ , men ogsaa ved  $K_1$  (sml. Side 115).

Længden af det svingende Glasrør er  $\frac{1}{2}$  Bølgelængde ( $\frac{1}{2} B$ ). I Luft er  $\frac{1}{2}$  Bølgelængde ( $\frac{1}{2} b$ ) lig Afstanden  $K_1 K_2$  divideret med Antallet af Knudemellemrum. Forholdet ( $x$ ) mellem Hastigheden i Glas ( $V$ ) og Hastigheden i Luft ( $v$ ) kan nu beregnes. Da Svingningstallet ( $n$ ) er det samme i Glas og Luft, har man nemlig:

$$x = \frac{V}{v} = \frac{n \cdot B}{n \cdot b} = \frac{\frac{1}{2} B}{\frac{1}{2} b}.$$

Røret R fyldes med Kulsyre, der er tørret i Bobleflasken med conc. Svovlsyre. (Den Luft, der uddrives af R, opsamles i Elementglasset og skal kunne slukke en brændende Tændstik). Begge Siderør tillukkes, og Fremgangsmaaden er nu den samme som før. Den halve Bølgelængde i Kulsyren ( $\frac{1}{2} b_0$ ) bestemmes, og da Svingningstallet — baade i Glasrøret  $r$  og i Kulsyren — stadig er  $n$ , kan Forholdet  $y$  mellem Hastigheden i Kulsyre ( $v_0$ ) og Hastigheden i Luft ( $v$ ) beregnes. Man har nemlig:

$$y = \frac{v_0}{v} = \frac{n \cdot b_0}{n \cdot b} = \frac{\frac{1}{2} b_0}{\frac{1}{2} b}.$$

Man kan ad teoretisk Vej vise, at Lydhastigheden i forskellige Luftarter er omvendt proportional med Kvadratroden af Luftarternes Vægtfylde. Kulsyrens Vægtfylde i Forhold til atmosfærisk Luft er

$$d = \frac{44}{29}.$$

Man skal altsaa have:

$$y = \frac{v_0}{v} = \sqrt{\frac{29}{44}}.$$

## Forsøg Nr. 33. Lydbølgers Interferens. (L)

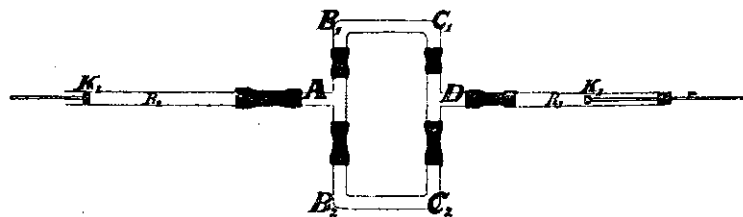


Fig. 113

Kundts Rør med Forgreninger.  
Heksemel.

Filtlap.  
Denatureret Sprit.

Man kommer lidt tørt Heksemel i Rørene  $R_1$  og  $R_2$ , giver Grenene  $AB_1C_1D$  og  $AB_2C_2D$  samme Længde og varierer Udtrækket ved  $K_2$  saaledes, at Heksemelet ordner sig i Bunker, naar r stryges med den spritvædede Filtlap. Vejen  $AB_2C_2D$  forlænges, til Heksemelet i  $R_2$  er ganske ubevægeligt, selv om r stryges kraftigt. Forlænges  $AB_2C_2D$  yderligere, kommer Heksemelet atter i Bevægelse.

Toner med samme Svingningstal forstærker hinanden, naar Vejforskellen er Nul eller et lige Antal halve Bølgelængder, men svækker hinanden, naar Vejforskellen er et ulige Antal halve Bølgelængder.

## Forsøg Nr. 34. Resonans; Tonestød. (L)

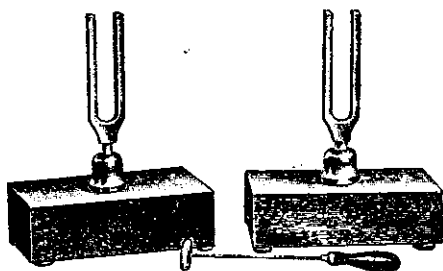


Fig. 114

To ens Stemmegaffer paa Resonans-Løbevægte, der kan fastskrues paa kasser.  
Anslagshammer.

Løbevægtene skrues paa saaledes, at Stemmegafflerne giver samme Tone. Resonanskasserne stilles med Mundingerne lige over for hinanden, og den ene Stemmegaffel anslaaes. Derved sættes Luften i begge Kasserne i Svingninger. Kassen med

for  $m \cdot a_1 = m_1$  *det samme Tilstedeværelse*  
 $m \cdot a_2 = m_2$  *paa den anden Side*

den benyttede Stemmegaffel fjernes, og man hører tydeligt Svingningerne i den anden.

Vægten paa den ene Stemmegaffel forskydes noget, saa Svingningstallene bliver lidt forskellige. Resonanskasserne stilles atter med Mundingerne imod hinanden, og begge Stemmegafflerne anslaaes. Tonerne vil snart forstærke hinanden og snart svække hinanden.

Eksempel. Tonerne  $e_1$  og  $f_1$  udfører i en vis Tid  $t$  henholdsvis 15 og 16 Svingninger. Lad Svingningerne have samme Fase til Tiden 0. De har da atter samme Fase til Tiden  $t$ , men modsat Fase til Tiden  $t/2$ . Naar Tonerne lyder sammen, vil de snart forstærke og snart svække hinanden, og man hører en rytmisk Variation i Lydstyrken (Tonestød).

## Den almindelige Tiltrækning.

Efter Newton (Principia, 1687) antager man, at alle Masser tiltrækker hinanden. Det er denne almindelige Tiltrækning, der bringer et Æble til at falde til Jorden, men det er ogsaa den, der holder Himmellegerne i deres Baner.

Mellen to Partikler med Masserne  $m_1$  og  $m_2$  og i den indbyrdes Afstand  $a$  er Tiltrækningen, Gravitationen:

$$K = f \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{a^2}$$

hvor  $f$  er en Konstant, Gravitationskonstanten.

Det kan bevises, at en tynd homogen Kugleskal ikke udøver nogen Tiltrækning paa en Partikel inden for Skallen og at Tiltrækningen paa en Partikel udenfor er den samme, som om hele Skallens Masse var samlet i Kuglens Centrum.

Opgave. Hvis en Kugle er homogen, er Tiltrækningen paa en Partikel  $P$ , der tænkes anbragt i Kuglens Indre eller paa dens Overflade, proportional med Partiklens Afstand fra Centrum. Bevis dettel (Kuglen deles i tynde koncentriske Skaller, og Skallerne uden for og inden for  $P$  betragtes hver for sig).

principium (lat.) = Begyndelse.  $g$  = gravitas (lat.) = Tyngde.

Ved Jordens Overflade tiltrækkes en Masseenhed med Kraften

$$K_1 = f \cdot \frac{1 \cdot J}{r^2} = 1 \cdot g = \text{ca. } 982 \text{ Dyn.} \quad (1)$$

idet  $g$  er Tyngdeaccelerationen,  $J$  Jordens Masse og  $r$  dens Radius.

Maanens Afstand for Jordcentret er ca. 60 Jordradier. I denne Afstand er Jordens Tiltrækning paa Masseenheden

$$K_{60} = f \cdot \frac{1 \cdot J}{(60r)^2} = \frac{K_1}{60^2} = \text{ca. } 0,27 \text{ Dyn.}$$

Maanens Bevægelse omkring Jorden er med Tilnærmelse en Cirkelbevægelse med jævn Hastighed. Man kender Baneradien  $R$  (ca.  $384 \cdot 10^8$  cm) og Omløbstiden  $T$  (Maanens sideriske Omløbstid = ca.  $27,32 \cdot 24 \cdot 60^2$  Sekunder). Accelerationen er rettet mod Jorden og har Størrelsen

$$G = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \text{ca. } 0,27 \text{ cm/sec}^2.$$

Cirkelbevægelsen kan altsaa kun vedligeholdes, naar hver Masseenhed i Maanen er paavirket af en Kraft, der er rettet mod Jorden og har Størrelsen ca. 0,27 Dyn.

Den til Maanens Bevægelse nødvendige Centripetalkraft er netop lig Jordens Tiltrækning paa Maanen.

Den Kraft, hvormed Solens Masse  $S$  tiltrækker en Planet med Massen  $P$  og i Afstanden  $a$  fra Solen, er

$$K = f \cdot \frac{S \cdot P}{a^2}.$$

Planetens Bevægelse omkring Solen er med Tilnærmelse en Cirkelbevægelse med jævn Hastighed. Omløbstiden (siderisk) betegnes ved  $T$ , og vi udtrykker, at den nødvendige Centripetalkraft er lig Solens Tiltrækning paa Planeten. Altsaa:

$$\frac{4\pi^2 a P}{T^2} = f \cdot \frac{S \cdot P}{a^2}.$$

Af denne Ligning finder man:

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{f \cdot S}{4\pi^2}. \quad (2)$$

Kvotienten  $\frac{a^3}{T^2}$  faar altsaa samme Værdi for alle Planeter, der kredser omkring samme Sol. En lignende Sætning gælder for Maaner, der kredser om samme Planet (Keplers 3die Lov).

Newton viste, at Keplers Love kan udledes af Tyngdeloven. En lille Masse  $m$  tiltrækkes af den store Masse  $M$  og har i et vist Øjeblik Hastigheden  $v$  vinkelret paa Linien  $mM$  (Fig. 115).

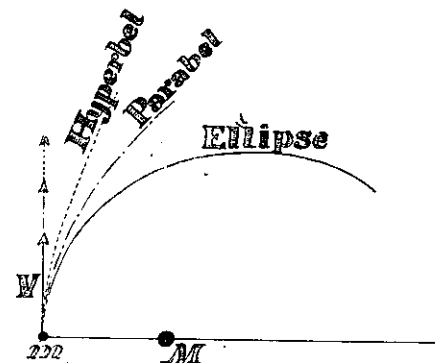


Fig. 115

For en vis Værdi af  $v$  beskriver  $m$  en Parabel med Brændpunktet i  $M$ . For mindre eller større Værdier af  $v$  bliver Banen henholdsvis en Ellipse (Keplers 1ste Lov) eller en Hyperbel med det ene Brændpunkt i  $M$ . (Tolegemeproblemet). — Keplers 2den Lov gælder for enhver Centralbevægelse, altsaa uden Hensyn til om Tyngdeloven er rigtig eller ikke. — Keplers 3die Lov gælder kun med Tilnærmelse. Ovenfor udledte vi den under Forudsætning af cirkulære Baner!

Hvis Maanen kun var paavirket af Jordens Tiltrækning, vilde den (i Forhold til Jorden) beskrive en Ellipse med Jorden i det ene Brændpunkt, Keplerellipsen; men Solens Tiltrækning giver Anledning til store Afvigelser fra Keplerellipsen, og den nøjagtige Beregning af Maanebanen bliver overordentlig besværlig (Trelegemeproblemet). Paa lignende Maade er en Planets Keplerellipse bestemt af Solen, men den perturberes af de øvrige Planeter. Da Planeten Uranus ikke nøjagtig fulgte den Bane, som Tyngdeloven krævede, naar man tog Hensyn til Tiltrækningen fra Solen og de kendte Planeter, antog Leverrier, at Afvigelserne maatte skyldes Tiltrækning fra en ukendt Planet uden for Uranus. Han beregnede denne Planets Plads mellem Stjernerne, og paa det angivne Sted fandt man Planeten Neptun (1846).

perturbo (lat.) = forstyrrer.

Cavendish bestemte Gravitationskonstanten ved at maale 2 store Blykuglers Tiltrækning paa 2 mindre Blykugler, der var ophængt i en Snøvægt (Fig. 116). Naar Linierne MM og mm

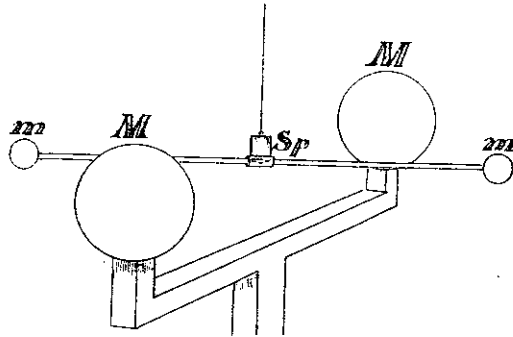


Fig. 116

staar vinkelret paa hinanden, fremkalder Tiltrækningen intet Drejningsmoment, men naar MM drejes hen imod mm, gør Snøvægten et Udslag. Dette iagttages ved Spejlaflæsning, og da Snøvægten er justeret i Forvejen, kan man af Udslagets Størrelse beregne Drejningsmomentet og deraf Tiltrækningen mellem M og m. Da man tillige kender Afstanden mellem Centrene i M og m, kan Gravitationskonstanten beregnes. Man finder

$$f = 6,7 \cdot 10^{-8}.$$

Opgave 1. Find Jordens Masse J af Formlen (1) Side 130.  $r = 637 \cdot 10^8$  cm. Beregn derefter Jordens Gennemsnitsvægtfylde.  $(6,7 \cdot 10^{-8}) \cdot \frac{4}{3} \pi (637 \cdot 10^8)^3 = 6,0 \cdot 10^{27}$  (Gram)

Opgave 2. Jordens Middelfastand fra Solen er ca. 149,5 Millioner km og dens Omløbstid ca.  $365\frac{1}{4}$  Døgn. Solens Radius er ca. 109 Jordradier. Beregn Solens Masse S af Formlen (2) Side 130, og find dernæst dens Gennemsnitsvægtfylde og Accelerationen paa dens Overflade.

Opgave 3. Find Jupiters Masse, naar en af dens Maaner har Middelfastanden 430000 km og Omløbstiden  $42\frac{1}{2}$  Time.

Da Maanens Masse ikke er forsvindende i Sammenligning med Jordens, falder Jordens og Maanens fælles Tyngdepunkt ikke i Jordcentret. Det er det fælles Tyngdepunkt, der bevæger

sig i Ekliptikas Plan, medens Jordcentret snart befinder sig lidt paa den ene Side, snart lidt paa den anden Side af dette Plan. Af Jordcentrets Forskydninger kan Maanens Masse beregnes. Man har fundet, at den er ca.  $\frac{1}{80}$  af Jordens Masse.

Opgave 1. Ligger Jordens og Maanens fælles Tyngdepunkt inde i Jorden eller uden for Jordoverfladen?

Opgave 2. Find Maanens Gennemsnitsvægtfylde og Accelerationen paa dens Overflade. Maanens Radius er  $\frac{8}{11}$  af Jordradien.

Tyngdeaccelerationens Afhængighed af Breddegraden og Højden over Havfladen.

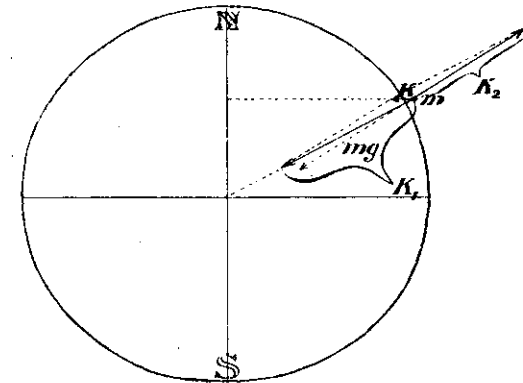


Fig. 117

Fig. 117 viser et Meridiansnit gennem Jorden. Et Lod med Massen m er ophængt i en Snor, der ikke er vist paa Tegningen. Det tiltrækkes af Jorden med Kraften  $K_1$ , der er rettet mod Jordcentret, og paavirkes af Snoren med Trækket  $K_2$ , der gaar i Lodliniens Retning. Den for Cirkelbevægelsen nødvendige Centripetalkraft K er Resultant af  $K_1$  og  $K_2$ .

Hvis Jorden var fuldkommen flydende, maatte dens Overflade antage en saadan Form, at den i ethvert Punkt var vinkelret paa Lodlinien  $K_2$ . Dette er Tilfældet, naar Meridianen er en Ellipse med Polen N S som mindste Akse. Paa hvilke Steder af Jorden gaar Lodlinien gennem Jordcentret?

Naar vi vejer et Legeme paa en Fjedervægt, er det ikke Tiltrækningen  $K_1$ , men Resultanten mg af  $K_1$  og  $\div K_2$ , vi bestemmer. Legemets Vægt og dermed Tyngdeacceleration bliver saaledes afhængig af Breddegraden.

Ved Polerne er

- 1)  $K_1$  forholdsvis stor (lille Afstand fra Jordcentret) og
- 2)  $\div K$  lig Nul (ingen Afstand fra Rotationsaksen).

Altsaa:  $mg$  og dermed  $g$  er forholdsvis stor.

Ved Ækvator er

- 1)  $K_1$  forholdsvis lille (stor Afstand fra Jordcentret) og
- 2)  $\div K$  forholdsvis stor (stor Afstand fra Rotationsaksen) og rettet modsat  $K_1$ .

Altsaa:  $mg$  og dermed  $g$  er forholdsvis lille.

Tyngden afhænger endvidere af Højden over Havfladen, og man har fundet, at Accelerationen paa Breddegraden  $\varphi$  og i Højden  $h$  m over Havfladen er

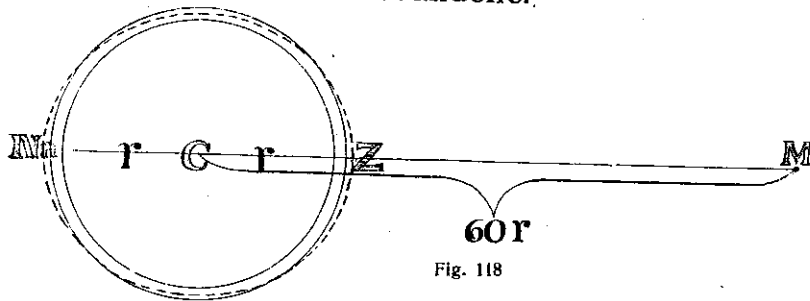
$$g = 978 + 5,19 \sin^2 \varphi - 0,0003 h.$$

Opgave 1. Hvor stor er Accelerationen ved Havets Overflade, naar  $\varphi = 0^\circ$ ?  $45^\circ$ ?  $90^\circ$ ?

Opgave 2. Hvor stor er Accelerationen paa Toppen af Mont Blanc ( $\varphi = 45,8^\circ$ ,  $h = 4810$ )?

Hvis Jorden havde konstant Tæthed, skulde Accelerationen i dybe Borehuller være mindre end ved Jordoverfladen (sml. Opgaven Side 129). De øvre Jordlags Vægtfylde er imidlertid saa ringe (ca.  $2\frac{1}{2}$ , sml. Opgave 1 Side 132), at Accelerationen i de ringe Dybder, man er naaet til, vokser med Dybden. Ved større Dybder maa Accelerationen aftage, og i Jordcentret maa den være Nul.

Tidevandene.



Det er Jordens Tiltrækning, der bevirker, at Maanen ikke forlader sin Bane efter Tangenten, men stadig »falder« ind mod

Jorden; men Maanens Tiltrækning paa Jorden bevirker ogsaa, at Jorden »falder« mod Maanen.

Vi tænker os først, at Jorden er helt dækket af Vand. En Masseenhed i C, Z eller Na (Fig. 118) paavirkes af Maanen M med Kræfterne

$$K_C = f \cdot \frac{1 \cdot M}{(60r)^2}, K_Z = f \cdot \frac{1 \cdot M}{(59r)^2}, K_{Na} = f \cdot \frac{1 \cdot M}{(61r)^2}.$$

Masserne i C, Z og Na falder derfor ikke lige hurtigt ind mod Maanen. I Z er Faldet hurtigere end i C, i Na er det langsommere. Derved vokser begge Afstandene ZC og CNa, og da der naturligvis ikke opstaar tomme Rum ved Z og Na, maa der strømme Vand til andre Steder fra. Der bliver Højvande, Flod, paa de Steder, hvor Maanen staar i Nærheden af Zenith (Z) eller Nadir (Na), og Lavvande, Ebbe, hvor Maanen er i Nærheden af Horisonten.

Der forløber omtrent 25 Timer mellem to paa hinanden følgende øvre Kulminationer af Maanen (for samme Meridian). I denne Tid gaar Flodbølgerne Z og Na een Gang rundt om Jorden fra Øst mod Vest. Paa et bestemt Iagttagelsessted bliver Tiden mellem Flod og Ebbe altsaa  $6\frac{1}{4}$  Time.

Paa høje Breddegrader kommer Maanen aldrig i Nærheden af Zenith eller Nadir, og Forskellen mellem Flod og Ebbe bliver her meget mindre end i Troperne.

Fastlandene forsinker Flodbølgerne og ændrer tillige deres Form. Se Universitetets Skriv- og Rejsekalender.

De Kræfter, hvormed Solen S paavirker en Masseenhed i Centrum C, i det nærmeste Punkt Z og i det fjerneste Punkt Na, er henholdsvis:

$$K'_C = f \cdot \frac{1 \cdot S}{(24000r)^2}, K'_Z = f \cdot \frac{1 \cdot S}{(23999r)^2}, K'_{Na} = f \cdot \frac{1 \cdot S}{(24001r)^2}$$

Disse Kræfter er langt større end de tilsvarende Kræfter hidrørende fra Maanen, men deres Differenser er mindre. Masserne i C, Z og Na falder altsaa meget hurtigere mod Solen end mod Maanen, men Faldvejenes Differenser bliver ikke saa store. Ogsaa Solen frembringer Flod og Ebbe, men ikke saa stærkt som Maanen.

Opgave 1. Beregn  $\frac{K_c}{K'_c}$  og  $\frac{K_z - K_c}{K'_z - K'_c}$ .

Opgave 2. Forskellen mellem Flod og Ebbe er størst ved Ny-  
maane og Fuldmaane, Springflod, og mindst ved  
første Kvarter og sidste Kvarter, Nipflod. Forklar  
dette.

## Opgaver.

Ved tekniske Beregninger anvendes næsten altid Kilogrammet som Kraft-  
enhed, og Tyngdeaccelerationen sættes ofte til  $10 \text{ m/sec}^2$ . Ifølge Ligning 2)  
Side 62 maa Massen i saa Tilfælde bestemmes som Vægten i kg divideret  
med 10. (Kraften i giver Massen i Accelerationen 1).

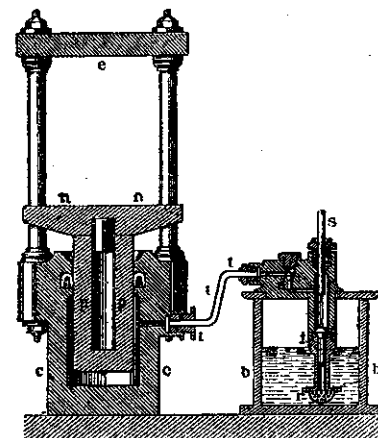


Fig. 119.

1. Den hydrauliske Presse tjener til at frembringe store Tryk ved Hjælp af indespærret Vand. En Trykpumpe med Stempelstangen S og Ventilerne i og d pumper Vandet fra Beholderen bb gennem Sien r og Røret ttt ind i den stærke Cylinder cc, hvorved Pressestempelt pp med Pladen nn løftes op imod den faste Plade e.

Man anvender i Praksis saa store Tryk, at Trykforøgelsen i Dybden paa Grund af Vædskenes Vægt er ganske forsvindende. Vi kan derfor regne, at Trykket pr. Fladeenhed er konstant i hele den indespærrede Vædske (fra i til pp, naar S gaar nedad, og fra d til pp, naar S gaar opad). Hvis S har Diameteren 2 cm (Arealet  $\pi \text{ cm}^2$ ) og pp Diameteren 40 cm (Arealet  $400 \pi \text{ cm}^2$ ), vil pp drives opad med en Kraft, der er 400 Gange saa stor som den Kraft, hvormed S trykkes ned, men til Gengæld bevæger pp sig 400 Gange saa langsomt som S. Et Legeme, der anbringes mellem nn og e kan altsaa underkastes et overordentlig stort og jævnt virkende Tryk.

Hvor stor maa Pressestemplets Diameter være i en 500-Tons Presse, naar Trykpumpen kan give 75 Atmosfærers Tryk?

2. En Mand kan løfte 100 kg. Hvor meget kan han løfte under Havvand, naar Byrden bestaar af a) Smedejern, b) Granit, c) Asfalt?

3. I en Beholder findes Kvægsølv og Vand. En Smedejernskugle med Radius  $r$  flyder paa Kvægsølvet og er dækket af Vandet. Hvor stor en Brøkdelen af Kuglen er nedsænket i Kvægsølv? Hvor stor er Afstanden mellem Tyngdepunktet og Opdriftscentret?

4. En Zeppelin har Rumfanget  $20\,000\text{ m}^3$ . Hvor meget vejer den, naar den ved Vintertid svæver i en Højde paa 300 m. Temperaturen er  $-16^\circ$ , og Lufttrykdifferensen er 1 mm for hver 10 m.

Antag, at Zeppelinen kommer ind i et Luftlag med underafkølet Vanddamp. Hvor tykt et Islag vil da være tilstrækkeligt til at bringe Luftskeibet til at dale fra 300 m's Højde og ned til Jordoverfladen? (Luftskeibet regnes at være cylinderformet, og dets Længde er 148 m).

5. Ved det døde Hav er Middellufttrykket for Aaret 794,5 mm og Luftens Middelterperatur  $24^\circ$ . Ved Middelhavet under samme Breddegrad er Aarets Middellufttryk 759,5 mm og Lufttemperaturen  $22^\circ$ . Find, hvor meget Vand-spejlet i det døde Hav ligger lavere end Havfladen, naar en Stigning paa  $11\frac{1}{4}$  m giver et Barometerfald paa 1 mm.

6. Et Elevatortov bestaar af 342 Tovtraade. Traadene er af Staal (uglødet) og har Diameteren 0,51 mm. Beregn Tovets Brudstyrke.

Elevatorstolen vejer 326 kg, den højeste Belastning er 500 kg, og Kontravægten udgør 594 kg. Hvor stort et Arbejde udføres

- naar Elevatoren med fuld Belastning hæves 12,5 m?
- naar den tomme Elevator gaar ned igen?

7. En Motorcycle kan paa 400 m sætte Farten op fra 0 til 100 km pr. Time (km/t). Hvor stor er Accelerationen, naar Hastigheden antages at være jævnt voksende?

8. Et Lokomotiv kan trække med en Kraft paa 4000 kg. Hvor stor en Acceleration kan det give en Togstamme paa 250 t, naar der ikke tages Hensyn til Gnidningsmodstanden?

Hvor længe er Toget om at naa en Hastighed paa 90 km/t, og hvor langt har det da kørt?

9. Et Automobils Hastighed er 47,7 km/t. Hvor stor er Modstanden mod Bevægelsen (Gnidningsmodstand + Luftmodstand), naar Motoren yder 35,5 H. K. Hvor stor er den levende Kraft, naar Vogn og Passagerer tilsammen vejer 2100 kg?

Gennem en Landsby er Farten 15,9 km/t, og Motoren yder 11,4 H. K. Beregn atter Modstanden og den levende Kraft.

Naar Farten er 47,7 km/t, kan der standses paa 15 m. Paa hvor kort en Strækning kan der standses med samme Bremsning, naar Farten kun er 15,9 km/t?

10. En ved Pælenedramning anvendt Rambuk vejer 2000 kg og hænger i en Højde af 5 m over Pælen. Pælen gaar ved Slaget  $\frac{1}{2}$  m i Jorden. Hvor stor er Rambukens Beliggenhedsenergi, før den slippes løs? Hvor stor er dens levende Kraft ved Anslaget? Naar al Bevægelsesenergi under Nedramningen omsættes til Varmeenergi, hvor mange Kalorier udvikles der da?

11. Gevær 1889 vejer 4,25 kg. Projektilet vejer 12,7 g og forlader Gevær-mundingen med Hastigheden 770 m/sec.

- Hvor stor er Hastigheden i Geværets Tilbageslag?
- Beregn Projektilets levende Kraft saavel i Erg som i kgm.

12. En Sømil er Gennemsnitslængden af et Meridianminut. Hvor mange m udgør en Sømil?

Et Skibs Fart angives i Knob, d. v. s. Sømil pr. Time. Hvor mange m/sec er en Knob?

13. En Undervandsbaads Displacement er 301 t og 369 t, efter som Baaden er uddykket eller neddykket. Hvor mange pCt. af Rumfanget er over Vandgangslinien ved den uddykkede Baad?

Den uddykkede Baads Fart er 15 Knob, naar Maskinen yder 900 H. K. Hvor stor er Vandets Modstand udtrykt i kg?

Den neddykkede Baad har med 640 H. K. en Fart paa 10,5 Knob. Find Vandets Modstand.

14. Hvor mange Watt udgør en Hestekraft? (Se Elektricitet I Side 89).

15. En 1-Hestes Motor bruger 4,3 Ampere ved 220 Volt og en 30-Hestes Motor 60 Ampere ved 440 Volt. Hvor mange pCt. udgør Nyttetvirkningen i de to Tilfælde?

16. Ved Trollhättan er den samlede Faldhøjde 32 m og den mindste Vandmængde  $320\text{ m}^3$  pr. Sekund ( $\text{m}^3/\text{sec}$ ). Med denne Vandmængde producerer Kraftværket 83 000 Kilowatt. Hvor mange pCt. af Faldenes Energi udnyttes?

Den største Vandmængde er  $900\text{ m}^3/\text{sec}$ , men heraf udnyttes kun  $550\text{ m}^3/\text{sec}$ . Hvor stor er Værkets Maksimaleffekt, og hvor mange pCt. af Faldenes Energi udnyttes i dette Tilfælde?

17. Hvor langt fra Jordcentret ligger det Punkt, som et fra Jorden udsendt Projektil maa naa for at «falde» imod Maanen i Stedet for mod Jorden?

18. En Dreng kan udføre et Højdespring paa 1,5 m. Hvor højt kunde han springe, hvis han befandt sig paa Maanen?

19. Hvor stor er Jordens Vinkelhastighed, og hvor stor er den lineære Hastighed a) ved Ækvator? b) i Kjøbenhavn?

20. En Dreng vejer 50 kg. Beregn Kraften  $K$  (Fig. 117), naar Drengen opholder sig ved Ækvator og enten

- a) staar stille, eller
- b) løber mod Øst med Hastigheden  $7\frac{1}{7}$  m/sec, eller
- c) løber mod Vest med samme Hastighed.

Samme Spørgsmaal, hvis Drengen befinder sig i en Bil, der kører mod Øst eller Vest med Hastigheden 333 km/t.

---